

## Uvod u umjetnu inteligenciju – pismeni ispit (2021./2022.) – NEKORIGIRANA VERZIJA –

Ispit se sastoji od **20 pitanja** i ukupno nosi **20 bodova**. Točan odgovor nosi 1 bod a netočan  $-1/3$  boda. Trajanje ispita je **150 minuta**. Primjerak ispita trebate predati zajedno sa svojim rješenjima.

### 1. Pretraživanje prostora stanja i igranje igara (4 pitanja)

- 1** (T) Dio definicije problema pretraživanja prostora stanja jest funkcija sljedbenika,  $\text{succ} : S \rightarrow \wp(S)$ , koja definira prijelaze između stanja. Tu funkciju možemo definirati eksplicitno ili implicitno. **Koja je prednost implicitne definicije funkcije sljedbenika nad eksplicitnom definicijom?**

- ☐ A Eksplicitna definicija u praksi nije moguća kada je broj stanja prevelik, i tada je lakše implicitno (algoritamski) definirati na koje se sve načine stanje može promijeniti kako bi se dobilo iduće stanje
- ☐ B Implicitna definicija koristi skup operatora koji definiraju sljedbenička stanja, čime se osigurava potpunost algoritma pretraživanja, dok s eksplicitnom definicijom algoritam može zaglaviti u beskonačnoj petlji
- ☐ C Eksplicitna definicija nije moguća ako je skup stanja beskonačan ili ako u prostoru stanja postoje ciklusi, dok to nije problem s implicitnom definicijom, pod uvjetom da u skupu stanja postoji barem jedno ciljno stanje
- ☐ D Implicitna definicija lako se može proširiti pokazivačem na roditeljski čvor, što je potrebno za rekonstrukciju rješenja, dok je kod eksplicitne definicije za to potrebno dodatno pohranjivati otvorene čvorove

- 2** (R) Razmatramo igru dvaju minimax-igrača. Stablo igre definirano je prijelazima  $\text{succ}(A) = \{B, C, D\}$ ,  $\text{succ}(B) = \{E, F\}$ ,  $\text{succ}(C) = \{G, H\}$ ,  $\text{succ}(D) = \{I, J\}$ ,  $\text{succ}(G) = \text{succ}(F) = \{K, L\}$ ,  $\text{succ}(H) = \text{succ}(E) = \text{succ}(I) = \{M, N\}$  te  $\text{succ}(J) = \{O, P\}$ . Igrač MAX koristi heuristiku  $h_1$ , a igrač MIN heuristiku  $h_2$ . Vrijednosti heuristika su sljedeće (obje heuristike definiraju dobit dotičnog igrača):

|       | E | F  | G | H | I  | J | K  | L | M  | N  | O | P  |
|-------|---|----|---|---|----|---|----|---|----|----|---|----|
| $h_1$ | 1 | -2 | 3 | 2 | 0  | 5 | -1 | 0 | -2 | -1 | 0 | 2  |
| $h_2$ | 0 | 5  | 2 | 4 | -1 | 2 | 3  | 2 | 1  | -1 | 1 | -2 |

Oba igrača pretražuju najviše dva poteza unaprijed (jedan svoj i jedan suparnički). Igru započinje igrač MAX u stanju A. **Kroz koja stanja će se razvijati igra?**

- ☐ A A, B, E, ...    ☐ B A, C, H, ...    ☐ C A, D, I, ...    ☐ D A, C, G, ...

- 3** (P) Funkcijom  $f$  definirane su operacije nad skupom stanja  $S = \{a, b, c, d, e\}$  na sljedeći način:  $f(a) = \{b, c, d\}$ ,  $f(b) = \{c\}$ ,  $f(c) = \{a, d, e\}$ ,  $f(d) = \{e\}$ ,  $f(e) = \emptyset$ . Početno stanje je  $a$ , a ciljno stanje je  $e$ . **Koji je redoslijed ispitivanja čvorova iterativnog pretraživanja u dubinu?** Pretpostavite leksikografski poredak između čvorova.

- ☐ A a, a, b, c, a, b, c, a, b, c, ...    ☐ B a, a, b, c, c, a, d, e    ☐ C a, a, b, c, a, b, c, d, d, e    ☐ D a, a, b, c, d, a, b, c, c, a, d, e

- 4** (R) Prostor stanja pretražujemo algoritmom  $A^*$ . Skup stanja je  $S = \{a, b, c, d, e, f\}$ , a funkcija sljedbenika je  $\text{succ}(a) = \{(b, 2), (c, 2)\}$ ,  $\text{succ}(b) = \{(c, 5), (d, 2)\}$ ,  $\text{succ}(c) = \{(d, 1), (f, 20)\}$ ,  $\text{succ}(d) = \{(e, 2)\}$ ,  $\text{succ}(e) = \{(f, 14)\}$  te  $\text{succ}(f) = \emptyset$ . Heurističke vrijednosti stanja su  $h(a) = 16$ ,  $h(b) = 6$ ,  $h(c) = 14$ ,  $h(d) = 4$ ,  $h(e) = 2$ ,  $h(f) = 0$ . Početno stanje je  $a$ , a ciljno  $f$ . Izvedite korake algoritma  $A^*$ , bilježeći u svakom koraku sadržaj liste otvorenih čvorova  $O$  i skupa zatvorenih čvorova  $C$ . U nultom koraku algoritma vrijedi  $O = [(a, 0)]$  i  $C = \emptyset$ . **Koji je sadržaj listi  $O$  i skupa  $C$  nakon petog koraka izvođenja algoritma?**

- ☐ A  $O = []$ ,  $C = \{(a, 0), (b, 2), (c, 2), (d, 3), (e, 5)\}$
- ☐ B  $O = [(f, 19)]$ ,  $C = \{(a, 0), (b, 2), (c, 2), (d, 3), (e, 5)\}$
- ☐ C Algoritam ne dostiže peti korak
- ☐ D  $O = [(d, 3), (f, 20)]$ ,  $C = \{(a, 0), (b, 2), (c, 2), (e, 6)\}$

## 2. Prikazivanje znanja i automatsko zaključivanje (4 pitanja)

5 (P) Ispravnost je važno svojstvo pravila zaključivanja. **Koje je od sljedećih pravila zaključivanja ispravno?**

- ☐ A  $A \vdash A \wedge B$     ☐ B  $B, A \rightarrow B \vdash A$     ☐ C  $A \rightarrow (B \vee C), \neg C \vdash A \rightarrow B$     ☐ D  $A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash C \rightarrow A$

6 (R) Zadane su premise: "Ivo voli sve vrste hrane. Jabuka i pileтина su hrana. Branko jede lješnjake i nije mu zlo od njih. Vesna jede sve što i Branko. Ako netko nešto jede i nije mu od toga zlo, onda je to hrana." Formalizirajte ove premise u FOL i pretvorite ih u klauzule. Pritom koristite  $V(x, y)$  za " $x$  voli  $y$ ",  $J(x, y)$  za " $x$  jede  $y$ ", " $Z(x, y)$ " za " $x$ -u je zlo od  $y$ ", i " $H(x)$ " " $x$  je hrana". Zatim rezolucijom opovrgavanjem uz strategiju skupa potpore dokažite cilj *Ivo voli lješnjake*. **Koliko je minimalno koraka (primjena rezolucijskog pravila) potrebno za dokaz?**

- ☐ A 6    ☐ B 5    ☐ C 3    ☐ D 4

7 (T) Unifikacija je postupak svodenja izraza  $K_1$  i  $K_2$  iz FOL na identičan oblik primjenom odgovarajuće supstitucije varijabli, koju nazivamo "unifikator". Postupak unifikacije ključan je za zaključivanje u FOL. Neka  $\alpha$ ,  $\beta$  i  $\theta$  označavaju supstitucije, a " $\circ$ " kompoziciju dviju supstitucija. **Što mora vrijediti, a da je supstitucija  $\theta$  najopćenitiji zajednički unifikator (MGU)?**

- ☐ A  $\exists \alpha ((K_1 \alpha = K_2 \alpha) \rightarrow \forall \beta (\theta = \alpha \circ \beta))$     ☐ C  $\forall \alpha \forall \beta ((K_1 \theta = K_2 \theta) \rightarrow (\theta = \alpha \circ \beta))$   
☐ B  $\forall \beta \exists \alpha ((K_1 \alpha = K_2 \alpha) \rightarrow (\beta = \theta \circ \alpha))$     ☐ D  $\forall \alpha ((K_1 \alpha = K_2 \alpha) \rightarrow \exists \beta (\alpha = \theta \circ \beta))$

8 (T) Rezolucija opovrgavanjem je ispravno i potpuno pravilo zaključivanja u FOL. **Što to znači?**

- ☐ A Postupak završava u konačnom broju koraka s odlukom je li formula logička posljedica premisa ili nije  
☐ B Ako formula nije logička posljedica, onda to ne možemo dokazati rezolucijom opovrgavanjem  
☐ C Kad god je skup premisa konzistentan, rezolucijsko pravilo izvodi NIL klauzulu  
☐ D Postupak izvodi klauzulu NIL ako i samo ako je cilj logička posljedica premisa

## 3. Logičko programiranje i ekspertni sustavi (2 pitanja)

9 (P) Zadana je logička formula  $\forall x \forall y \left( \left( \exists z (P(z, y) \wedge R(x, z)) \vee R(x, y) \right) \rightarrow P(x, y) \right)$ . **Koji od navedenih stavaka Prologa odgovara navedenoj formuli i proceduralno je ispravan?**

- ☐ A  $p(X, Y) :- r(X, Y); (p(Z, Y), r(X, Z)).$     ☐ C  $p(X, Y) :- r(X, Y), (p(Z, Y); r(X, Z)).$   
☐ B  $p(X, Y) :- r(X, Y); (r(X, Z), p(Z, Y)).$     ☐ D  $p(X, Y) :- (r(X, Y); r(X, Z)), p(Z, Y).$

10 (T) Zaključivanje u ekspertnim sustavima može biti izvedeno kao ulančavanje unaprijed ili ulančavanje unazad. **U kojim je primjenama zaključivanje unazad bolji izbor od ulančavanja unaprijed?**

- ☐ A Kada ako-onda pravila imaju različite prioritete koji se mogu mijenjati tijekom zaključivanja  
☐ B Kada je znanje moguće dekomponirati u granule znanja i formalizirati ih ako-onda pravilima  
☐ C Kada novoizvedeni zaključci mogu invalidirati ranije izvedene zaključke  
☐ D Kada je broj mogućih hipoteza malen, a broj potpora (dokaza) za te hipoteze potencijalno velik

## 4. Modeliranje neizvjesnosti (2 pitanja)

11 (T) Neizrazita logika temelji se na teoriji neizrazitih skupova. **Koja je točno veza između neizrazite logike i neizrazitih skupova?**

- ☐ A Disjunkcija neizrazitih skupova  $P$  i  $Q$  jednaka je neizrazitom skupu sa  $\mu(x) = \max(\mu_P(x), \mu_Q(x))$   
☐ B Vrijednost  $\mu(x)$  je donja ograda vjerojatnosti da je atom  $P(x)$  istinit  
☐ C Atom  $P(x)$  istinit je za one i samo one elemente za koje  $\mu(x) \geq 0.5$   
☐ D Stupanj istinitosti atoma  $P(x)$  jednak je  $\mu_P(x)$ , tj. stupnju pripadnosti elementa  $x$  neizrazitom skupu  $P$

- 12 (R) Bayesovom shemom zaključujemo o vjerojatnosti da neka država provodi nuklearne pokuse. Apriornu vjerojatnost da država provodi nuklearne pokuse,  $P(N)$ , izračunavamo kao procjenu najveće izglednosti (MLE) na temelju informacije da je za devet od 195 država poznato da imaju nuklearno oružje te da svaka treća od njih aktivno provodi nuklearne pokuse. Kao dokaze provođenja nuklearnog pokusa koristimo podatak o detekciji snažne seizmičke aktivnosti ( $S$ ) te podatak o intenzivnoj proizvodnji obogaćenog uranija ( $U$ ). Znamo da je vjerojatnost detekcije seizmičke aktivnosti uslijed nuklearnog pokusa jednaka 0.6, a vjerojatnost seizmičke aktivnosti bez nuklearnog pokusa svega 0.002. Također znamo je vjerojatnost proizvodnje obogaćenog uranija ako je proveden nuklearni pokus 0.3, a ako nije proveden nuklearni pokus ta vjerojatnost iznosi 0.2. Izračunajte aposteriornu vjerojatnost provođenja nuklearnog pokusa, i to prvo samo uz dokaz  $U$ , a zatim uz dodatni dokaz  $S$ , pretpostavljajući pritom uvjetnu nezavisnost tih dvaju dokaza. **Koliko iznosi porast aposteriorne vjerojatnosti nakon dodavanja drugog dokaza?**

☐ A 0.714    ☐ B 0.785    ☐ C 0.853    ☐ D 0.897

## 5. Strojno učenje, umjetne neuronske mreže i podržano učenje (5 pitanja)

- 13 (R) Unaprijednu potpuno povezanu slojevitą neuronsku mrežu arhitekture  $3 \times 2 \times 2$  sa sigmoidnim prijenosnim funkcijama učimo preslikavanje  $R^3 \rightarrow R^2$ , odnosno skup primjeraka za učenje sadrži zapise oblika  $(x_1, x_2, x_3) \mapsto (y_1, y_2)$ . Trenutačne vrijednosti težina su:

$$\begin{aligned} w_{0,1}^{(1)} &= -1, w_{1,1}^{(1)} = 0.1, w_{2,1}^{(1)} = 1, w_{3,1}^{(1)} = 1, w_{0,2}^{(1)} = 0.5, w_{1,2}^{(1)} = 0.4, w_{2,2}^{(1)} = -2, w_{3,2}^{(1)} = 0.8, \\ w_{0,1}^{(2)} &= -0.4, w_{1,1}^{(2)} = -2, w_{2,1}^{(2)} = 1, w_{0,2}^{(2)} = 0.4, w_{1,2}^{(2)} = 1, w_{2,2}^{(2)} = 0.3. \end{aligned}$$

Primjerak koji trenutačno razmatramo je  $(-0.2, 0.1, -0.2) \mapsto (1, 0)$ . Učenje mreže provodi se postupkom propagacije pogreške unazad na temelju pojedinačnih primjeraka. Neka je iznos stope učenja jednak 10. Provedite postupak učenja za dani primjerak. **Koliko iznosi zbroj  $w_{1,2}^{(1)} + w_{3,1}^{(1)}$  nakon provedenih korekcija?** (Odgovori su zaokruženi na četiri decimale.)

☐ A 1.2627    ☐ B 1.5116    ☐ C 1.3137    ☐ D 1.3521

- 14 (P) Treniramo model stabla odluke na skupu podataka u kojemu, nažalost, ima i nešto šuma. Svjesni smo da prisustvo šuma može dovesti do prenaučivosti modela, pa smo odlučili primijeniti unakrsnu provjeru da bismo podrezali stablo odluke. Skup označenih primjera podijelili smo na skup za učenje  $D_u$  i skup za provjeru  $D_p$ , tako da  $D_u \cap D_p = \emptyset$ . Sada isprobavamo nekoliko različitih dubina stabla, od  $d = 1$  do  $d = 42$ . Ispitivanjem pogreške tih stabala različite dubine, zaključili smo da je optimalna dubina stabla  $d = 17$ . **Što to konkretno znači?**

- ☐ A Da su pogreške za stabla sa  $d = 16$  i  $d = 18$  veće i na skupu  $D_u$  i na skupu  $D_p$ , s time da su na skupu  $D_p$  očekivano veće nego na skupu  $D_u$
- ☐ B Da je pogreška na skupu  $D_p$  za stablo sa  $d = 17$  manja od pogreške na  $D_p$  za  $d < 17$  i  $d > 17$ , ali očekivano ta je pogreška na  $D_p$  veća od pogreške na skupu  $D_u$
- ☐ C Da je pogreška na skupu  $D_p$  za stablo sa  $d = 17$  veća od pogreške za isto to stablo na skupu  $D_u$ , ali veća od pogreške za bilo koju drugu dubinu stabla  $d$  na skupu  $D_p$
- ☐ D Da stablo za  $d = 17$  ostvaruje najmanju pogrešku na skupu  $D_u$ , dok na skupu  $D_p$  stablo ostvaruje uvijek veću pogrešku, s maksimumom pogreške za  $d = 1$

- 15 (R) Raspoložemo skupom primjera za “*Nezaboravno jadransko ljeto 2025., odmah nakon pandemije koronavirusa*”. Skup se sastoji od sljedećih primjera, svaki sa 4 značajke (Mjesto, Otok, Smještaj, Prijevoz) i ciljnom oznakom  $y$ :

| $i$ | Mjesto    | Otok | Smještaj | Prijevoz | $y$ |
|-----|-----------|------|----------|----------|-----|
| 1   | Istra     | ne   | privatni | avion    | da  |
| 2   | Dalmacija | da   | hotel    | auto     | da  |
| 3   | Istra     | ne   | privatni | auto     | da  |
| 4   | Dalmacija | da   | hotel    | bus      | da  |
| 5   | Kvarner   | ne   | kamp     | bus      | ne  |
| 6   | Istra     | da   | hotel    | avion    | ne  |
| 7   | Kvarner   | ne   | privatni | auto     | ne  |

