

Auditorne vježbe

16. prosinca 2016.

Digitalni simetrični optimum

1. zadatak

Zadan je proces

$$\frac{K}{T_M s(1 + T_\Sigma s)}, \quad (1)$$

gdje su parametri procesa: $K = 0.995$, $T_M = 2$ s, $T_\Sigma = 29.5$ ms.

Potrebno je:

- Projektirati PI regulator po simetričnom optimumu uz $a = 2$ i diskretizirati regulator pravokutnom integracijom uz $T = 1$ ms.
- Projektirati digitalni PI regulator brzine vrtnje po simetričnom optimumu u pseudofrekvencijskoj domeni (bilinearna transformacija), uz vrijeme uzorkovanja $T = 1$ ms.
- Odrediti koliko bi trebao iznositi parametar a , da bi brzina prijelazne pojave bila jednaka kao kod kontinuiranog PI regulatora projektiranog po simetričnom optimumu. Odrediti koliko bi iznosilo fazno osiguranje u tom slučaju.

Napomena: Doprinos ekstrapolatora nultog reda modelirati kao $e^{-s\frac{T}{2}}$.

Rješenje:

a) $K_R = 34.0686$, $T_I = 0.118$ s. $G_R(z) = K_R \frac{1+0.118\frac{z-1}{Tz}}{T_I \frac{z-1}{Tz}} = 34.3574 \frac{z-0.9916}{z-1}$.

- b) Kako je vrijeme uzorkovanja dovoljno malo i proces je diskretiziran ZOH transformacijom, gdje se doprinos ZOH se može prikazati kao $e^{-s\frac{T}{2}}$, koristimo približnu relaciju za proces u pseudofrekvencijskoj domeni

$$G_s(\Omega) = \frac{K_s}{(1 + T_\Sigma^* \Omega) T_M \Omega} \quad (2)$$

gdje je

$$T_\Sigma^* = T_\Sigma + T/2 = 29.5 \text{ ms}. \quad (3)$$

Dobivaju se sljedeći parametri regulatora: $T_I = 0.12$ s, $K_R = 33.5$. Vraćanjem u z-domenu koristeći izraz $\Omega = \frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1}$, dobiva se prijenosna funkcija regulatora:

$$\begin{aligned} G_R(z) &= K_R^* \left(1 + \frac{T}{2T_I^*}\right) \frac{z - \frac{2T_I^*-T}{2T_I^*+T}}{z-1} \\ &= 33.6404 \frac{z + 0.9917}{z-1}. \end{aligned} \quad (4)$$

- c) Da bi brzina odziva ostala ista, potrebno je osigurati da presječna frekvencija uz digitalni regulator bude jednaka presječnoj frekvenciji uz kontinuirani regulator. Dovoljno je ispuniti uvjet:

$$aT_\Sigma = a^*T_\Sigma^*, \quad (5)$$

odakle slijedi:

$$a^* = 1.97. \quad (6)$$

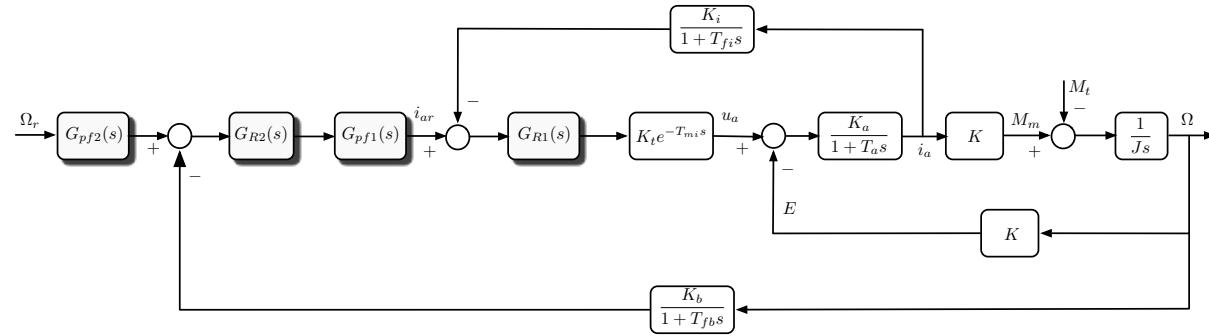
Fazno osiguranje iznosi:

$$\gamma = \tan \frac{1}{2} \left(a - \frac{1}{a} \right) = 36.08^\circ. \quad (7)$$