Primijenite na ovaj skup primjera algoritam ID3. U slučaju da je u nekom koraku više značajki ima jednaku vrijednost informacijske dobiti, izaberite onu koja je u tablici navedena prva (ona ljevijsa). **Kako izgleda dobiveno stablo odluke?**

- ☐ A Korijski čvor stabla je Smještaj, a njegovo dijete je čvor Mjesto s informacijskom dobiti 0.918
- ☐ B Korijski čvor stabla je Mjesto, a njegovo dijete je čvor Otok s informacijskom dobiti 0.251
- ☐ C Korijski čvor stabla je Smještaj, a njegovo dijete je čvor Mjesto s informacijskom dobiti 0.251
- ☐ D Korijski čvor stabla je Mjesto, a njegovo dijete je čvor Otok s informacijskom dobiti 0.918

**16** (P) Na računalu implementiramo unaprijednu potpuno povezanu slojevitú umjetnu neuronsku mrežu arhitekture  $3 \times 20 \times 10 \times 5 \times 2$ . Neuronu kao prijenosne funkcije koriste zglobnicu. U memoriji težine mreže čuvaju se kao tip double koji zauzima 8 okteta. **Koliki je ukupni utrošak memorije za parametre ove mreže?**

- ☐ A 2856
- ☐ B 4218
- ☐ C 2560
- ☐ D 5096

**17** (T) U modelu podržanog učenja, i politika agenta i okolina mogu biti ili stohastičke ili determinističke. Neka je politika agenta deterministička, a okolina neka je stohastička. **Na što se u tom slučaju svodi nova vrijednost kod učenja algoritmom vrednovanja politike?**

- ☐ A  $v_{k+1}(s) \leftarrow \sum_{s'} p(s'|s, a) \cdot [r(s, a, s') + \gamma \cdot v_k(s')]$
- ☐ B  $v_{k+1}(s) \leftarrow \sum_a \pi(a|s) \cdot [r(s, a, s') + \gamma \cdot v_k(s')]$
- ☐ C  $v_{k+1}(s) \leftarrow \sum_a \pi(a|s) \sum_{s'} p(s'|s, a) \cdot r(s, a, s')$
- ☐ D  $v_{k+1}(s) \leftarrow r(s, a, s') + \gamma \cdot v_k(s')$

## 6. Prirodom inspirirani optimizacijski algoritmi (3 pitanja)

**18** (R) Minimum funkcije  $f(x, y, z) = |x + 4| + |y - 3| + |z + 2| + xz$ . pronalazi se genetskim algoritmom ostvarenim u obliku jednostavne troturnirske selekcije. Svaka varijabla je pri tome ostvarena s 2 bita te se pretražuje cjelobrojno područje:  $x$  iz intervala  $[0, 3]$ , a  $y$  i  $z$  iz intervala  $[-1, 2]$ . U kromosomu najprije dolaze bitovi od  $x$ , pa od  $y$ , pa od  $z$ . U jednom koraku odabrana su sljedeća tri kromosoma:  $K_1 = 000101$ ,  $K_2 = 100001$ ,  $K_3 = 001011$ . Kao funkcija dobrote koristi se negirana funkcija  $f$ , dakle dobrota od  $(x, y, z)$  je jednaka  $-f(x, y, z)$ . Koristi se križanje s jednom točkom prijeloma na polovici kromosoma. **Izračunajte dobrotu djeteta koje će biti vraćeno u populaciju.** Pretpostavite da prilikom križanja mutacija uvijek promijeni zadnji bit kromosoma (onaj najdesniji). Ako operator križanja generira više djece, u populaciju će se vratiti najbolje od generirane djece.

- ☐ A -6
- ☐ B -12
- ☐ C -11
- ☐ D -10

**19** (T) Selekcija, križanje i mutacija tri su osnovna operatora genetičkih algoritama. Križanje i mutacija međusobno su komplementarni, i da bi optimizacija bila učinkovita tipično su potrebna oba ova operatora. **U kojem su smislu križanje i mutacija međusobno komplementarni?**

- ☐ A Mutacija povećava dobrotu rješenja u lokalnom optimumu, a križanje u globalnom optimumu
- ☐ B Križanje povećava dobrotu rješenja, dok mutacija osigurava da se ne izgube najbolja rješenja pronađena u prethodnim generacijama
- ☐ C Mutacija povećava, a križanje smanjuje vjerojatnost selekcije najboljih rješenja
- ☐ D Križanje potencijalno poboljšava već nađena dobra rješenja, a mutacija potencijalno sprječava zaglavljivanje u lokalnim optimumima

**20** (P) Ako kod algoritma Ant System postavimo  $\tau_0$  na vrijednost koja je puno veća od količine feromonskih tragova koju deponira jedan mrav, **što će biti posljedica?**

- ☐ A Algoritam će izgubiti mogućnost istraživanja kvalitetnih rješenja
- ☐ B Isparavanje feromonskih tragova će biti preveliko
- ☐ C Algoritam će rapidno konvergirati prema globalnom optimumu
- ☐ D Algoritam će dugo vremena istraživati nasumične puteve, prije no što se mravi fokusiraju na neke puteve

## Uvod u umjetnu inteligenciju – pismeni ispit (2021./2022.) – NEKORIGIRANA VERZIJA –

Ispit se sastoji od **20 pitanja** i ukupno nosi **20 bodova**. Točan odgovor nosi 1 bod a netočan  $-1/3$  boda. Trajanje ispita je **150 minuta**. Primjerak ispita trebate predati zajedno sa svojim rješenjima.

### 1. Pretraživanje prostora stanja i igranje igara (4 pitanja)

- 1** (R) Razmatramo igru dvaju minimax-igrača. Stablo igre definirano je prijelazima  $\text{succ}(A) = \{B, C, D\}$ ,  $\text{succ}(B) = \{E, F\}$ ,  $\text{succ}(C) = \{G, H\}$ ,  $\text{succ}(D) = \{I, J\}$ ,  $\text{succ}(G) = \text{succ}(F) = \{K, L\}$ ,  $\text{succ}(H) = \text{succ}(E) = \text{succ}(I) = \{M, N\}$  te  $\text{succ}(J) = \{O, P\}$ . Igrač MAX koristi heuristiku  $h_1$ , a igrač MIN heuristiku  $h_2$ . Vrijednosti heuristika su sljedeće (obje heuristike definiraju dobit dotičnog igrača):

|       | E | F  | G | H | I  | J | K  | L | M  | N  | O | P  |
|-------|---|----|---|---|----|---|----|---|----|----|---|----|
| $h_1$ | 1 | -2 | 3 | 2 | 0  | 5 | -1 | 0 | -2 | -1 | 0 | 2  |
| $h_2$ | 0 | 5  | 2 | 4 | -1 | 2 | 3  | 2 | 1  | -1 | 1 | -2 |

Oba igrača pretražuju najviše dva poteza unaprijed (jedan svoj i jedan suparnički). Igru započinje igrač MAX u stanju A. **Kroz koja stanja će se razvijati igra?**

- ☐ A A, C, G, ...    ☐ B A, D, J, ...    ☐ C A, C, H, ...    ☐ D A, D, I, ...

- 2** (P) Funkcijom  $f$  definirane su operacije nad skupom stanja  $S = \{a, b, c, d, e\}$  na sljedeći način:  $f(a) = \{b, c, d\}$ ,  $f(b) = \{c\}$ ,  $f(c) = \{a, d, e\}$ ,  $f(d) = \{e\}$ ,  $f(e) = \emptyset$ . Početno stanje je  $a$ , a ciljno stanje je  $e$ . **Koji je redoslijed ispitivanja čvorova iterativnog pretraživanja u dubinu?** Pretpostavite leksikografski poredak između čvorova.

- ☐ A a, a, b, c, c, a, d, e    ☐ B a, a, b, c, d, a, b, c, c, a, d, e    ☐ C a, a, b, c, d, c, a, d, e    ☐ D a, a, b, c, a, b, c, d, d, e

- 3** (R) Prostor stanja pretražujemo algoritmom  $A^*$ . Skup stanja je  $S = \{a, b, c, d, e, f\}$ , a funkcija sljedbenika je  $\text{succ}(a) = \{(b, 2), (c, 2)\}$ ,  $\text{succ}(b) = \{(c, 5), (d, 2)\}$ ,  $\text{succ}(c) = \{(d, 1), (f, 20)\}$ ,  $\text{succ}(d) = \{(e, 2)\}$ ,  $\text{succ}(e) = \{(f, 14)\}$  te  $\text{succ}(f) = \emptyset$ . Heurističke vrijednosti stanja su  $h(a) = 16$ ,  $h(b) = 6$ ,  $h(c) = 14$ ,  $h(d) = 4$ ,  $h(e) = 2$ ,  $h(f) = 0$ . Početno stanje je  $a$ , a ciljno  $f$ . Izvedite korake algoritma  $A^*$ , bilježeći u svakom koraku sadržaj liste otvorenih čvorova  $O$  i skupa zatvorenih čvorova  $C$ . U nultom koraku algoritma vrijedi  $O = [(a, 0)]$  i  $C = \emptyset$ . **Koji je sadržaj liste  $O$  i skupa  $C$  nakon šestog koraka izvođenja algoritma?**

- ☐ A  $O = [(e, 2), (f, 0)]$ ,  $C = \{(a, 16), (b, 6), (c, 14), (d, 3)\}$   
☐ B  $O = [(e, 5), (f, 20)]$ ,  $C = \{(a, 0), (b, 2), (c, 2), (d, 3)\}$   
☐ C  $O = [(e, 5), (f, 22)]$ ,  $C = \{(a, 0), (b, 2), (c, 7), (d, 3)\}$   
☐ D Algoritam ne dostiže šesti korak

- 4** (T) Dio definicije problema pretraživanja prostora stanja jest funkcija sljedbenika,  $\text{succ} : S \rightarrow \wp(S)$ , koja definira prijelaze između stanja. Tu funkciju možemo definirati eksplicitno ili implicitno. **Koja je prednost implicitne definicije funkcije sljedbenika nad eksplicitnom definicijom?**

- ☐ A Eksplicitna definicija u praksi nije moguća kada je broj stanja prevelik, i tada je lakše implicitno (algoritamski) definirati na koje se sve načine stanje može promijeniti kako bi se dobilo iduće stanje  
☐ B Eksplicitna definicija nije moguća ako je skup stanja beskonačan ili ako u prostoru stanja postoje ciklusi, dok to nije problem s implicitnom definicijom, pod uvjetom da u skupu stanja postoji barem jedno ciljno stanje  
☐ C Implicitna definicija lako se može proširiti pokazivačem na roditeljski čvor, što je potrebno za rekonstrukciju rješenja, dok je kod eksplicitne definicije za to potrebno dodatno pohranjivati otvorene čvorove  
☐ D Implicitna definicija koristi skup operatora koji definiraju sljedbenička stanja, čime se osigurava potpunost algoritma pretraživanja, dok s eksplicitnom definicijom algoritam može zaglaviti u beskonačnoj petlji

## 2. Prikazivanje znanja i automatsko zaključivanje (4 pitanja)

- 5 (T) Unifikacija je postupak svođenja izraza  $K_1$  i  $K_2$  iz FOL na identičan oblik primjenom odgovarajuće supstitucije varijabli, koju nazivamo “unifikator”. Postupak unifikacije ključan je za zaključivanje u FOL. Neka  $\alpha$ ,  $\beta$  i  $\theta$  označavaju supstitucije, a “ $\circ$ ” kompoziciju dviju supstitucija. Što mora vrijediti, a da je supstitucija  $\theta$  najopćenitiji zajednički unifikator (MGU)?

- ☐ A  $\forall\beta\exists\alpha((K_1\alpha = K_2\alpha) \rightarrow (\beta = \theta \circ \alpha))$     ☐ C  $\forall\alpha((K_1\alpha = K_2\alpha) \rightarrow \exists\beta(\alpha = \theta \circ \beta))$   
☐ B  $\forall\alpha\forall\beta((K_1\theta = K_2\theta) \rightarrow (\theta = \alpha \circ \beta))$     ☐ D  $\exists\alpha((K_1\alpha = K_2\alpha) \rightarrow \forall\beta(\theta = \alpha \circ \beta))$

- 6 (R) Zadane su premise: “Ivo voli sve vrste hrane. Jabuka i piletna su hrana. Branko jede lješnjake i nije mu zlo od njih. Vesna jede sve što i Branko. Ako netko nešto jede i nije mu od toga zlo, onda je to hrana.” Formalizirajte ove premise u FOL i pretvorite ih u klauzule. Pritom koristite  $V(x, y)$  za “ $x$  voli  $y$ ”,  $J(x, y)$  za “ $x$  jede  $y$ ”, “ $Z(x, y)$ ” za “ $x$ -u je zlo od  $y$ ”, i “ $H(x)$ ” “ $x$  je hrana”. Zatim rezolucijom opovrgavanjem uz strategiju skupa potpore dokažite cilj *Ivo voli lješnjake*. Koliko je minimalno koraka (primjena rezolucijskog pravila) potrebno za dokaz?

- ☐ A 3    ☐ B 6    ☐ C 4    ☐ D 5

- 7 (T) Rezolucija opovrgavanjem je ispravno i potpuno pravilo zaključivanja u FOL. Što to znači?

- ☐ A Kad god je skup premisa konzistentan, rezolucijsko pravilo izvodi NIL klauzulu  
☐ B Ako formula nije logička posljedica, onda to ne možemo dokazati rezolucijom opovrgavanjem  
☐ C Postupak završava u konačnom broju koraka s odlukom je li formula logička posljedica premisa ili nije  
☐ D Postupak izvodi klauzulu NIL ako i samo ako je cilj logička posljedica premisa

- 8 (P) Ispravnost je važno svojstvo pravila zaključivanja. Koje je od sljedećih pravila zaključivanja ispravno?

- ☐ A  $B, A \rightarrow B \vdash A$     ☐ B  $A \vee B \vdash B$     ☐ C  $A \rightarrow (B \rightarrow C) \vdash (A \wedge B) \rightarrow C$     ☐ D  $A \vdash A \wedge B$

## 3. Logičko programiranje i ekspertni sustavi (2 pitanja)

- 9 (P) Zadana je logička formula  $\forall x\forall y((\exists z(P(z, y) \wedge R(x, z)) \vee R(x, y)) \rightarrow P(x, y))$ . Koji od navedenih stavaka Prologa odgovara navedenoj formuli i proceduralno je ispravan?

- ☐ A  $p(X, Y) :- r(X, Y), (p(Z, Y); r(X, Z)).$     ☐ C  $p(X, Y) :- r(X, Y); (r(X, Z), p(Z, Y)).$   
☐ B  $p(X, Y) :- (p(Z, Y), r(X, Z)); r(X, Y).$     ☐ D  $p(X, Y) :- (r(X, Z); p(Z, Y)), r(X, Y).$

- 10 (T) Zaključivanje u ekspertnim sustavima može biti izvedeno kao ulančavanje unaprijed ili ulančavanje unazad. U kojim je primjenama zaključivanje unazad bolji izbor od ulančavanja unaprijed?

- ☐ A Kada je znanje moguće dekomponirati u granule znanja i formalizirati ih ako-onda pravilima  
☐ B Kada ako-onda pravila imaju različite prioritete koji se mogu mijenjati tijekom zaključivanja  
☐ C Kada je broj mogućih hipoteza malen, a broj potpora (dokaza) za te hipoteze potencijalno velik  
☐ D Kada novoizvedeni zaključci mogu invalidirati ranije izvedene zaključke

## 4. Modeliranje neizvjesnosti (2 pitanja)

- 11 (T) Neizrazita logika temelji se na teoriji neizrazitih skupova. Koja je točno veza između neizrazite logike i neizrazitih skupova?

- ☐ A Stupanj istinitosti atoma  $P(x)$  jednak je  $\mu_P(x)$ , tj. stupnju pripadnosti elementa  $x$  neizrazitom skupu  $P$   
☐ B Atom  $P(x)$  istinit je za one i samo one elemente za koje  $\mu(x) \geq 0.5$   
☐ C Disjunkcija neizrazitih skupova  $P$  i  $Q$  jednaka je neizrazitom skupu sa  $\mu(x) = \max(\mu_P(x), \mu_Q(x))$   
☐ D Vrijednost  $\mu(x)$  je donja ograda vjerojatnosti da je atom  $P(x)$  istinit

- 12 (R) Bayesovom shemom zaključujemo o vjerojatnosti da neka država provodi nuklearne pokuse. Apriornu vjerojatnost da država provodi nuklearne pokuse,  $P(N)$ , izračunavamo kao procjenu najveće izglednosti (MLE) na temelju informacije da je za devet od 195 država poznato da imaju nuklearno oružje te da svaka treća od njih aktivno provodi nuklearne pokuse. Kao dokaze provođenja nuklearnog pokusa koristimo podatak o detekciji snažne seizmičke aktivnosti ( $S$ ) te podatak o intenzivnoj proizvodnji obogaćenog uranija ( $U$ ). Znamo da je vjerojatnost detekcije seizmičke aktivnosti uslijed nuklearnog pokusa jednaka 0.8, a vjerojatnost seizmičke aktivnosti bez nuklearnog pokusa svega 0.002. Također znamo je vjerojatnost proizvodnje obogaćenog uranija ako je proveden nuklearni pokus 0.5, a ako nije proveden nuklearni pokus ta vjerojatnost iznosi 0.1. Izračunajte aposteriornu vjerojatnost provođenja nuklearnog pokusa, i to prvo samo uz dokaz  $U$ , a zatim uz dodatni dokaz  $S$ , pretpostavljajući pritom uvjetnu nezavisnost tih dvaju dokaza. **Koliko iznosi porast aposteriorne vjerojatnosti nakon dodavanja drugog dokaza?**

☐ A 0.897   ☐ B 0.785   ☐ C 0.714   ☐ D 0.853

## 5. Strojno učenje, umjetne neuronske mreže i podržano učenje (5 pitanja)

- 13 (R) Raspoložemo skupom primjera za “*Nezaboravno jadransko ljeto 2025., odmah nakon pandemije koronavirusa*”. Skup se sastoji od sljedećih primjera, svaki sa 4 značajke (Mjesto, Otok, Smještaj, Prijevoz) i ciljnom oznakom  $y$ :

| $i$ | Mjesto    | Otok | Smještaj | Prijevoz | $y$ |
|-----|-----------|------|----------|----------|-----|
| 1   | Istra     | ne   | privatni | avion    | da  |
| 2   | Dalmacija | da   | hotel    | auto     | da  |
| 3   | Istra     | ne   | privatni | auto     | da  |
| 4   | Dalmacija | da   | hotel    | bus      | da  |
| 5   | Kvarner   | ne   | kamp     | bus      | ne  |
| 6   | Istra     | da   | hotel    | avion    | ne  |
| 7   | Kvarner   | ne   | privatni | auto     | ne  |

Primijenite na ovaj skup primjera algoritam ID3. U slučaju da je u nekom koraku više značajki ima jednaku vrijednost informacijske dobiti, izaberite onu koja je u tablici navedena prva (ona ljevija). **Kako izgleda dobiveno stablo odluke?**

- ☐ A Korijski čvor stabla je Smještaj, a njegovo dijete je čvor Mjesto s informacijskom dobiti 0.918
- ☐ B Korijski čvor stabla je Mjesto, a njegovo dijete je čvor Otok s informacijskom dobiti 0.251
- ☐ C Korijski čvor stabla je Smještaj, a njegovo dijete je čvor Mjesto s informacijskom dobiti 0.251
- ☐ D Korijski čvor stabla je Mjesto, a njegovo dijete je čvor Otok s informacijskom dobiti 0.918
- 14 (P) Na računalu implementiramo unaprijednu potpuno povezanu slojevitú umjetnu neuronsku mrežu arhitekture  $3 \times 20 \times 10 \times 5 \times 2$ . Neuronu kao prijenosne funkcije koriste zglobnicu. U memoriji težine mreže čuvaju se kao tip double koji zauzima 8 okteta. **Koliki je ukupni utrošak memorije za parametre ove mreže?**

☐ A 2856   ☐ B 4218   ☐ C 2560   ☐ D 5096

- 15 (R) Unaprijednu potpuno povezanu slojevitú neuronsku mrežu arhitekture  $3 \times 2 \times 2$  sa sigmoidnim prijenosnim funkcijama učimo preslikavanje  $R^3 \rightarrow R^2$ , odnosno skup primjeraka za učenje sadrži zapise oblika  $(x_1, x_2, x_3) \mapsto (y_1, y_2)$ . Trenutačne vrijednosti težina su:

$$w_{0,1}^{(1)} = -1, w_{1,1}^{(1)} = 0.1, w_{2,1}^{(1)} = 1, w_{3,1}^{(1)} = 1, w_{0,2}^{(1)} = 0.5, w_{1,2}^{(1)} = 0.4, w_{2,2}^{(1)} = -2, w_{3,2}^{(1)} = 0.8,$$

$$w_{0,1}^{(2)} = -0.4, w_{1,1}^{(2)} = -2, w_{2,1}^{(2)} = 1, w_{0,2}^{(2)} = 0.4, w_{1,2}^{(2)} = 1, w_{2,2}^{(2)} = 0.3.$$

Primjerak koji trenutačno razmatramo je  $(-0.2, 0.1, -0.2) \mapsto (0, 1)$ . Učenje mreže provodi se postupkom propagacije pogreške unazad na temelju pojedinačnih primjeraka. Neka je iznos stope učenja jednak 10. Provedite postupak učenja za dani primjerak. **Koliko iznosi zbroj  $w_{1,2}^{(1)} + w_{3,1}^{(1)}$  nakon provedenih korekcija?** (Odgovori su zaokruženi na četiri decimale.)

☐ A 1.3137   ☐ B 1.3417   ☐ C 1.2627   ☐ D 1.5116

**16** (P) Treniramo model stabla odluke na skupu podataka u kojemu, nažalost, ima i nešto šuma. Svjesni smo da prisustvo šuma može dovesti do prenaučivosti modela, pa smo odlučili primijeniti unakrsnu provjeru da bismo podrezali stablo odluke. Skup označenih primjera podijelili smo na skup za učenje  $D_u$  i skup za provjeru  $D_p$ , tako da  $D_u \cap D_p = \emptyset$ . Sada isprobavamo nekoliko različitih dubina stabla, od  $d = 1$  do  $d = 42$ . Ispitivanjem pogreške tih stabala različite dubine, zaključili smo da je optimalna dubina stabla  $d = 17$ . **Što to konkretno znači?**

- ☐ A Da su pogreške za stabla sa  $d = 16$  i  $d = 18$  veće i na skupu  $D_u$  i na skupu  $D_p$ , s time da su na skupu  $D_p$  očekivano veće nego na skupu  $D_u$
- ☐ B Da je pogreška na skupu  $D_p$  za stablo sa  $d = 17$  manja od pogreške na  $D_p$  za  $d < 17$  i  $d > 17$ , ali očekivano ta je pogreška na  $D_p$  veća od pogreške na skupu  $D_u$
- ☐ C Da je pogreška na skupu  $D_p$  za stablo sa  $d = 17$  veća od pogreške za isto to stablo na skupu  $D_u$ , ali veća od pogreške za bilo koju drugu dubinu stabla  $d$  na skupu  $D_p$
- ☐ D Da stablo za  $d = 17$  ostvaruje najmanju pogrešku na skupu  $D_u$ , dok na skupu  $D_p$  stablo ostvaruje uvijek veću pogrešku, s maksimumom pogreške za  $d = 1$

**17** (T) U modelu podržanog učenja, i politika agenta i okolina mogu biti ili stohastičke ili determinističke. Neka je politika agenta stohastička, a okolina neka je deterministička. **Na što se u tom slučaju svodi nova vrijednost kod učenja algoritmom vrednovanja politike?**

- ☐ A  $v_{k+1}(s) \leftarrow \sum_a \pi(a|s) \cdot [r(s, a, s') + \gamma \cdot v_k(s')]$
- ☐ B  $v_{k+1}(s) \leftarrow \sum_{s'} p(s'|s, a) \cdot [r(s, a, s') + \gamma \cdot v_k(s')]$
- ☐ C  $v_{k+1}(s) \leftarrow r(s, a, s') + \gamma \cdot v_k(s')$
- ☐ D  $v_{k+1}(s) \leftarrow \sum_a \pi(a|s) \sum_{s'} p(s'|s, a) \cdot r(s, a, s')$

## 6. Prirodom inspirirani optimizacijski algoritmi (3 pitanja)

**18** (P) Ako kod algoritma Ant System postavimo  $\tau_0$  na vrijednost koja je puno veća od količine feromonskih tragova koju deponira jedan mrav, **što će biti posljedica?**

- ☐ A Algoritam će dugo vremena istraživati nasumične puteve, prije no što se mravi fokusiraju na neke puteve
- ☐ B Isparavanje feromonskih tragova će biti preveliko
- ☐ C Algoritam će rapidno konvergirati prema globalnom optimumu
- ☐ D Algoritam će izgubiti mogućnost istraživanja kvalitetnih rješenja

**19** (R) Minimum funkcije  $f(x, y, z) = |x + 2| + |y - 3| + |z + 2| + xz$ . pronalazi se genetskim algoritmom ostvarenim u obliku jednostavne troturnirske selekcije. Svaka varijabla je pri tome ostvarena s 2 bita te se pretražuje cjelobrojno područje:  $x$  iz intervala  $[0, 3]$ , a  $y$  i  $z$  iz intervala  $[-1, 2]$ . U kromosomu najprije dolaze bitovi od  $x$ , pa od  $y$ , pa od  $z$ . U jednom koraku odabrana su sljedeća tri kromosoma:  $K_1 = 000101$ ,  $K_2 = 100001$ ,  $K_3 = 001011$ . Kao funkcija dobrote koristi se negirana funkcija  $f$ , dakle dobrota od  $(x, y, z)$  je jednaka  $-f(x, y, z)$ . Koristi se križanje s jednom točkom prijeloma na polovici kromosoma. **Izračunajte dobrotu djeteta koje će biti vraćeno u populaciju.** Pretpostavite da prilikom križanja mutacija uvijek promijeni zadnji bit kromosoma (onaj najdesniji). Ako operator križanja generira više djece, u populaciju će se vratiti najbolje od generirane djece.

- ☐ A -9
- ☐ B -7
- ☐ C -1
- ☐ D -4

**20** (T) Selekcija, križanje i mutacija tri su osnovna operatora genetičkih algoritama. Križanje i mutacija međusobno su komplementarni, i da bi optimizacija bila učinkovita tipično su potrebna oba ova operatora. **U kojem su smislu križanje i mutacija međusobno komplementarni?**

- ☐ A Križanje potencijalno poboljšava već nađena dobra rješenja, a mutacija potencijalno sprječava zaglavljivanje u lokalnim optimumima
- ☐ B Mutacija povećava, a križanje smanjuje vjerojatnost selekcije najboljih rješenja
- ☐ C Mutacija povećava dobrotu rješenja u lokalnom optimumu, a križanje u globalnom optimumu
- ☐ D Križanje povećava dobrotu rješenja, dok mutacija osigurava da se ne izgube najbolja rješenja pronađena u prethodnim generacijama



## Uvod u umjetnu inteligenciju – pismeni ispit (2021./2022.) – NEKORIGIRANA VERZIJA –

Ispit se sastoji od **20 pitanja** i ukupno nosi **20 bodova**. Točan odgovor nosi 1 bod a netočan  $-1/3$  boda. Trajanje ispita je **150 minuta**. Primjerak ispita trebate predati zajedno sa svojim rješenjima.

### 1. Pretraživanje prostora stanja i igranje igara (4 pitanja)

- 1** (P) Funkcijom  $f$  definirane su operacije nad skupom stanja  $S = \{a, b, c, d, e\}$  na sljedeći način:  $f(a) = \{b, c, d\}$ ,  $f(b) = \{c\}$ ,  $f(c) = \{a, d, e\}$ ,  $f(d) = \{e\}$ ,  $f(e) = \emptyset$ . Početno stanje je  $a$ , a ciljno stanje je  $e$ . **Koji je redoslijed ispitivanja čvorova iterativnog pretraživanja u dubinu?** Pretpostavite leksikografski poredak između čvorova.

☐ A  $a, a, b, c, a, d, e$     ☐ B  $a, a, b, c, a, b, c, d, d, e$     ☐ C  $a, a, b, c, a, b, c, a, b, c, \dots$     ☐ D  $a, a, b, c, d, a, b, c, c, a, d, e$

- 2** (T) Dio definicije problema pretraživanja prostora stanja jest funkcija sljedbenika,  $\text{succ} : S \rightarrow \wp(S)$ , koja definira prijelaze između stanja. Tu funkciju možemo definirati eksplicitno ili implicitno. **Koja je prednost implicitne definicije funkcije sljedbenika nad eksplicitnom definicijom?**

- ☐ A Eksplicitna definicija nije moguća ako je skup stanja beskonačan ili ako u prostoru stanja postoje ciklusi, dok to nije problem s implicitnom definicijom, pod uvjetom da u skupu stanja postoji barem jedno ciljno stanje
- ☐ B Implicitna definicija koristi skup operatora koji definiraju sljedbenička stanja, čime se osigurava potpunost algoritma pretraživanja, dok s eksplicitnom definicijom algoritam može zaglaviti u beskonačnoj petlji
- ☐ C Eksplicitna definicija u praksi nije moguća kada je broj stanja prevelik, i tada je lakše implicitno (algoritamski) definirati na koje se sve načine stanje može promijeniti kako bi se dobilo iduće stanje
- ☐ D Implicitna definicija lako se može proširiti pokazivačem na roditeljski čvor, što je potrebno za rekonstrukciju rješenja, dok je kod eksplicitne definicije za to potrebno dodatno pohranjivati otvorene čvorove

- 3** (R) Prostor stanja pretražujemo algoritmom  $A^*$ . Skup stanja je  $S = \{a, b, c, d, e, f\}$ , a funkcija sljedbenika je  $\text{succ}(a) = \{(b, 2), (c, 2)\}$ ,  $\text{succ}(b) = \{(c, 5), (d, 2)\}$ ,  $\text{succ}(c) = \{(d, 1), (f, 20)\}$ ,  $\text{succ}(d) = \{(e, 2)\}$ ,  $\text{succ}(e) = \{(f, 14)\}$  te  $\text{succ}(f) = \emptyset$ . Heurističke vrijednosti stanja su  $h(a) = 16$ ,  $h(b) = 6$ ,  $h(c) = 14$ ,  $h(d) = 4$ ,  $h(e) = 2$ ,  $h(f) = 0$ . Početno stanje je  $a$ , a ciljno  $f$ . Izvedite korake algoritma  $A^*$ , bilježeći u svakom koraku sadržaj liste otvorenih čvorova  $O$  i skupa zatvorenih čvorova  $C$ . U nultom koraku algoritma vrijedi  $O = [(a, 0)]$  i  $C = \emptyset$ . **Koji je sadržaj liste  $O$  i skupa  $C$  nakon šestog koraka izvođenja algoritma?**

- ☐ A  $O = [(e, 5), (f, 20)]$ ,  $C = \{(a, 0), (b, 2), (c, 2), (d, 3)\}$
- ☐ B Algoritam ne dostiže šesti korak
- ☐ C  $O = [(e, 5), (f, 20)]$ ,  $C = \{(a, 0), (b, 2), (c, 7)\}$
- ☐ D  $O = [(e, 5), (f, 22)]$ ,  $C = \{(a, 0), (b, 2), (c, 7), (d, 3)\}$

- 4** (R) Razmatramo igru dvaju minimax-igrača. Stablo igre definirano je prijelazima  $\text{succ}(A) = \{B, C, D\}$ ,  $\text{succ}(B) = \{E, F\}$ ,  $\text{succ}(C) = \{G, H\}$ ,  $\text{succ}(D) = \{I, J\}$ ,  $\text{succ}(G) = \text{succ}(F) = \{K, L\}$ ,  $\text{succ}(H) = \text{succ}(E) = \text{succ}(I) = \{M, N\}$  te  $\text{succ}(J) = \{O, P\}$ . Igrač MAX koristi heuristiku  $h_1$ , a igrač MIN heuristiku  $h_2$ . Vrijednosti heuristika su sljedeće (obje heuristike definiraju dobit dotičnog igrača):

|       | $E$ | $F$ | $G$ | $H$ | $I$ | $J$ | $K$ | $L$ | $M$ | $N$ | $O$ | $P$ |
|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $h_1$ | 1   | -2  | 3   | 2   | 0   | 5   | -1  | 0   | -2  | -1  | 0   | 2   |
| $h_2$ | 0   | 5   | 2   | 4   | -1  | 2   | 3   | 2   | 1   | -1  | 1   | -2  |

Oba igrača pretražuju najviše dva poteza unaprijed (jedan svoj i jedan suparnički). Igru započinje igrač MAX u stanju  $A$ . **Kroz koja stanja će se razvijati igra?**

- ☐ A  $A, C, G, \dots$     ☐ B  $A, D, I, \dots$     ☐ C  $A, C, H, \dots$     ☐ D  $A, B, F, \dots$

## 2. Prikazivanje znanja i automatsko zaključivanje (4 pitanja)

- 5 (R) Zadane su premise: “Ivo voli sve vrste hrane. Jabuka i pileтина su hrana. Branko jede lješnjake i nije mu zlo od njih. Vesna jede sve što i Branko. Ako netko nešto jede i nije mu od toga zlo, onda je to hrana.” Formalizirajte ove premise u FOL i pretvorite ih u klauzule. Pritom koristite  $V(x, y)$  za “ $x$  voli  $y$ ”,  $J(x, y)$  za “ $x$  jede  $y$ ”, “ $Z(x, y)$ ” za “ $x$ -u je zlo od  $y$ ”, i “ $H(x)$ ” “ $x$  je hrana”. Zatim rezolucijom opovrgavanjem uz strategiju skupa potpore dokažite cilj *Ivo voli lješnjake*. **Koliko je minimalno koraka (primjena rezolucijskog pravila) potrebno za dokaz?**