Kaskadna regulacija

2. zadatak

Kaskadna struktura upravljanja brzinom istosmjernega motora prikazana je na Slici 1, pri čemu pojedini parametri iznose: $K_a = 4.5 \text{ A/V}$, $T_a = 0.025 \text{ s}$, $K = 1.33 \text{ Vs/rad}$, $K_t = 44$, $T_{mi} = 1.66 \text{ ms}$, $K_i = 0.1 \text{ V/A}$, $T_{fi} = 2 \text{ ms}$, $K_b = 0.0318$, $T_{fb} = 15 \text{ ms}$, $J = 2.4 \text{ kg m}^2$.



Slika 1: Blokovska shema kaskadnog upravljanja brzinom DC motora s nezavisnom uzbudom

Potrebno je:

- Projektirati PI regulator struje armature $G_{R1}(s)$ prema tehničkom optimumu kao i prefiltar referentne vrijednosti struje armature $G_{pf1}(s)$.
- Projektirati PI regulator brzine vrtnje motora $G_{R2}(s)$ prema simetričnom optimumu uz $a = 2$. Također je potrebno projektirati prefiltar u referentnoj grani brzine vrtnje $G_{pf1}(s)$.
- Proširiti postojeću kaskadnu strukturu upravljanja P regulatorom pozicije kojim se postiže približno aperiodski odziv.

Napomena: Za potrebe sinteze regulatora pozicije upotrijebiti slijedeću aproksimaciju:

$$\frac{1}{8T_\Sigma s^3 + 8T_\Sigma s^2 + 4T_\Sigma s + 1} \approx \frac{1}{3.77T_\Sigma s + 1}.$$

Rješenje:

- $T_{I1} = T_a = 0.025 \text{ s}$, $K_{R1} = 0.1725$, $G_{pf1}(s) = \frac{1}{1+sT_{fi}}$ ili $G_{pf1}(s) = \frac{K_i}{1+sT_{fi}}$
- Uz pretpostavku drugog prefiltra $T_{I2} = a^2 T_\Sigma^* = 89.3 \text{ ms}$ $K_{R2} = 127.31$. $G_{pf2}(s) = \frac{K_b}{(1+sT_{fb})(1+s4T_\Sigma^*)}$,
- $K = 11.2$.

AUDITORNE X

(1)

$$G_p(s) = \frac{K}{T_u s (1 + T_I s)}$$

$$\alpha = 2$$

$$K = 0.995$$

$$T_u = 2 \text{ s}$$

$$T_I = 29.5 \text{ ms}$$

a) $T_I = \alpha^2 T_Z \Rightarrow T_I = 118 \text{ ms}$

$$K_R = \frac{1}{\alpha K_s} \frac{T_u}{T_I} \Rightarrow K_R = 34.0686$$

$$G_R(s) = K_R \frac{1 + T_I s}{T_I s} \rightarrow \text{PRAVOKUTNA INTEGRACIJA } s = \frac{z-1}{T}$$

$$G_R(z) = 34.3574 \frac{z - 0.9916}{z - 1}$$

b) $G_S(\sqrt{2}) = \frac{K_s}{T_u \sqrt{2} (1 + T_Z^* \sqrt{2})} \rightarrow T_Z^* = T_Z + \frac{T}{2} = 30 \text{ ms}$

$$T_I = \alpha^2 T_Z^* \Rightarrow T_I = 120 \text{ ms}$$

$$K_R = \frac{1}{\alpha K_s} \frac{T_u}{T_Z^*} \Rightarrow K_R = 33.5001$$

$$G_R(\sqrt{2}) = K_R \frac{1 + T_Z^* \sqrt{2}}{T_Z^* \sqrt{2}} \rightarrow \text{BILINEARNA TRANSF: } \sqrt{2} = \frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1}$$

$$G_R(z) = 33.6409 \frac{z - 0.9917}{z - 1}$$

c) $\alpha^* = ?$

$$w_c = \frac{1}{\alpha T_Z} \quad w_{c*}^* = \frac{1}{\alpha^* T_Z^*}$$

$$w_c = w_{c*}^* \rightarrow \alpha^* = \alpha \frac{T_Z}{T_Z^*} = 1.9667$$

$$\gamma = \operatorname{arctg} \left[\frac{1}{2} \left(\alpha - \frac{1}{\alpha} \right) \right]$$