☐ A 5   ☐ B 3   ☐ C 4   ☐ D 6

- 6 (T) Unifikacija je postupak svođenja izraza  $K_1$  i  $K_2$  iz FOL na identičan oblik primjenom odgovarajuće supstitucije varijabli, koju nazivamo “unifikator”. Postupak unifikacije ključan je za zaključivanje u FOL. Neka  $\alpha$ ,  $\beta$  i  $\theta$  označavaju supstitucije, a “ $\circ$ ” kompoziciju dviju supstitucija. **Što mora vrijediti, a da je supstitucija  $\theta$  najopćenitiji zajednički unifikator (MGU)?**

☐ A  $\forall \alpha \forall \beta ((K_1 \theta = K_2 \theta) \rightarrow (\theta = \alpha \circ \beta))$    ☐ C  $\exists \alpha ((K_1 \alpha = K_2 \alpha) \rightarrow \forall \beta (\theta = \alpha \circ \beta))$   
☐ B  $\forall \alpha ((K_1 \alpha = K_2 \alpha) \rightarrow \exists \beta (\alpha = \theta \circ \beta))$    ☐ D  $\forall \beta \exists \alpha ((K_1 \alpha = K_2 \alpha) \rightarrow (\beta = \theta \circ \alpha))$

- 7 (P) Ispravnost je važno svojstvo pravila zaključivanja. **Koje je od sljedećih pravila zaključivanja ispravno?**

☐ A  $A \rightarrow (B \rightarrow C) \vdash (A \wedge B) \rightarrow C$    ☐ B  $A \vee B \vdash B$    ☐ C  $A \rightarrow (B \rightarrow C) \vdash (A \vee B) \rightarrow C$    ☐ D  $A \vdash A \wedge B$

- 8 (T) Rezolucija opovrgavanjem je ispravno i potpuno pravilo zaključivanja u FOL. **Što to znači?**

- ☐ A Kad god je skup premisa konzistentan, rezolucijsko pravilo izvodi NIL klauzulu  
☐ B Postupak izvodi klauzulu NIL ako i samo ako je cilj logička posljedica premisa  
☐ C Ako formula nije logička posljedica, onda to ne možemo dokazati rezolucijom opovrgavanjem  
☐ D Postupak završava u konačnom broju koraka s odlukom je li formula logička posljedica premisa ili nije

## 3. Logičko programiranje i ekspertni sustavi (2 pitanja)

- 9 (T) Zaključivanje u ekspertnim sustavima može biti izvedeno kao ulančavanje unaprijed ili ulančavanje unazad. **U kojim je primjenama zaključivanje unazad bolji izbor od ulančavanja unaprijed?**

- ☐ A Kada novoizvedeni zaključci mogu invalidirati ranije izvedene zaključke  
☐ B Kada je znanje moguće dekomponirati u granule znanja i formalizirati ih ako–onda pravilima  
☐ C Kada ako–onda pravila imaju različite prioritete koji se mogu mijenjati tijekom zaključivanja  
☐ D Kada je broj mogućih hipoteza malen, a broj potpora (dokaza) za te hipoteze potencijalno velik

- 10 (P) Zadana je logička formula  $\forall x \forall y ((\exists z (P(z, y) \wedge R(x, z)) \vee R(x, y)) \rightarrow P(x, y))$ . **Koji od navedenih stavaka Prologa odgovara navedenoj formuli i proceduralno je ispravan?**

☐ A  $p(X, Y) :- r(X, Y), (r(X, Z); p(Z, Y)).$    ☐ C  $p(X, Y) :- (p(Z, Y), r(X, Z)); r(X, Y).$   
☐ B  $p(X, Y) :- r(X, Y); p(Z, Y); r(X, Z).$    ☐ D  $p(X, Y) :- r(X, Y); (r(X, Z), p(Z, Y)).$

## 4. Modeliranje neizvjesnosti (2 pitanja)

- 11 (R) Bayesovom shemom zaključujemo o vjerojatnosti da neka država provodi nuklearne pokuse. Apriornu vjerojatnost da država provodi nuklearne pokuse,  $P(N)$ , izračunavamo kao procjenu najveće izglednosti (MLE) na temelju informacije da je za devet od 195 država poznato da imaju nuklearno oružje te da svaka treća od njih aktivno provodi nuklearne pokuse. Kao dokaze provođenja nuklearnog pokusa koristimo podatak o detekciji snažne seizmičke aktivnosti ( $S$ ) te podatak o intenzivnoj proizvodnji obogaćenog uranija ( $U$ ). Znamo da je vjerojatnost detekcije seizmičke aktivnosti uslijed nuklearnog pokusa jednaka 0.6, a vjerojatnost seizmičke aktivnosti bez nuklearnog pokusa svega 0.002. Također znamo je vjerojatnost proizvodnje obogaćenog uranija ako je proveden nuklearni pokus 0.3, a ako nije proveden nuklearni pokus ta vjerojatnost iznosi 0.2. Izračunajte aposteriornu vjerojatnost provođenja nuklearnog pokusa, i to prvo samo uz dokaz  $U$ , a zatim uz dodatni dokaz  $S$ , pretpostavljajući pritom uvjetnu nezavisnost tih dva dokaza. **Koliko iznosi porast aposteriorne vjerojatnosti nakon dodavanja drugog dokaza?**

☐ A 0.714   ☐ B 0.897   ☐ C 0.785   ☐ D 0.853

- 12 (T) Neizrazita logika temelji se na teoriji neizrazitih skupova. **Koja je točno veza između neizrazite logike i neizrazitih skupova?**

- ☐ A Vrijednost  $\mu(x)$  je donja ograda vjerojatnosti da je atom  $P(x)$  istinit
- ☐ B Stupanj istinitosti atoma  $P(x)$  jednak je  $\mu_P(x)$ , tj. stupnju pripadnosti elementa  $x$  neizrazitom skupu  $P$
- ☐ C Atom  $P(x)$  istinit je za one i samo one elemente za koje  $\mu(x) \geq 0.5$
- ☐ D Disjunkcija neizrazitih skupova  $P$  i  $Q$  jednaka je neizrazitom skupu sa  $\mu(x) = \max(\mu_P(x), \mu_Q(x))$

## 5. Strojno učenje, umjetne neuronske mreže i podržano učenje (5 pitanja)

- 13 (P) Na računalu implementiramo unaprijednu potpuno povezanu slojevitú umjetnu neuronsku mrežu arhitekture  $3 \times 40 \times 10 \times 5 \times 2$ . Neuroni kao prijenosne funkcije koriste zglobnicu. U memoriji težine mreže čuvaju se kao tip double koji zauzima 8 okteta. **Koliki je ukupni utrošak memorije za parametre ove mreže?**

- ☐ A 2856   ☐ B 5096   ☐ C 8726   ☐ D 4640

- 14 (R) Unaprijednu potpuno povezanu slojevitú neuronsku mrežu arhitekture  $3 \times 2 \times 2$  sa sigmoidnim prijenosnim funkcijama učimo preslikavanje  $R^3 \rightarrow R^2$ , odnosno skup primjeraka za učenje sadrži zapise oblika  $(x_1, x_2, x_3) \mapsto (y_1, y_2)$ . Trenutačne vrijednosti težina su:

$$\begin{aligned} w_{0,1}^{(1)} &= -1, w_{1,1}^{(1)} = 0.1, w_{2,1}^{(1)} = 1, w_{3,1}^{(1)} = 1, w_{0,2}^{(1)} = 0.5, w_{1,2}^{(1)} = 0.4, w_{2,2}^{(1)} = -2, w_{3,2}^{(1)} = 0.8, \\ w_{0,1}^{(2)} &= -0.4, w_{1,1}^{(2)} = -2, w_{2,1}^{(2)} = 1, w_{0,2}^{(2)} = 0.4, w_{1,2}^{(2)} = 1, w_{2,2}^{(2)} = 0.3. \end{aligned}$$

Primjerak koji trenutačno razmatramo je  $(-0.2, 0.1, -0.2) \mapsto (0, 1)$ . Učenje mreže provodi se postupkom propagacije pogreške unazad na temelju pojedinačnih primjeraka. Neka je iznos stope učenja jednak 10. Provedite postupak učenja za dani primjerak. **Koliko iznosi zbroj  $w_{1,2}^{(1)} + w_{3,1}^{(1)}$  nakon provedenih korekcija?** (Odgovori su zaokruženi na četiri decimale.)

- ☐ A 1.3137   ☐ B 1.5116   ☐ C 1.2627   ☐ D 1.3417

- 15 (R) Raspoložemo skupom primjera za “*Nezaboravno jadransko ljeto 2025., odmah nakon pandemije koronavirusa*”. Skup se sastoji od sljedećih primjera, svaki sa 4 značajke (Mjesto, Otok, Smještaj, Prijevoz) i ciljnom oznakom  $y$ :

| $i$ | Mjesto    | Otok | Smještaj | Prijevoz | $y$ |
|-----|-----------|------|----------|----------|-----|
| 1   | Istra     | ne   | privatni | avion    | da  |
| 2   | Dalmacija | da   | hotel    | auto     | da  |
| 3   | Istra     | ne   | privatni | auto     | da  |
| 4   | Dalmacija | da   | hotel    | bus      | da  |
| 5   | Kvarner   | ne   | kamp     | bus      | ne  |
| 6   | Istra     | da   | hotel    | avion    | ne  |
| 7   | Kvarner   | ne   | privatni | auto     | ne  |

Primijenite na ovaj skup primjera algoritam ID3. U slučaju da je u nekom koraku više značajki ima jednaku vrijednost informacijske dobiti, izaberite onu koja je u tablici navedena prva (ona ljeviija). **Kako izgleda dobiveno stablo odluke?**

- ☐ A Korijski čvor stabla je Mjesto, a njegovo dijete je čvor Otok s informacijskom dobiti 0.918
- ☐ B Korijski čvor stabla je Smještaj, a njegovo dijete je čvor Mjesto s informacijskom dobiti 0.918
- ☐ C Korijski čvor stabla je Smještaj, a njegovo dijete je čvor Mjesto s informacijskom dobiti 0.251
- ☐ D Korijski čvor stabla je Mjesto, a njegovo dijete je čvor Otok s informacijskom dobiti 0.251

- 16 (P) Treniramo model stabla odluke na skupu podataka u kojemu, nažalost, ima i nešto šuma. Svjesni smo da prisustvo šuma može dovesti do prenaučivosti modela, pa smo odlučili primijeniti unakrsnu provjeru da bismo podrezali stablo odluke. Skup označenih primjera podijelili smo na skup za učenje  $D_u$  i skup za provjeru  $D_p$ , tako

da  $D_u \cap D_p = \emptyset$ . Sada isprobavamo nekoliko različitih dubina stabla, od  $d = 1$  do  $d = 42$ . Ispitivanjem pogreške tih stabala različite dubine, zaključili smo da je optimalna dubina stabla  $d = 17$ . **Što to konkretno znači?**

- ☐ A Da su pogreške za stabla sa  $d = 16$  i  $d = 18$  veće i na skupu  $D_u$  i na skupu  $D_p$ , s time da su na skupu  $D_p$  očekivano veće nego na skupu  $D_u$
- ☐ B Da je pogreška na skupu  $D_p$  za stablo sa  $d = 17$  manja od pogreške na  $D_p$  za  $d < 17$  i  $d > 17$ , ali očekivano ta je pogreška na  $D_p$  veća od pogreške na skupu  $D_u$
- ☐ C Da je pogreška na skupu  $D_p$  za stablo sa  $d = 17$  veća od pogreške za isto to stablo na skupu  $D_u$ , ali veća od pogreške za bilo koju drugu dubinu stabla  $d$  na skupu  $D_p$
- ☐ D Da stablo za  $d = 17$  ostvaruje najmanju pogrešku na skupu  $D_u$ , dok na skupu  $D_p$  stablo ostvaruje uvijek veću pogrešku, s maksimumom pogreške za  $d = 1$

**17** (T) U modelu podržanog učenja, i politika agenta i okolina mogu biti ili stohastičke ili determinističke. Neka je politika agenta stohastička, a okolina neka je deterministička. **Na što se u tom slučaju svodi nova vrijednost kod učenja algoritmom vrednovanja politike?**

- ☐ A  $v_{k+1}(s) \leftarrow \sum_{s'} p(s'|s, a) \cdot [r(s, a, s') + \gamma \cdot v_k(s')]$
- ☐ B  $v_{k+1}(s) \leftarrow r(s, a, s') + \gamma \cdot v_k(s')$
- ☐ C  $v_{k+1}(s) \leftarrow \sum_a \pi(a|s) \sum_{s'} p(s'|s, a) \cdot r(s, a, s')$
- ☐ D  $v_{k+1}(s) \leftarrow \sum_a \pi(a|s) \cdot [r(s, a, s') + \gamma \cdot v_k(s')]$

## 6. Prirodom inspirirani optimizacijski algoritmi (3 pitanja)

**18** (P) Ako kod algoritma Ant System postavimo  $\tau_0$  na vrijednost koja je puno manja od količine feromonskih tragova koju deponira jedan mrav, **što će biti posljedica?**

- ☐ A Algoritam će izgubiti mogućnost istraživanja kvalitetnih rješenja
- ☐ B Algoritam će dugo vremena istraživati nasumične puteve, prije no što se mravi fokusiraju na neke puteve
- ☐ C Algoritam će rapidno konvergirati prema globalnom optimumu
- ☐ D Isparavanje feromonskih tragova će biti preveliko

**19** (R) Minimum funkcije  $f(x, y, z) = (x+1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 + xz$ . pronalazi se genetskim algoritmom ostvarenim u obliku jednostavne troturnirske selekcije. Svaka varijabla je pri tome ostvarena s 2 bita te se pretražuje cjelobrojno područje:  $x$  iz intervala  $[0, 3]$ , a  $y$  i  $z$  iz intervala  $[-1, 2]$ . U kromosomu najprije dolaze bitovi od  $x$ , pa od  $y$ , pa od  $z$ . U jednom koraku odabrana su sljedeća tri kromosoma:  $K_1 = 000101$ ,  $K_2 = 100001$ ,  $K_3 = 001011$ . Kao funkcija dobrote koristi se negirana funkcija  $f$ , dakle dobrota od  $(x, y, z)$  je jednaka  $-f(x, y, z)$ . Koristi se križanje s jednom točkom prijeloma na polovici kromosoma. **Izračunajte dobrotu djeteta koje će biti vraćeno u populaciju.** Pretpostavite da prilikom križanja mutacija uvijek promijeni zadnji bit kromosoma (onaj najdesniji). Ako operator križanja generira više djece, u populaciju će se vratiti najbolje od generirane djece.

- ☐ A -21
- ☐ B -29
- ☐ C -26
- ☐ D -3

**20** (T) Selekcija, križanje i mutacija tri su osnovna operatora genetičkih algoritama. Križanje i mutacija međusobno su komplementarni, i da bi optimizacija bila učinkovita tipično su potrebna oba ova operatora. **U kojem su smislu križanje i mutacija međusobno komplementarni?**

- ☐ A Mutacija povećava, a križanje smanjuje vjerojatnost selekcije najboljih rješenja
- ☐ B Mutacija povećava dobrotu rješenja u lokalnom optimumu, a križanje u globalnom optimumu
- ☐ C Križanje potencijalno poboljšava već nađena dobra rješenja, a mutacija potencijalno sprječava zaglavljivanje u lokalnim optimumima
- ☐ D Križanje povećava dobrotu rješenja, dok mutacija osigurava da se ne izgube najbolja rješenja pronađena u prethodnim generacijama

## Uvod u umjetnu inteligenciju – pismeni ispit (2021./2022.) – NEKORIGIRANA VERZIJA –

Ispit se sastoji od **20 pitanja** i ukupno nosi **20 bodova**. Točan odgovor nosi 1 bod a netočan  $-1/3$  boda. Trajanje ispita je **150 minuta**. Primjerak ispita trebate predati zajedno sa svojim rješenjima.

### 1. Pretraživanje prostora stanja i igranje igara (4 pitanja)

- 1** (R) Razmatramo igru dvaju minimax-igrača. Stablo igre definirano je prijelazima  $\text{succ}(A) = \{B, C, D\}$ ,  $\text{succ}(B) = \{E, F\}$ ,  $\text{succ}(C) = \{G, H\}$ ,  $\text{succ}(D) = \{I, J\}$ ,  $\text{succ}(G) = \text{succ}(F) = \{K, L\}$ ,  $\text{succ}(H) = \text{succ}(E) = \text{succ}(I) = \{M, N\}$  te  $\text{succ}(J) = \{O, P\}$ . Igrač MAX koristi heuristiku  $h_1$ , a igrač MIN heuristiku  $h_2$ . Vrijednosti heuristika su sljedeće (obje heuristike definiraju dobit dotičnog igrača):

|       | E | F  | G | H | I  | J | K  | L | M  | N  | O | P  |
|-------|---|----|---|---|----|---|----|---|----|----|---|----|
| $h_1$ | 1 | -2 | 3 | 2 | 0  | 5 | -1 | 0 | -2 | -1 | 0 | 2  |
| $h_2$ | 0 | 5  | 2 | 4 | -1 | 2 | 3  | 2 | 1  | -1 | 1 | -2 |

Oba igrača pretražuju najviše dva poteza unaprijed (jedan svoj i jedan suparnički). Igru započinje igrač MAX u stanju A. **Kroz koja stanja će se razvijati igra?**

- ☐ A A, D, J, ...    ☐ B A, C, G, ...    ☐ C A, B, F, ...    ☐ D A, C, H, ...

- 2** (T) Dio definicije problema pretraživanja prostora stanja jest funkcija sljedbenika,  $\text{succ} : S \rightarrow \wp(S)$ , koja definira prijelaze između stanja. Tu funkciju možemo definirati eksplicitno ili implicitno. **Koja je prednost implicitne definicije funkcije sljedbenika nad eksplicitnom definicijom?**

- ☐ A Eksplicitna definicija u praksi nije moguća kada je broj stanja prevelik, i tada je lakše implicitno (algoritamski) definirati na koje se sve načine stanje može promijeniti kako bi se dobilo iduće stanje
- ☐ B Implicitna definicija koristi skup operatora koji definiraju sljedbenička stanja, čime se osigurava potpunost algoritma pretraživanja, dok s eksplicitnom definicijom algoritam može zaglaviti u beskonačnoj petlji
- ☐ C Eksplicitna definicija nije moguća ako je skup stanja beskonačan ili ako u prostoru stanja postoje ciklusi, dok to nije problem s implicitnom definicijom, pod uvjetom da u skupu stanja postoji barem jedno ciljno stanje
- ☐ D Implicitna definicija lako se može proširiti pokazivačem na roditeljski čvor, što je potrebno za rekonstrukciju rješenja, dok je kod eksplicitne definicije za to potrebno dodatno pohranjivati otvorene čvorove

- 3** (R) Prostor stanja pretražujemo algoritmom  $A^*$ . Skup stanja je  $S = \{a, b, c, d, e, f\}$ , a funkcija sljedbenika je  $\text{succ}(a) = \{(b, 2), (c, 2)\}$ ,  $\text{succ}(b) = \{(c, 5), (d, 2)\}$ ,  $\text{succ}(c) = \{(d, 1), (f, 20)\}$ ,  $\text{succ}(d) = \{(e, 2)\}$ ,  $\text{succ}(e) = \{(f, 14)\}$  te  $\text{succ}(f) = \emptyset$ . Heurističke vrijednosti stanja su  $h(a) = 16$ ,  $h(b) = 6$ ,  $h(c) = 14$ ,  $h(d) = 4$ ,  $h(e) = 2$ ,  $h(f) = 0$ . Početno stanje je  $a$ , a ciljno  $f$ . Izvedite korake algoritma  $A^*$ , bilježeći u svakom koraku sadržaj liste otvorenih čvorova  $O$  i skupa zatvorenih čvorova  $C$ . U nultom koraku algoritma vrijedi  $O = [(a, 0)]$  i  $C = \emptyset$ . **Koji je sadržaj liste  $O$  i skupa  $C$  nakon šestog koraka izvođenja algoritma?**

- ☐ A Algoritam ne dostiže šesti korak
- ☐ B  $O = [(e, 5), (f, 20)]$ ,  $C = \{(a, 0), (b, 2), (c, 2), (d, 3)\}$
- ☐ C  $O = [(e, 5), (f, 22)]$ ,  $C = \{(a, 0), (b, 2), (c, 7), (d, 3)\}$
- ☐ D  $O = [(e, 5), (f, 20)]$ ,  $C = \{(a, 0), (b, 2), (c, 7)\}$

- 4** (P) Funkcijom  $f$  definirane su operacije nad skupom stanja  $S = \{a, b, c, d, e\}$  na sljedeći način:  $f(a) = \{b, c, d\}$ ,  $f(b) = \{c\}$ ,  $f(c) = \{a, d, e\}$ ,  $f(d) = \{e\}$ ,  $f(e) = \emptyset$ . Početno stanje je  $a$ , a ciljno stanje je  $e$ . **Koji je redoslijed ispitivanja čvorova iterativnog pretraživanja u dubinu?** Pretpostavite leksikografski poredak između čvorova.

- ☐ A a, a, b, c, c, a, d, e    ☐ B a, a, b, c, d, a, b, c, c, a, d, e    ☐ C a, a, b, c, a, b, c, a, b, c, ...    ☐ D a, a, b, c, a, d, e

## 2. Prikazivanje znanja i automatsko zaključivanje (4 pitanja)

- 5 (R) Zadane su premise: “Ivo voli sve vrste hrane. Jabuka i pilešina su hrana. Branko jede lješnjake i nije mu zlo od njih. Vesna jede sve što i Branko. Ako netko nešto jede i nije mu od toga zlo, onda je to hrana.” Formalizirajte ove premise u FOL i pretvorite ih u klauzule. Pritom koristite  $V(x, y)$  za “ $x$  voli  $y$ ”,  $J(x, y)$  za “ $x$  jede  $y$ ”, “ $Z(x, y)$ ” za “ $x$ -u je zlo od  $y$ ”, i “ $H(x)$ ” “ $x$  je hrana”. Zatim rezolucijom opovrgavanjem uz strategiju skupa potpore dokažite cilj *Ivo voli lješnjake*. **Koliko je minimalno koraka (primjena rezolucijskog pravila) potrebno za dokaz?**

☐ A 3   ☐ B 5   ☐ C 4   ☐ D 6

- 6 (P) Ispravnost je važno svojstvo pravila zaključivanja. **Koje je od sljedećih pravila zaključivanja ispravno?**

☐ A  $A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash C \rightarrow A$    ☐ C  $A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash C \rightarrow \neg A$   
☐ B  $A \rightarrow (B \rightarrow C) \vdash (A \wedge B) \rightarrow C$    ☐ D  $A \vdash A \wedge B$

- 7 (T) Unifikacija je postupak svođenja izraza  $K_1$  i  $K_2$  iz FOL na identičan oblik primjenom odgovarajuće supstitucije varijabli, koju nazivamo “unifikator”. Postupak unifikacije ključan je za zaključivanje u FOL. Neka  $\alpha$ ,  $\beta$  i  $\theta$  označavaju supstitucije, a “ $\circ$ ” kompoziciju dviju supstitucija. **Što mora vrijediti, a da je supstitucija  $\theta$  najopćenitiji zajednički unifikator (MGU)?**

☐ A  $\forall \alpha \forall \beta ((K_1 \theta = K_2 \theta) \rightarrow (\theta = \alpha \circ \beta))$    ☐ C  $\exists \alpha ((K_1 \alpha = K_2 \alpha) \rightarrow \forall \beta (\theta = \alpha \circ \beta))$   
☐ B  $\forall \beta \exists \alpha ((K_1 \alpha = K_2 \alpha) \rightarrow (\beta = \theta \circ \alpha))$    ☐ D  $\forall \alpha ((K_1 \alpha = K_2 \alpha) \rightarrow \exists \beta (\alpha = \theta \circ \beta))$

- 8 (T) Rezolucija opovrgavanjem je ispravno i potpuno pravilo zaključivanja u FOL. **Što to znači?**

- ☐ A Postupak izvodi klauzulu NIL ako i samo ako je cilj logička posljedica premisa  
☐ B Ako formula nije logička posljedica, onda to ne možemo dokazati rezolucijom opovrgavanjem  
☐ C Kad god je skup premisa konzistentan, rezolucijsko pravilo izvodi NIL klauzulu  
☐ D Postupak završava u konačnom broju koraka s odlukom je li formula logička posljedica premisa ili nije

## 3. Logičko programiranje i ekspertni sustavi (2 pitanja)

- 9 (T) Zaključivanje u ekspertnim sustavima može biti izvedeno kao ulančavanje unaprijed ili ulančavanje unazad. **U kojim je primjenama zaključivanje unazad bolji izbor od ulančavanja unaprijed?**

- ☐ A Kada je znanje moguće dekomponirati u granule znanja i formalizirati ih ako-onda pravilima  
☐ B Kada ako-onda pravila imaju različite prioritete koji se mogu mijenjati tijekom zaključivanja  
☐ C Kada novoizvedeni zaključci mogu invalidirati ranije izvedene zaključke  
☐ D Kada je broj mogućih hipoteza malen, a broj potpora (dokaza) za te hipoteze potencijalno velik

- 10 (P) Zadana je logička formula  $\forall x \forall y ((\exists z (P(z, y) \wedge R(x, z)) \vee R(x, y)) \rightarrow P(x, y))$ . **Koji od navedenih stavaka Prologa odgovara navedenoj formuli i proceduralno je ispravan?**

☐ A  $p(X, Y) :- (r(X, Y); r(X, Z)), p(Z, Y).$    ☐ C  $p(X, Y) :- r(X, Y); (r(X, Z), p(Z, Y)).$   
☐ B  $p(X, Y) :- r(X, Y), (p(Z, Y); r(X, Z)).$    ☐ D  $p(X, Y) :- r(X, Y); p(Z, Y); r(X, Z).$

## 4. Modeliranje neizvjesnosti (2 pitanja)

- 11 (T) Neizrazita logika temelji se na teoriji neizrazitih skupova. **Koja je točno veza između neizrazite logike i neizrazitih skupova?**

- ☐ A Atom  $P(x)$  istinit je za one i samo one elemente za koje  $\mu(x) \geq 0.5$   
☐ B Stupanj istinitosti atoma  $P(x)$  jednak je  $\mu_P(x)$ , tj. stupnju pripadnosti elementa  $x$  neizrazitom skupu  $P$   
☐ C Vrijednost  $\mu(x)$  je donja ograda vjerojatnosti da je atom  $P(x)$  istinit  
☐ D Disjunkcija neizrazitih skupova  $P$  i  $Q$  jednaka je neizrazitom skupu sa  $\mu(x) = \max(\mu_P(x), \mu_Q(x))$

- 12 (R) Bayesovom shemom zaključujemo o vjerojatnosti da neka država provodi nuklearne pokuse. Apriornu vjerojatnost da država provodi nuklearne pokuse,  $P(N)$ , izračunavamo kao procjenu najveće izglednosti (MLE) na temelju informacije da je za devet od 195 država poznato da imaju nuklearno oružje te da svaka treća od njih aktivno provodi nuklearne pokuse. Kao dokaze provođenja nuklearnog pokusa koristimo podatak o detekciji snažne seizmičke aktivnosti ( $S$ ) te podatak o intenzivnoj proizvodnji obogaćenog uranija ( $U$ ). Znamo da je vjerojatnost detekcije seizmičke aktivnosti uslijed nuklearnog pokusa jednaka 0.8, a vjerojatnost seizmičke aktivnosti bez nuklearnog pokusa svega 0.002. Također znamo je vjerojatnost proizvodnje obogaćenog uranija ako je proveden nuklearni pokus 0.5, a ako nije proveden nuklearni pokus ta vjerojatnost iznosi 0.1. Izračunajte aposteriornu vjerojatnost provođenja nuklearnog pokusa, i to prvo samo uz dokaz  $U$ , a zatim uz dodatni dokaz  $S$ , pretpostavljajući pritom uvjetnu nezavisnost tih dvaju dokaza. **Koliko iznosi porast aposteriorne vjerojatnosti nakon dodavanja drugog dokaza?**

☐ A 0.714    ☐ B 0.897    ☐ C 0.853    ☐ D 0.785

## 5. Strojno učenje, umjetne neuronske mreže i podržano učenje (5 pitanja)

- 13 (R) Unaprijednu potpuno povezanu slojevitą neuronsku mrežu arhitekture  $3 \times 2 \times 2$  sa sigmoidnim prijenosnim funkcijama učimo preslikavanje  $R^3 \rightarrow R^2$ , odnosno skup primjeraka za učenje sadrži zapise oblika  $(x_1, x_2, x_3) \mapsto (y_1, y_2)$ . Trenutačne vrijednosti težina su:

$$\begin{aligned} w_{0,1}^{(1)} &= -1, w_{1,1}^{(1)} = 0.1, w_{2,1}^{(1)} = 1, w_{3,1}^{(1)} = 1, w_{0,2}^{(1)} = 0.5, w_{1,2}^{(1)} = 0.4, w_{2,2}^{(1)} = -2, w_{3,2}^{(1)} = 0.8 \\ w_{0,1}^{(2)} &= -0.4, w_{1,1}^{(2)} = -2, w_{2,1}^{(2)} = 1, w_{0,2}^{(2)} = 0.4, w_{1,2}^{(2)} = 1, w_{2,2}^{(2)} = 0.3. \end{aligned}$$

Primjerak koji trenutačno razmatramo je  $(0.2, -0.1, 0.2) \mapsto (0, 1)$ . Učenje mreže provodi se postupkom propagacije pogreške unazad na temelju pojedinačnih primjeraka. Neka je iznos stope učenja jednak 10. Provedite postupak učenja za dani primjerak. **Koliko iznosi zbroj  $w_{1,2}^{(1)} + w_{3,1}^{(1)}$  nakon provedenih korekcija?** (Odgovori su zaokruženi na četiri decimale.)

☐ A 1.3521    ☐ B 1.3137    ☐ C 1.2627    ☐ D 1.4767

- 14 (R) Raspoložemo skupom primjera za “*Nezaboravno jadransko ljeto 2025., odmah nakon pandemije koronavirusa*”. Skup se sastoji od sljedećih primjera, svaki sa 4 značajke (Mjesto, Otok, Smještaj, Prijevoz) i ciljnom oznakom  $y$ :

| $i$ | Mjesto    | Otok | Smještaj | Prijevoz | $y$ |
|-----|-----------|------|----------|----------|-----|
| 1   | Istra     | ne   | privatni | avion    | da  |
| 2   | Dalmacija | da   | hotel    | auto     | da  |
| 3   | Istra     | ne   | privatni | auto     | da  |
| 4   | Dalmacija | da   | hotel    | bus      | da  |
| 5   | Kvarner   | ne   | kamp     | bus      | ne  |
| 6   | Istra     | da   | hotel    | avion    | ne  |
| 7   | Kvarner   | ne   | privatni | auto     | ne  |

Primijenite na ovaj skup primjera algoritam ID3. U slučaju da je u nekom koraku više značajki ima jednaku vrijednost informacijske dobiti, izaberite onu koja je u tablici navedena prva (ona ljeviija). **Kako izgleda dobiveno stablo odluke?**

- ☐ A Korijenski čvor stabla je Smještaj, a njegovo dijete je čvor Mjesto s informacijskom dobiti 0.251
- ☐ B Korijenski čvor stabla je Mjesto, a njegovo dijete je čvor Otok s informacijskom dobiti 0.918
- ☐ C Korijenski čvor stabla je Mjesto, a njegovo dijete je čvor Otok s informacijskom dobiti 0.251
- ☐ D Korijenski čvor stabla je Smještaj, a njegovo dijete je čvor Mjesto s informacijskom dobiti 0.918
- 15 (P) Treniramo model stabla odluke na skupu podataka u kojemu, nažalost, ima i nešto šuma. Svjesni smo da prisustvo šuma može dovesti do prenaučenosti modela, pa smo odlučili primijeniti unakrsnu provjeru da bismo podrezali stablo odluke. Skup označenih primjera podijelili smo na skup za učenje  $D_u$  i skup za provjeru  $D_p$ , tako

da  $D_u \cap D_p = \emptyset$ . Sada isprobavamo nekoliko različitih dubina stabla, od  $d = 1$  do  $d = 42$ . Ispitivanjem pogreške tih stabala različite dubine, zaključili smo da je optimalna dubina stabla  $d = 17$ . **Što to konkretno znači?**

- ☐ A Da je pogreška na skupu  $D_p$  za stablo sa  $d = 17$  manja od pogreške na  $D_p$  za  $d < 17$  i  $d > 17$ , ali očekivano ta je pogreška na  $D_p$  veća od pogreške na skupu  $D_u$
- ☐ B Da stablo za  $d = 17$  ostvaruje najmanju pogrešku na skupu  $D_u$ , dok na skupu  $D_p$  stablo ostvaruje uvijek veću pogrešku, s maksimumom pogreške za  $d = 1$
- ☐ C Da je pogreška na skupu  $D_p$  za stablo sa  $d = 17$  veća od pogreške za isto to stablo na skupu  $D_u$ , ali veća od pogreške za bilo koju drugu dubinu stabla  $d$  na skupu  $D_p$
- ☐ D Da su pogreške za stabla sa  $d = 16$  i  $d = 18$  veće i na skupu  $D_u$  i na skupu  $D_p$ , s time da su na skupu  $D_p$  očekivano veće nego na skupu  $D_u$

**16** (P) Na računalu implementiramo unaprijednu potpuno povezanu slojevitu umjetnu neuronsku mrežu arhitekture  $3 \times 40 \times 10 \times 5 \times 2$ . Neuron kao prijenosne funkcije koriste zglobovnicu. U memoriji težine mreže čuvaju se kao tip double koji zauzima 8 okteta. **Koliki je ukupni utrošak memorije za parametre ove mreže?**

- ☐ A 5096   ☐ B 4640   ☐ C 2856   ☐ D 8726

**17** (T) U modelu podržanog učenja, i politika agenta i okolina mogu biti ili stohastičke ili determinističke. Neka je politika agenta deterministička, a okolina neka je stohastička. **Na što se u tom slučaju svodi nova vrijednost kod učenja algoritmom vrednovanja politike?**

- ☐ A  $v_{k+1}(s) \leftarrow \sum_a \pi(a|s) \sum_{s'} p(s'|s, a) \cdot r(s, a, s')$    ☐ C  $v_{k+1}(s) \leftarrow \sum_{s'} p(s'|s, a) \cdot [r(s, a, s') + \gamma \cdot v_k(s')]$
- ☐ B  $v_{k+1}(s) \leftarrow \sum_a \pi(a|s) \cdot [r(s, a, s') + \gamma \cdot v_k(s')]$    ☐ D  $v_{k+1}(s) \leftarrow r(s, a, s') + \gamma \cdot v_k(s')$

## 6. Prirodom inspirirani optimizacijski algoritmi (3 pitanja)

**18** (R) Minimum funkcije  $f(x, y, z) = |x + 4| + |y - 3| + |z + 2| + xz$ . pronalazi se genetskim algoritmom ostvarenim u obliku jednostavne troturnirske selekcije. Svaka varijabla je pri tome ostvarena s 2 bita te se pretražuje cjelobrojno područje:  $x$  iz intervala  $[0, 3]$ , a  $y$  i  $z$  iz intervala  $[-1, 2]$ . U kromosomu najprije dolaze bitovi od  $x$ , pa od  $y$ , pa od  $z$ . U jednom koraku odabrana su sljedeća tri kromosoma:  $K_1 = 000101$ ,  $K_2 = 100001$ ,  $K_3 = 001011$ . Kao funkcija dobrote koristi se negirana funkcija  $f$ , dakle dobrota od  $(x, y, z)$  je jednaka  $-f(x, y, z)$ . Koristi se križanje s jednom točkom prijeloma na polovici kromosoma. **Izračunajte dobrotu djeteta koje će biti vraćeno u populaciju.** Pretpostavite da prilikom križanja mutacija uvijek promijeni zadnji bit kromosoma (onaj najdesniji). Ako operator križanja generira više djece, u populaciju će se vratiti najbolje od generirane djece.