$$\gamma = 36.1^\circ$$

$$② K_a = 4.5 \text{ A/V}, T_a = 25 \text{ ms}$$

$$K_t = 133 \frac{\text{Vs}}{\text{rad}}, T_{mi} = 1.66 \text{ ms}$$

$$K_i = 0.1 \text{ V/A}, T_{fi} = 2 \text{ ms}$$

$$K_b = 0.03 \text{ A/B}, T_{fb} = 15 \text{ ms}$$

$$K = 1.33 \text{ Vs/rad} \quad J = 2.4 \text{ kg m}^2$$

$$a) G_p(s) = \frac{K_t K_i K_a}{(1+T_{mi}s)(1+T_a s)(1+T_{fi}s)}$$

$$G_s(s) = \frac{K_{s_1}}{(1+T_{z_1}s)(1+T_{z_2}s)} \rightarrow K_{s_1} = K_t K_i K_a = \cancel{0.55825} 19.8$$
$$T_{z_1} = T_{mi} + T_{fi} = 3.66 \text{ ms}$$

$$\boxed{T_{z_1} = T_a = 25 \text{ ms}}$$

$$K_{R_1} = \frac{1}{2K_{s_1}} \frac{T_{z_1}}{T_{z_2}} \Rightarrow K_{R_1} = 0.1725$$

$$G_{pp}(s) = \frac{K_i}{1+T_{fi}s}$$

$$b) G_{a_1}(s) = \frac{1}{2T_{z_1}^2 s^2 + 2T_{z_1}s + 1} \approx \frac{1}{1+2T_{z_1}s}$$

$$G_{p_2}(s) = \frac{K_t K}{J s (1+2T_{z_1}s)(1+T_{fb}s)}$$

$$G_{s_2}(s) = \frac{K_{s_2}}{T_u s (1+T_{z_2}s)} \rightarrow \frac{K_{s_2}}{T_u} = \frac{K_t K}{J} = 0.0176$$

$$T_{z_2} = a^2 T_{z_1} \Rightarrow \boxed{T_{z_2} = 89.28 \text{ ms}}$$

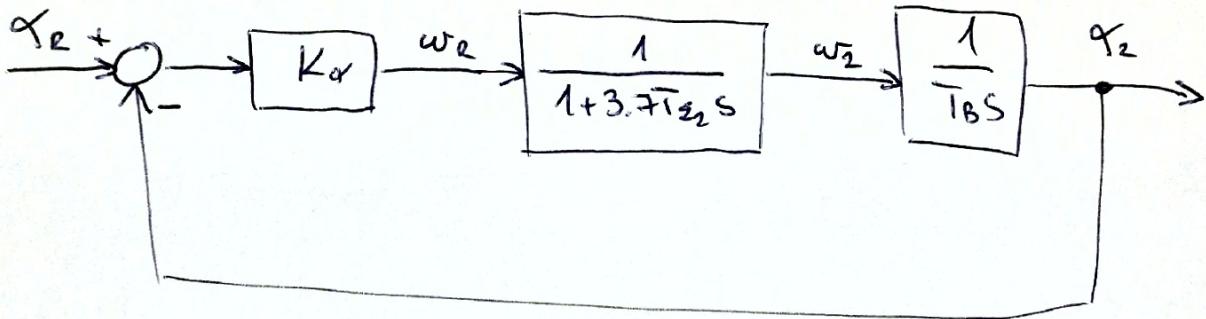
$$T_{z_2} = 2T_{z_1} + T_{fb} = 22.32 \text{ ms}$$

$$K_{R_2} = \frac{1}{2K_{s_2}} \frac{T_u}{T_{z_2}} \Rightarrow K_{R_2} = 1271.1836$$

$$G_{FB_2}(s) = \frac{K_B}{(1+T_{FB}s)(1+T_{I_2}s)}$$

c)

$$G_{a_2}(s) = \frac{1}{8T_{I_2}^2 s^3 + 8T_{I_2} s^2 + 4T_{I_2} s + 1} \approx \frac{1}{1 + 3.7T_{I_2} s}$$



$$T_e = 3.7 T_{I_2}$$

$$T_B = 1$$

$$K_\alpha \approx 0.37 \frac{T_B}{T_e} - 2A \text{ GRANICNI APERIODSKI ODZIV}$$

$$K_\alpha = 4.4803$$