- ☐ A -10   ☐ B -6   ☐ C -12   ☐ D -11

**19** (P) Ako kod algoritma Ant System postavimo  $\tau_0$  na vrijednost koja je puno veća od količine feromonskih tragova koju deponira jedan mrav, **što će biti posljedica?**

- ☐ A Algoritam će izgubiti mogućnost istraživanja kvalitetnih rješenja
- ☐ B Algoritam će dugo vremena istraživati nasumične puteve, prije no što se mravi fokusiraju na neke puteve
- ☐ C Algoritam će rapidno konvergirati prema globalnom optimumu
- ☐ D Isparavanje feromonskih tragova će biti preveliko

**20** (T) Selekcija, križanje i mutacija tri su osnovna operatora genetičkih algoritama. Križanje i mutacija međusobno su komplementarni, i da bi optimizacija bila učinkovita tipično su potrebna oba ova operatora. **U kojem su smislu križanje i mutacija međusobno komplementarni?**

- ☐ A Mutacija povećava, a križanje smanjuje vjerojatnost selekcije najboljih rješenja
- ☐ B Križanje povećava dobrotu rješenja, dok mutacija osigurava da se ne izgube najbolja rješenja pronađena u prethodnim generacijama
- ☐ C Križanje potencijalno poboljšava već nađena dobra rješenja, a mutacija potencijalno sprječava zaglavljivanje u lokalnim optimumima
- ☐ D Mutacija povećava dobrotu rješenja u lokalnom optimumu, a križanje u globalnom optimumu



## Uvod u umjetnu inteligenciju – pismeni ispit (2021./2022.) – NEKORIGIRANA VERZIJA –

Ispit se sastoji od **20 pitanja** i ukupno nosi **20 bodova**. Točan odgovor nosi 1 bod a netočan  $-1/3$  boda. Trajanje ispita je **150 minuta**. Primjerak ispita trebate predati zajedno sa svojim rješenjima.

### 1. Pretraživanje prostora stanja i igranje igara (4 pitanja)

**1** (T) Dio definicije problema pretraživanja prostora stanja jest funkcija sljedbenika,  $\text{succ} : S \rightarrow \wp(S)$ , koja definira prijelaze između stanja. Tu funkciju možemo definirati eksplicitno ili implicitno. **Koja je prednost implicitne definicije funkcije sljedbenika nad eksplicitnom definicijom?**

- ☐ A Implicitna definicija lako se može proširiti pokazivačem na roditeljski čvor, što je potrebno za rekonstrukciju rješenja, dok je kod eksplicitne definicije za to potrebno dodatno pohranjivati otvorene čvorove
- ☐ B Implicitna definicija koristi skup operatora koji definiraju sljedbenička stanja, čime se osigurava potpunost algoritma pretraživanja, dok s eksplicitnom definicijom algoritam može zaglaviti u beskonačnoj petlji
- ☐ C Eksplicitna definicija nije moguća ako je skup stanja beskonačan ili ako u prostoru stanja postoje ciklusi, dok to nije problem s implicitnom definicijom, pod uvjetom da u skupu stanja postoji barem jedno ciljno stanje
- ☐ D Eksplicitna definicija u praksi nije moguća kada je broj stanja prevelik, i tada je lakše implicitno (algoritamski) definirati na koje se sve načine stanje može promijeniti kako bi se dobilo iduće stanje

**2** (R) Razmatramo igru dvaju minimax-igrača. Stablo igre definirano je prijelazima  $\text{succ}(A) = \{B, C, D\}$ ,  $\text{succ}(B) = \{E, F\}$ ,  $\text{succ}(C) = \{G, H\}$ ,  $\text{succ}(D) = \{I, J\}$ ,  $\text{succ}(G) = \text{succ}(F) = \{K, L\}$ ,  $\text{succ}(H) = \text{succ}(E) = \text{succ}(I) = \{M, N\}$  te  $\text{succ}(J) = \{O, P\}$ . Igrač MAX koristi heuristiku  $h_1$ , a igrač MIN heuristiku  $h_2$ . Vrijednosti heuristika su sljedeće (obje heuristike definiraju dobit dotičnog igrača):

|       | <i>E</i> | <i>F</i> | <i>G</i> | <i>H</i> | <i>I</i> | <i>J</i> | <i>K</i> | <i>L</i> | <i>M</i> | <i>N</i> | <i>O</i> | <i>P</i> |
|-------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| $h_1$ | 1        | -2       | 3        | 2        | 0        | 5        | -1       | 0        | -2       | -1       | 0        | 2        |
| $h_2$ | 0        | 5        | 2        | 4        | -1       | 2        | 3        | 2        | 1        | -1       | 1        | -2       |

Oba igrača pretražuju najviše dva poteza unaprijed (jedan svoj i jedan suparnički). Igru započinje igrač MAX u stanju *A*. **Kroz koja stanja će se razvijati igra?**

- ☐ A *A, D, J, ...*    ☐ B *A, C, G, ...*    ☐ C *A, C, H, ...*    ☐ D *A, D, I, ...*

**3** (R) Prostor stanja pretražujemo algoritmom  $A^*$ . Skup stanja je  $S = \{a, b, c, d, e, f\}$ , a funkcija sljedbenika je  $\text{succ}(a) = \{(b, 2), (c, 2)\}$ ,  $\text{succ}(b) = \{(c, 5), (d, 2)\}$ ,  $\text{succ}(c) = \{(d, 1), (f, 20)\}$ ,  $\text{succ}(d) = \{(e, 2)\}$ ,  $\text{succ}(e) = \{(f, 14)\}$  te  $\text{succ}(f) = \emptyset$ . Heurističke vrijednosti stanja su  $h(a) = 16$ ,  $h(b) = 6$ ,  $h(c) = 14$ ,  $h(d) = 4$ ,  $h(e) = 2$ ,  $h(f) = 0$ . Početno stanje je *a*, a ciljno *f*. Izvedite korake algoritma  $A^*$ , bilježeći u svakom koraku sadržaj liste otvorenih čvorova *O* i skupa zatvorenih čvorova *C*. U nultom koraku algoritma vrijedi  $O = [(a, 0)]$  i  $C = \emptyset$ . **Koji je sadržaj liste *O* i skupa *C* nakon šestog koraka izvođenja algoritma?**

- ☐ A  $O = [(e, 2), (f, 0)]$ ,  $C = \{(a, 16), (b, 6), (c, 14), (d, 3)\}$
- ☐ B  $O = [(c, 2), (f, 20)]$ ,  $C = \{(a, 0), (b, 2), (d, 4), (e, 6)\}$
- ☐ C Algoritam ne dostiže šesti korak
- ☐ D  $O = [(e, 5), (f, 20)]$ ,  $C = \{(a, 0), (b, 2), (c, 2), (d, 3)\}$

**4** (P) Funkcijom *f* definirane su operacije nad skupom stanja  $S = \{a, b, c, d\}$  na sljedeći način:  $f(a) = \{b, c\}$ ,  $f(b) = \{c\}$ ,  $f(c) = \{c, d\}$ . Početno stanje je *a*, a ciljno *d*. **Koji je redoslijed ispitivanja čvorova iterativnog pretraživanja u dubinu?** Pretpostavite leksikografski poredak između čvorova.

- ☐ A *a, a, b, c, c, c, ...*    ☐ B *a, a, b, c*    ☐ C *a, a, b, c, a, b, c, c, c, d*    ☐ D *a, a, b, c, c, d*

## 2. Prikazivanje znanja i automatsko zaključivanje (4 pitanja)

- 5 (P) Ispravnost je važno svojstvo pravila zaključivanja. **Koje je od sljedećih pravila zaključivanja ispravno?**
- ☐ A  $\neg A, A \rightarrow B \vdash \neg B$     ☐ B  $A \rightarrow (B \rightarrow C) \vdash (A \wedge B) \rightarrow C$     ☐ C  $A \vee B \vdash B$     ☐ D  $A \rightarrow (B \rightarrow C) \vdash (A \vee B) \rightarrow C$
- 6 (T) Rezolucija opovrgavanjem je ispravno i potpuno pravilo zaključivanja u FOL. **Što to znači?**
- ☐ A Ako formula nije logička posljedica, onda to ne možemo dokazati rezolucijom opovrgavanjem  
☐ B Postupak izvodi klauzulu NIL ako i samo ako je cilj logička posljedica premisa  
☐ C Kad god je skup premisa konzistentan, rezolucijsko pravilo izvodi NIL klauzulu  
☐ D Postupak završava u konačnom broju koraka s odlukom je li formula logička posljedica premisa ili nije
- 7 (R) Zadane su premise: “Ivo voli sve vrste hrane. Jabuka i piletina su hrana. Branko jede lješnjake i nije mu zlo od njih. Vesna jede sve što i Branko. Ako netko nešto jede i nije mu od toga zlo, onda je to hrana.” Formalizirajte ove premise u FOL i pretvorite ih u klauzule. Pritom koristite  $V(x, y)$  za “ $x$  voli  $y$ ”,  $J(x, y)$  za “ $x$  jede  $y$ ”, “ $Z(x, y)$ ” za “ $x$ -u je zlo od  $y$ ”, i “ $H(x)$ ” “ $x$  je hrana”. Zatim rezolucijom opovrgavanjem uz strategiju skupa potpore dokažite cilj *Ivo voli lješnjake*. **Koliko je minimalno koraka (primjena rezolucijskog pravila) potrebno za dokaz?**
- ☐ A 3    ☐ B 4    ☐ C 6    ☐ D 5
- 8 (T) Unifikacija je postupak svodenja izraza  $K_1$  i  $K_2$  iz FOL na identičan oblik primjenom odgovarajuće supstitucije varijabli, koju nazivamo “unifikator”. Postupak unifikacije ključan je za zaključivanje u FOL. Neka  $\alpha$ ,  $\beta$  i  $\theta$  označavaju supstitucije, a “ $\circ$ ” kompoziciju dviju supstitucija. **Što mora vrijediti, a da je supstitucija  $\theta$  najopćenitiji zajednički unifikator (MGU)?**
- ☐ A  $\forall \alpha \forall \beta ((K_1 \theta = K_2 \theta) \rightarrow (\theta = \alpha \circ \beta))$     ☐ C  $\forall \alpha ((K_1 \alpha = K_2 \alpha) \rightarrow \exists \beta (\alpha = \theta \circ \beta))$   
☐ B  $\forall \beta \exists \alpha ((K_1 \alpha = K_2 \alpha) \rightarrow (\beta = \theta \circ \alpha))$     ☐ D  $\exists \alpha ((K_1 \alpha = K_2 \alpha) \rightarrow \forall \beta (\theta = \alpha \circ \beta))$

## 3. Logičko programiranje i ekspertni sustavi (2 pitanja)

- 9 (T) Zaključivanje u ekspertnim sustavima može biti izvedeno kao ulančavanje unaprijed ili ulančavanje unazad. **U kojim je primjenama zaključivanje unazad bolji izbor od ulančavanja unaprijed?**
- ☐ A Kada je znanje moguće dekomponirati u granule znanja i formalizirati ih ako–onda pravilima  
☐ B Kada je broj mogućih hipoteza malen, a broj potpora (dokaza) za te hipoteze potencijalno velik  
☐ C Kada novoizvedeni zaključci mogu invalidirati ranije izvedene zaključke  
☐ D Kada ako–onda pravila imaju različite prioritete koji se mogu mijenjati tijekom zaključivanja
- 10 (P) Zadana je logička formula  $\forall x \forall y ((\exists z (P(z, y) \wedge R(x, z)) \vee R(x, y)) \rightarrow P(x, y))$ . **Koji od navedenih stavaka Prologa odgovara navedenoj formuli i proceduralno je ispravan?**
- ☐ A  $p(X, Y) :- r(X, Y), (r(X, Z); p(Z, Y)).$     ☐ C  $p(X, Y) :- (r(X, Z); p(Z, Y)), r(X, Y).$   
☐ B  $p(X, Y) :- r(X, Y); (p(Z, Y), r(X, Z)).$     ☐ D  $p(X, Y) :- r(X, Y); (r(X, Z), p(Z, Y)).$

## 4. Modeliranje neizvjesnosti (2 pitanja)

- 11 (R) Bayesovom shemom zaključujemo o vjerojatnosti da neka država provodi nuklearne pokuse. Apriornu vjerojatnost da država provodi nuklearne pokuse,  $P(N)$ , izračunavamo kao procjenu najveće izglednosti (MLE) na temelju informacije da je za devet od 195 država poznato da imaju nuklearno oružje te da svaka treća od njih aktivno provodi nuklearne pokuse. Kao dokaze provođenja nuklearnog pokusa koristimo podatak o detekciji snažne seizmičke aktivnosti ( $S$ ) te podatak o intenzivnoj proizvodnji obogaćenog uranija ( $U$ ). Znamo da je vjerojatnost detekcije seizmičke aktivnosti uslijed nuklearnog pokusa jednaka 0.8, a vjerojatnost seizmičke aktivnosti bez nuklearnog pokusa svega 0.002. Također znamo je vjerojatnost proizvodnje obogaćenog uranija ako je proveden nuklearni pokus 0.5, a ako nije proveden nuklearni pokus ta vjerojatnost iznosi 0.1. Izračunajte aposteriornu vjerojatnost provođenja nuklearnog pokusa, i to prvo samo uz dokaz  $U$ , a zatim uz dodatni dokaz  $S$ , pretpostavljajući pritom uvjetnu nezavisnost tih dvaju dokaza. **Koliko iznosi porast aposteriorne vjerojatnosti nakon dodavanja drugog dokaza?**
- ☐ A 0.853    ☐ B 0.785    ☐ C 0.897    ☐ D 0.714

- 12 (T) Neizrazita logika temelji se na teoriji neizrazitih skupova. **Koja je točno veza između neizrazite logike i neizrazitih skupova?**

- ☐ A Atom  $P(x)$  istinit je za one i samo one elemente za koje  $\mu(x) \geq 0.5$
- ☐ B Stupanj istinitosti atoma  $P(x)$  jednak je  $\mu_P(x)$ , tj. stupnju pripadnosti elementa  $x$  neizrazitom skupu  $P$
- ☐ C Disjunkcija neizrazitih skupova  $P$  i  $Q$  jednaka je neizrazitom skupu sa  $\mu(x) = \max(\mu_P(x), \mu_Q(x))$
- ☐ D Vrijednost  $\mu(x)$  je donja ograda vjerojatnosti da je atom  $P(x)$  istinit

## 5. Strojno učenje, umjetne neuronske mreže i podržano učenje (5 pitanja)

- 13 (P) Na računalu implementiramo unaprijednu potpuno povezanu slojevitú umjetnu neuronsku mrežu arhitekture  $3 \times 40 \times 10 \times 5 \times 2$ . Neuroni kao prijenosne funkcije koriste zglobnicu. U memoriji težine mreže čuvaju se kao tip double koji zauzima 8 okteta. **Koliki je ukupni utrošak memorije za parametre ove mreže?**

- ☐ A 4640 ☐ B 8726 ☐ C 2856 ☐ D 5096

- 14 (R) Unaprijednu potpuno povezanu slojevitú neuronsku mrežu arhitekture  $3 \times 2 \times 2$  sa sigmoidnim prijenosnim funkcijama učimo preslikavanje  $R^3 \rightarrow R^2$ , odnosno skup primjeraka za učenje sadrži zapise oblika  $(x_1, x_2, x_3) \mapsto (y_1, y_2)$ . Trenutačne vrijednosti težina su:

$$\begin{aligned} w_{0,1}^{(1)} &= -1, w_{1,1}^{(1)} = 0.1, w_{2,1}^{(1)} = 1, w_{3,1}^{(1)} = 1, w_{0,2}^{(1)} = 0.5, w_{1,2}^{(1)} = 0.4, w_{2,2}^{(1)} = -2, w_{3,2}^{(1)} = 0.8, \\ w_{0,1}^{(2)} &= -0.4, w_{1,1}^{(2)} = -2, w_{2,1}^{(2)} = 1, w_{0,2}^{(2)} = 0.4, w_{1,2}^{(2)} = 1, w_{2,2}^{(2)} = 0.3. \end{aligned}$$

Primjerak koji trenutačno razmatramo je  $(-0.2, 0.1, -0.2) \mapsto (1, 0)$ . Učenje mreže provodi se postupkom propagacije pogreške unazad na temelju pojedinačnih primjeraka. Neka je iznos stope učenja jednak 10. Provedite postupak učenja za dani primjerak. **Koliko iznosi zbroj  $w_{1,2}^{(1)} + w_{3,1}^{(1)}$  nakon provedenih korekcija?** (Odgovori su zaokruženi na četiri decimale.)

- ☐ A 1.2627 ☐ B 1.3521 ☐ C 1.5116 ☐ D 1.3137

- 15 (R) Raspoložemo skupom primjera za “*Nezaboravno jadransko ljeto 2025., odmah nakon pandemije koronavirusa*”. Skup se sastoji od sljedećih primjera, svaki sa 4 značajke (Mjesto, Otok, Smještaj, Prijevoz) i ciljnom oznakom  $y$ :

| $i$ | Mjesto    | Otok | Smještaj | Prijevoz | $y$ |
|-----|-----------|------|----------|----------|-----|
| 1   | Istra     | ne   | privatni | avion    | da  |
| 2   | Dalmacija | da   | hotel    | auto     | da  |
| 3   | Istra     | ne   | privatni | auto     | da  |
| 4   | Dalmacija | da   | hotel    | bus      | da  |
| 5   | Kvarner   | ne   | kamp     | bus      | ne  |
| 6   | Istra     | da   | hotel    | avion    | ne  |
| 7   | Kvarner   | ne   | privatni | auto     | ne  |

Primijenite na ovaj skup primjera algoritam ID3. U slučaju da je u nekom koraku više značajki ima jednaku vrijednost informacijske dobiti, izaberite onu koja je u tablici navedena prva (ona ljeviija). **Kako izgleda dobiveno stablo odluke?**

- ☐ A Korijski čvor stabla je Smještaj, a njegovo dijete je čvor Mjesto s informacijskom dobti 0.918
- ☐ B Korijski čvor stabla je Mjesto, a njegovo dijete je čvor Otok s informacijskom dobti 0.251
- ☐ C Korijski čvor stabla je Smještaj, a njegovo dijete je čvor Mjesto s informacijskom dobti 0.251
- ☐ D Korijski čvor stabla je Mjesto, a njegovo dijete je čvor Otok s informacijskom dobti 0.918

- 16 (P) Treniramo model stabla odluke na skupu podataka u kojemu, nažalost, ima i nešto šuma. Svjesni smo da prisustvo šuma može dovesti do prenaučenosti modela, pa smo odlučili primijeniti unakrsnu provjeru da bismo podrezali stablo odluke. Skup označenih primjera podijelili smo na skup za učenje  $D_u$  i skup za provjeru  $D_p$ , tako

da  $D_u \cap D_p = \emptyset$ . Sada isprobavamo nekoliko različitih dubina stabla, od  $d = 1$  do  $d = 42$ . Ispitivanjem pogreške tih stabala različite dubine, zaključili smo da je optimalna dubina stabla  $d = 17$ . **Što to konkretno znači?**

- ☐ A Da je pogreška na skupu  $D_p$  za stablo sa  $d = 17$  manja od pogreške na  $D_p$  za  $d < 17$  i  $d > 17$ , ali očekivano ta je pogreška na  $D_p$  veća od pogreške na skupu  $D_u$
- ☐ B Da su pogreške za stabla sa  $d = 16$  i  $d = 18$  veće i na skupu  $D_u$  i na skupu  $D_p$ , s time da su na skupu  $D_p$  očekivano veće nego na skupu  $D_u$
- ☐ C Da je pogreška na skupu  $D_p$  za stablo sa  $d = 17$  veća od pogreške za isto to stablo na skupu  $D_u$ , ali veća od pogreške za bilo koju drugu dubinu stabla  $d$  na skupu  $D_p$
- ☐ D Da stablo za  $d = 17$  ostvaruje najmanju pogrešku na skupu  $D_u$ , dok na skupu  $D_p$  stablo ostvaruje uvijek veću pogrešku, s maksimumom pogreške za  $d = 1$

**17** (T) U modelu podržanog učenja, i politika agenta i okolina mogu biti ili stohastičke ili determinističke. Neka je politika agenta stohastička, a okolina neka je deterministička. **Na što se u tom slučaju svodi nova vrijednost kod učenja algoritmom vrednovanja politike?**

- ☐ A  $v_{k+1}(s) \leftarrow \sum_a \pi(a|s) \cdot [r(s, a, s') + \gamma \cdot v_k(s')]$
- ☐ B  $v_{k+1}(s) \leftarrow \sum_a \pi(a|s) \sum_{s'} p(s'|s, a) \cdot r(s, a, s')$
- ☐ C  $v_{k+1}(s) \leftarrow r(s, a, s') + \gamma \cdot v_k(s')$
- ☐ D  $v_{k+1}(s) \leftarrow \sum_{s'} p(s'|s, a) \cdot [r(s, a, s') + \gamma \cdot v_k(s')]$

## 6. Prirodom inspirirani optimizacijski algoritmi (3 pitanja)

**18** (P) Ako kod algoritma Ant System postavimo  $\tau_0$  na vrijednost koja je puno veća od količine feromonskih tragova koju deponira jedan mrav, **što će biti posljedica?**

- ☐ A Algoritam će dugo vremena istraživati nasumične puteve, prije no što se mravi fokusiraju na neke puteve
- ☐ B Algoritam će rapidno konvergirati prema globalnom optimumu
- ☐ C Algoritam će izgubiti mogućnost istraživanja kvalitetnih rješenja
- ☐ D Isparavanje feromonskih tragova će biti preveliko

**19** (R) Minimum funkcije  $f(x, y, z) = |x + 4| + |y - 3| + |z + 2| + xz$ . pronalazi se genetskim algoritmom ostvarenim u obliku jednostavne troturnirske selekcije. Svaka varijabla je pri tome ostvarena s 2 bita te se pretražuje cjelobrojno područje:  $x$  iz intervala  $[0, 3]$ , a  $y$  i  $z$  iz intervala  $[-1, 2]$ . U kromosomu najprije dolaze bitovi od  $x$ , pa od  $y$ , pa od  $z$ . U jednom koraku odabrana su sljedeća tri kromosoma:  $K_1 = 000101$ ,  $K_2 = 100001$ ,  $K_3 = 001011$ . Kao funkcija dobrote koristi se negirana funkcija  $f$ , dakle dobrota od  $(x, y, z)$  je jednaka  $-f(x, y, z)$ . Koristi se križanje s jednom točkom prijeloma na polovici kromosoma. **Izračunajte dobrotu djeteta koje će biti vraćeno u populaciju.** Pretpostavite da prilikom križanja mutacija uvijek promijeni zadnji bit kromosoma (onaj najdesniji). Ako operator križanja generira više djece, u populaciju će se vratiti najbolje od generirane djece.

- ☐ A -11
- ☐ B -12
- ☐ C -10
- ☐ D -6

**20** (T) Selekcija, križanje i mutacija tri su osnovna operatora genetičkih algoritama. Križanje i mutacija međusobno su komplementarni, i da bi optimizacija bila učinkovita tipično su potrebna oba ova operatora. **U kojem su smislu križanje i mutacija međusobno komplementarni?**

- ☐ A Mutacija povećava, a križanje smanjuje vjerojatnost selekcije najboljih rješenja
- ☐ B Križanje povećava dobrotu rješenja, dok mutacija osigurava da se ne izgube najbolja rješenja pronađena u prethodnim generacijama
- ☐ C Mutacija povećava dobrotu rješenja u lokalnom optimumu, a križanje u globalnom optimumu
- ☐ D Križanje potencijalno poboljšava već nađena dobra rješenja, a mutacija potencijalno sprječava zaglavljivanje u lokalnim optimumima

## Uvod u umjetnu inteligenciju – pismeni ispit (2021./2022.) – NEKORIGIRANA VERZIJA –

Ispit se sastoji od **20 pitanja** i ukupno nosi **20 bodova**. Točan odgovor nosi 1 bod a netočan  $-1/3$  boda. Trajanje ispita je **150 minuta**. Primjerak ispita trebate predati zajedno sa svojim rješenjima.

### 1. Pretraživanje prostora stanja i igranje igara (4 pitanja)

- 1** (P) Funkcijom  $f$  definirane su operacije nad skupom stanja  $S = \{a, b, c, d, e\}$  na sljedeći način:  $f(a) = \{b, c, d\}$ ,  $f(b) = \{c\}$ ,  $f(c) = \{a, d, e\}$ ,  $f(d) = \{e\}$ ,  $f(e) = \emptyset$ . Početno stanje je  $a$ , a ciljno stanje je  $e$ . **Koji je redoslijed ispitivanja čvorova iterativnog pretraživanja u dubinu?** Pretpostavite leksikografski poredak između čvorova.

☐ A  $a, a, b, c, d, c, a, d, e$     ☐ B  $a, a, b, c, d, a, b, c, c, a, d, e$     ☐ C  $a, a, b, c, c, a, d, e$     ☐ D  $a, a, b, c, a, d, e$

- 2** (R) Razmatramo igru dvaju minimax-igrača. Stablo igre definirano je prijelazima  $\text{succ}(A) = \{B, C, D\}$ ,  $\text{succ}(B) = \{E, F\}$ ,  $\text{succ}(C) = \{G, H\}$ ,  $\text{succ}(D) = \{I, J\}$ ,  $\text{succ}(G) = \text{succ}(F) = \{K, L\}$ ,  $\text{succ}(H) = \text{succ}(E) = \text{succ}(I) = \{M, N\}$  te  $\text{succ}(J) = \{O, P\}$ . Igrač MAX koristi heuristiku  $h_1$ , a igrač MIN heuristiku  $h_2$ . Vrijednosti heuristika su sljedeće (obje heuristike definiraju dobit dotičnog igrača):

|       | $E$ | $F$ | $G$ | $H$ | $I$ | $J$ | $K$ | $L$ | $M$ | $N$ | $O$ | $P$ |
|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $h_1$ | 1   | -2  | 3   | 2   | 0   | 5   | -1  | 0   | -2  | -1  | 0   | 2   |
| $h_2$ | 0   | 5   | 2   | 4   | -1  | 2   | 3   | 2   | 1   | -1  | 1   | -2  |

Oba igrača pretražuju najviše dva poteza unaprijed (jedan svoj i jedan suparnički). Igru započinje igrač MAX u stanju  $A$ . **Kroz koja stanja će se razvijati igra?**

☐ A  $A, B, E, \dots$     ☐ B  $A, C, H, \dots$     ☐ C  $A, C, G, \dots$     ☐ D  $A, D, J, \dots$

- 3** (R) Prostor stanja pretražujemo algoritmom  $A^*$ . Skup stanja je  $S = \{a, b, c, d, e, f\}$ , a funkcija sljedbenika je  $\text{succ}(a) = \{(b, 2), (c, 2)\}$ ,  $\text{succ}(b) = \{(c, 5), (d, 2)\}$ ,  $\text{succ}(c) = \{(d, 1), (f, 20)\}$ ,  $\text{succ}(d) = \{(e, 2)\}$ ,  $\text{succ}(e) = \{(f, 14)\}$  te  $\text{succ}(f) = \emptyset$ . Heurističke vrijednosti stanja su  $h(a) = 16$ ,  $h(b) = 6$ ,  $h(c) = 14$ ,  $h(d) = 4$ ,  $h(e) = 2$ ,  $h(f) = 0$ . Početno stanje je  $a$ , a ciljno  $f$ . Izvedite korake algoritma  $A^*$ , bilježeći u svakom koraku sadržaj liste otvorenih čvorova  $O$  i skupa zatvorenih čvorova  $C$ . U nultom koraku algoritma vrijedi  $O = [(a, 0)]$  i  $C = \emptyset$ . **Koji je sadržaj liste  $O$  i skupa  $C$  nakon šestog koraka izvođenja algoritma?**

- ☐ A  $O = [(c, 2), (f, 20)]$ ,  $C = \{(a, 0), (b, 2), (d, 4), (e, 6)\}$   
☐ B Algoritam ne dostiže šesti korak  
☐ C  $O = [(e, 5), (f, 20)]$ ,  $C = \{(a, 0), (b, 2), (c, 2), (d, 3)\}$   
☐ D  $O = [(e, 2), (f, 0)]$ ,  $C = \{(a, 16), (b, 6), (c, 14), (d, 3)\}$

- 4** (T) Dio definicije problema pretraživanja prostora stanja jest funkcija sljedbenika,  $\text{succ} : S \rightarrow \wp(S)$ , koja definira prijelaze između stanja. Tu funkciju možemo definirati eksplicitno ili implicitno. **Koja je prednost implicitne definicije funkcije sljedbenika nad eksplicitnom definicijom?**

- ☐ A Eksplicitna definicija u praksi nije moguća kada je broj stanja prevelik, i tada je lakše implicitno (algoritamski) definirati na koje se sve načine stanje može promijeniti kako bi se dobilo iduće stanje  
☐ B Implicitna definicija lako se može proširiti pokazivačem na roditeljski čvor, što je potrebno za rekonstrukciju rješenja, dok je kod eksplicitne definicije za to potrebno dodatno pohranjivati otvorene čvorove  
☐ C Eksplicitna definicija nije moguća ako je skup stanja beskonačan ili ako u prostoru stanja postoje ciklusi, dok to nije problem s implicitnom definicijom, pod uvjetom da u skupu stanja postoji barem jedno ciljno stanje  
☐ D Implicitna definicija koristi skup operatora koji definiraju sljedbenička stanja, čime se osigurava potpunost algoritma pretraživanja, dok s eksplicitnom definicijom algoritam može zaglaviti u beskonačnoj petlji

## 2. Prikazivanje znanja i automatsko zaključivanje (4 pitanja)

- 5 (T) Unifikacija je postupak svođenja izraza  $K_1$  i  $K_2$  iz FOL na identičan oblik primjenom odgovarajuće supstitucije varijabli, koju nazivamo “unifikator”. Postupak unifikacije ključan je za zaključivanje u FOL. Neka  $\alpha$ ,  $\beta$  i  $\theta$  označavaju supstitucije, a “ $\circ$ ” kompoziciju dviju supstitucija. Što mora vrijediti, a da je supstitucija  $\theta$  najopćenitiji zajednički unifikator (MGU)?

- ☐ A  $\exists\alpha((K_1\alpha = K_2\alpha) \rightarrow \forall\beta(\theta = \alpha \circ \beta))$     ☐ C  $\forall\alpha((K_1\alpha = K_2\alpha) \rightarrow \exists\beta(\alpha = \theta \circ \beta))$   
☐ B  $\forall\alpha\forall\beta((K_1\theta = K_2\theta) \rightarrow (\theta = \alpha \circ \beta))$     ☐ D  $\forall\beta\exists\alpha((K_1\alpha = K_2\alpha) \rightarrow (\beta = \theta \circ \alpha))$

- 6 (T) Rezolucija opovrgavanjem je ispravno i potpuno pravilo zaključivanja u FOL. Što to znači?

- ☐ A Ako formula nije logička posljedica, onda to ne možemo dokazati rezolucijom opovrgavanjem  
☐ B Postupak završava u konačnom broju koraka s odlukom je li formula logička posljedica premisa ili nije  
☐ C Postupak izvodi klauzulu NIL ako i samo ako je cilj logička posljedica premisa  
☐ D Kad god je skup premisa konzistentan, rezolucijsko pravilo izvodi NIL klauzulu

- 7 (R) Zadane su premise: “Ivo voli sve vrste hrane. Jabuka i piletina su hrana. Branko jede lješnjake i nije mu zlo od njih. Vesna jede sve što i Branko. Ako netko nešto jede i nije mu od toga zlo, onda je to hrana.” Formalizirajte ove premise u FOL i pretvorite ih u klauzule. Pritom koristite  $V(x, y)$  za “ $x$  voli  $y$ ”,  $J(x, y)$  za “ $x$  jede  $y$ ”, “ $Z(x, y)$ ” za “ $x$ -u je zlo od  $y$ ”, i “ $H(x)$ ” “ $x$  je hrana”. Zatim rezolucijom opovrgavanjem uz strategiju skupa potpore dokažite cilj Ivo voli lješnjake. Koliko je minimalno koraka (primjena rezolucijskog pravila) potrebno za dokaz?

- ☐ A 6    ☐ B 5    ☐ C 4    ☐ D 3

- 8 (P) Ispravnost je važno svojstvo pravila zaključivanja. Koje je od sljedećih pravila zaključivanja ispravno?

- ☐ A  $A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash C \rightarrow A$     ☐ C  $A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash C \rightarrow \neg A$   
☐ B  $\neg A, A \rightarrow B \vdash \neg B$     ☐ D  $A \rightarrow (B \vee C), \neg C \vdash A \rightarrow B$

## 3. Logičko programiranje i ekspertni sustavi (2 pitanja)

- 9 (T) Zaključivanje u ekspertnim sustavima može biti izvedeno kao ulančavanje unaprijed ili ulančavanje unazad. U kojim je primjenama zaključivanje unazad bolji izbor od ulančavanja unaprijed?

- ☐ A Kada je znanje moguće dekomponirati u granule znanja i formalizirati ih ako–onda pravilima  
☐ B Kada je broj mogućih hipoteza malen, a broj potpora (dokaza) za te hipoteze potencijalno velik  
☐ C Kada ako–onda pravila imaju različite prioritete koji se mogu mijenjati tijekom zaključivanja  
☐ D Kada novoizvedeni zaključci mogu invalidirati ranije izvedene zaključke

- 10 (P) Zadana je logička formula  $\forall x\forall y((\exists z(P(z, y) \wedge R(x, z)) \vee R(x, y)) \rightarrow P(x, y))$ . Koji od navedenih stavaka Prologa odgovara navedenoj formuli i proceduralno je ispravan?

- ☐ A  $p(X, Y) :- r(X, Y), (p(Z, Y); r(X, Z)).$     ☐ C  $p(X, Y) :- r(X, Y); (r(X, Z), p(Z, Y)).$   
☐ B  $p(X, Y) :- (r(X, Z); p(Z, Y)), r(X, Y).$     ☐ D  $p(X, Y) :- r(X, Y), (r(X, Z); p(Z, Y)).$

## 4. Modeliranje neizvjesnosti (2 pitanja)

- 11 (T) Neizrazita logika temelji se na teoriji neizrazitih skupova. Koja je točno veza između neizrazite logike i neizrazitih skupova?

- ☐ A Stupanj istinitosti atoma  $P(x)$  jednak je  $\mu_P(x)$ , tj. stupnju pripadnosti elementa  $x$  neizrazitom skupu  $P$   
☐ B Vrijednost  $\mu(x)$  je donja ograda vjerojatnosti da je atom  $P(x)$  istinit  
☐ C Atom  $P(x)$  istinit je za one i samo one elemente za koje  $\mu(x) \geq 0.5$   
☐ D Disjunkcija neizrazitih skupova  $P$  i  $Q$  jednaka je neizrazitom skupu sa  $\mu(x) = \max(\mu_P(x), \mu_Q(x))$

- 12 (R) Bayesovom shemom zaključujemo o vjerojatnosti da neka država provodi nuklearne pokuse. Apriornu vjerojatnost da država provodi nuklearne pokuse,  $P(N)$ , izračunavamo kao procjenu najveće izglednosti (MLE) na temelju informacije da je za devet od 195 država poznato da imaju nuklearno oružje te da svaka treća od njih aktivno provodi nuklearne pokuse. Kao dokaze provođenja nuklearnog pokusa koristimo podatak o detekciji snažne seizmičke aktivnosti ( $S$ ) te podatak o intenzivnoj proizvodnji obogaćenog uranija ( $U$ ). Znamo da je vjerojatnost detekcije seizmičke aktivnosti uslijed nuklearnog pokusa jednaka 0.6, a vjerojatnost seizmičke aktivnosti bez nuklearnog pokusa svega 0.002. Također znamo je vjerojatnost proizvodnje obogaćenog uranija ako je proveden nuklearni pokus 0.3, a ako nije proveden nuklearni pokus ta vjerojatnost iznosi 0.2. Izračunajte aposteriornu vjerojatnost provođenja nuklearnog pokusa, i to prvo samo uz dokaz  $U$ , a zatim uz dodatni dokaz  $S$ , pretpostavljajući pritom uvjetnu nezavisnost tih dva dokaza. **Koliko iznosi porast aposteriorne vjerojatnosti nakon dodavanja drugog dokaza?**

A 0.853   B 0.714   C 0.785   D 0.897

## 5. Strojno učenje, umjetne neuronske mreže i podržano učenje (5 pitanja)

- 13 (P) Treniramo model stabla odluke na skupu podataka u kojemu, nažalost, ima i nešto šuma. Svjesni smo da prisustvo šuma može dovesti do prenaučivosti modela, pa smo odlučili primijeniti unakrsnu provjeru da bismo podrezali stablo odluke. Skup označenih primjera podijelili smo na skup za učenje  $D_u$  i skup za provjeru  $D_p$ , tako da  $D_u \cap D_p = \emptyset$ . Sada isprobavamo nekoliko različitih dubina stabla, od  $d = 1$  do  $d = 42$ . Ispitivanjem pogreške tih stabala različite dubine, zaključili smo da je optimalna dubina stabla  $d = 17$ . **Što to konkretno znači?**

- A Da stablo za  $d = 17$  ostvaruje najmanju pogrešku na skupu  $D_u$ , dok na skupu  $D_p$  stablo ostvaruje uvijek veću pogrešku, s maksimumom pogreške za  $d = 1$
- B Da je pogreška na skupu  $D_p$  za stablo sa  $d = 17$  veća od pogreške za isto to stablo na skupu  $D_u$ , ali veća od pogreške za bilo koju drugu dubinu stabla  $d$  na skupu  $D_p$
- C Da su pogreške za stabla sa  $d = 16$  i  $d = 18$  veće i na skupu  $D_u$  i na skupu  $D_p$ , s time da su na skupu  $D_p$  očekivano veće nego na skupu  $D_u$
- D Da je pogreška na skupu  $D_p$  za stablo sa  $d = 17$  manja od pogreške na  $D_p$  za  $d < 17$  i  $d > 17$ , ali očekivano ta je pogreška na  $D_p$  veća od pogreške na skupu  $D_u$

- 14 (R) Unaprijednu potpuno povezanu slojevitą neuronsku mrežu arhitekture  $3 \times 2 \times 2$  sa sigmoidnim prijenosnim funkcijama učimo preslikavanje  $R^3 \rightarrow R^2$ , odnosno skup primjeraka za učenje sadrži zapise oblika  $(x_1, x_2, x_3) \mapsto (y_1, y_2)$ . Trenutačne vrijednosti težina su:

$$w_{0,1}^{(1)} = -1, w_{1,1}^{(1)} = 0.1, w_{2,1}^{(1)} = 1, w_{3,1}^{(1)} = 1, w_{0,2}^{(1)} = 0.5, w_{1,2}^{(1)} = 0.4, w_{2,2}^{(1)} = -2, w_{3,2}^{(1)} = 0.8,$$

$$w_{0,1}^{(2)} = -0.4, w_{1,1}^{(2)} = -2, w_{2,1}^{(2)} = 1, w_{0,2}^{(2)} = 0.4, w_{1,2}^{(2)} = 1, w_{2,2}^{(2)} = 0.3.$$

Primjerak koji trenutačno razmatramo je  $(0.2, -0.1, 0.2) \mapsto (1, 0)$ . Učenje mreže provodi se postupkom propagacije pogreške unazad na temelju pojedinačnih primjeraka. Neka je iznos stope učenja jednak 10. Provedite postupak učenja za dani primjerak. **Koliko iznosi zbroj  $w_{1,2}^{(1)} + w_{3,1}^{(1)}$  nakon provedenih korekcija?** (Odgovori su zaokruženi na četiri decimale.)

A 1.3521   B 1.4752   C 1.3137   D 1.2627

- 15 (R) Raspoložemo skupom primjera za “*Nezaboravno jadransko ljeto 2025., odmah nakon pandemije koronavirusa*”. Skup se sastoji od sljedećih primjera, svaki sa 4 značajke (Mjesto, Otok, Smještaj, Prijevoz) i ciljnom oznakom  $y$ :

| $i$ | Mjesto    | Otok | Smještaj | Prijevoz | $y$ |
|-----|-----------|------|----------|----------|-----|
| 1   | Istra     | ne   | privatni | auto     | da  |
| 2   | Istra     | ne   | privatni | avion    | da  |
| 3   | Dalmacija | da   | hotel    | auto     | da  |
| 4   | Dalmacija | da   | hotel    | bus      | da  |
| 5   | Kvarner   | ne   | kamp     | bus      | ne  |
| 6   | Dalmacija | da   | privatni | avion    | ne  |
| 7   | Istra     | ne   | kamp     | auto     | ne  |

Primijenite na ovaj skup primjera algoritam ID3. U slučaju da je u nekom koraku više značajki ima jednaku vrijednost informacijske dobiti, izaberite onu koja je u tablici navedena prva (ona lijevija). **Kako izgleda dobiveno stablo odluke?**

- ☐ A Korijski čvor stabla je Mjesto, a njegovo dijete je čvor Smještaj s informacijskom dobiti 0.918
- ☐ B Korijski čvor stabla je Smještaj, a njegovo dijete je čvor Mjesto s informacijskom dobiti 0.251
- ☐ C Korijski čvor stabla je Smještaj, a njegovo dijete je čvor Mjesto s informacijskom dobiti 0.918
- ☐ D Korijski čvor stabla je Mjesto, a njegovo dijete je čvor Smještaj s informacijskom dobiti 0.251

**16** (P) Na računalu implementiramo unaprijednu potpuno povezanu slojevitú umjetnu neuronsku mrežu arhitekture  $3 \times 40 \times 10 \times 5 \times 2$ . Neuron kao prijenosne funkcije koriste zglobnicu. U memoriji težine mreže čuvaju se kao tip double koji zauzima 8 okteta. **Koliki je ukupni utrošak memorije za parametre ove mreže?**

- ☐ A 5096
- ☐ B 8726
- ☐ C 2856
- ☐ D 4640

**17** (T) U modelu podržanog učenja, i politika agenta i okolina mogu biti ili stohastičke ili determinističke. Neka je politika agenta stohastička, a okolina neka je deterministička. **Na što se u tom slučaju svodi nova vrijednost kod učenja algoritmom vrednovanja politike?**

- ☐ A  $v_{k+1}(s) \leftarrow \sum_a \pi(a|s) \sum_{s'} p(s'|s, a) \cdot r(s, a, s')$
- ☐ B  $v_{k+1}(s) \leftarrow \sum_{s'} p(s'|s, a) \cdot [r(s, a, s') + \gamma \cdot v_k(s')]$
- ☐ C  $v_{k+1}(s) \leftarrow r(s, a, s') + \gamma \cdot v_k(s')$
- ☐ D  $v_{k+1}(s) \leftarrow \sum_a \pi(a|s) \cdot [r(s, a, s') + \gamma \cdot v_k(s')]$

## 6. Prirodom inspirirani optimizacijski algoritmi (3 pitanja)

**18** (P) Ako kod algoritma Ant System postavimo  $\tau_0$  na vrijednost koja je puno veća od količine feromonskih tragova koju deponira jedan mrav, **što će biti posljedica?**

- ☐ A Algoritam će izgubiti mogućnost istraživanja kvalitetnih rješenja
- ☐ B Isparavanje feromonskih tragova će biti preveliko
- ☐ C Algoritam će dugo vremena istraživati nasumične puteve, prije no što se mravi fokusiraju na neke puteve
- ☐ D Algoritam će rapidno konvergirati prema globalnom optimumu

**19** (R) Minimum funkcije  $f(x, y, z) = |x + 2| + |y - 3| + |z + 2| + xz$ . pronalazi se genetskim algoritmom ostvarenim u obliku jednostavne turnirne selekcije. Svaka varijabla je pri tome ostvarena s 2 bita te se pretražuje cjelobrojno područje:  $x$  iz intervala  $[0, 3]$ , a  $y$  i  $z$  iz intervala  $[-1, 2]$ . U kromosomu najprije dolaze bitovi od  $x$ , pa od  $y$ , pa od  $z$ . U jednom koraku odabrana su sljedeća tri kromosoma:  $K_1 = 000101$ ,  $K_2 = 100001$ ,  $K_3 = 001011$ . Kao funkcija dobrote koristi se negirana funkcija  $f$ , dakle dobrota od  $(x, y, z)$  je jednaka  $-f(x, y, z)$ . Koristi se križanje s jednom točkom prijeloma na polovici kromosoma. **Izračunajte dobrotu djeteta koje će biti vraćeno u populaciju.** Pretpostavite da prilikom križanja mutacija uvijek promijeni zadnji bit kromosoma (onaj najdesniji). Ako operator križanja generira više djece, u populaciju će se vratiti najbolje od generirane djece.

- ☐ A -1
- ☐ B -7
- ☐ C -9
- ☐ D -4

**20** (T) Selekcija, križanje i mutacija tri su osnovna operatora genetičkih algoritama. Križanje i mutacija međusobno su komplementarni, i da bi optimizacija bila učinkovita tipično su potrebna oba ova operatora. **U kojem su smislu križanje i mutacija međusobno komplementarni?**

- ☐ A Mutacija povećava, a križanje smanjuje vjerojatnost selekcije najboljih rješenja
- ☐ B Križanje povećava dobrotu rješenja, dok mutacija osigurava da se ne izgube najbolja rješenja pronađena u prethodnim generacijama
- ☐ C Mutacija povećava dobrotu rješenja u lokalnom optimumu, a križanje u globalnom optimumu
- ☐ D Križanje potencijalno poboljšava već nađena dobra rješenja, a mutacija potencijalno sprječava zaglavljivanje u lokalnim optimumima



## Uvod u umjetnu inteligenciju – pismeni ispit (2021./2022.) – NEKORIGIRANA VERZIJA –

Ispit se sastoji od **20 pitanja** i ukupno nosi **20 bodova**. Točan odgovor nosi 1 bod a netočan  $-1/3$  boda. Trajanje ispita je **150 minuta**. Primjerak ispita trebate predati zajedno sa svojim rješenjima.

### 1. Pretraživanje prostora stanja i igranje igara (4 pitanja)

- 1** (R) Razmatramo igru dvaju minimax-igrača. Stablo igre definirano je prijelazima  $\text{succ}(A) = \{B, C, D\}$ ,  $\text{succ}(B) = \{E, F\}$ ,  $\text{succ}(C) = \{G, H\}$ ,  $\text{succ}(D) = \{I, J\}$ ,  $\text{succ}(G) = \text{succ}(F) = \{K, L\}$ ,  $\text{succ}(H) = \text{succ}(E) = \text{succ}(I) = \{M, N\}$  te  $\text{succ}(J) = \{O, P\}$ . Igrač MAX koristi heuristiku  $h_1$ , a igrač MIN heuristiku  $h_2$ . Vrijednosti heuristika su sljedeće (obje heuristike definiraju dobit dotičnog igrača):

|       | $E$ | $F$ | $G$ | $H$ | $I$ | $J$ | $K$ | $L$ | $M$ | $N$ | $O$ | $P$ |
|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $h_1$ | 1   | -2  | 3   | 2   | 0   | 5   | -1  | 0   | -2  | -1  | 0   | 2   |
| $h_2$ | 0   | 5   | 2   | 4   | -1  | 2   | 3   | 2   | 1   | -1  | 1   | -2  |

Oba igrača pretražuju najviše dva poteza unaprijed (jedan svoj i jedan suparnički). Igru započinje igrač MAX u stanju A. **Kroz koja stanja će se razvijati igra?**

- ☐ A  $A, D, I, \dots$    ☐ B  $A, C, G, \dots$    ☐ C  $A, B, E, \dots$    ☐ D  $A, C, H, \dots$

- 2** (P) Funkcijom  $f$  definirane su operacije nad skupom stanja  $S = \{a, b, c, d\}$  na sljedeći način:  $f(a) = \{b, c\}$ ,  $f(b) = \{c\}$ ,  $f(c) = \{c, d\}$ . Početno stanje je  $a$ , a ciljno  $d$ . **Koji je redoslijed ispitivanja čvorova iterativnog pretraživanja u dubinu?** Pretpostavite leksikografski poredak između čvorova.

- ☐ A  $a, a, b, c, c, c, \dots$    ☐ B  $a, a, b, c, a, b, c, c, c, d$    ☐ C  $a, a, b, c, c, d$    ☐ D  $a, a, b, c, d$

- 3** (T) Dio definicije problema pretraživanja prostora stanja jest funkcija sljedbenika,  $\text{succ} : S \rightarrow \wp(S)$ , koja definira prijelaze između stanja. Tu funkciju možemo definirati eksplicitno ili implicitno. **Koja je prednost implicitne definicije funkcije sljedbenika nad eksplicitnom definicijom?**

- ☐ A Eksplicitna definicija u praksi nije moguća kada je broj stanja prevelik, i tada je lakše implicitno (algoritamski) definirati na koje se sve načine stanje može promijeniti kako bi se dobilo iduće stanje
- ☐ B Implicitna definicija koristi skup operatora koji definiraju sljedbenička stanja, čime se osigurava potpunost algoritma pretraživanja, dok s eksplicitnom definicijom algoritam može zaglaviti u beskonačnoj petlji
- ☐ C Eksplicitna definicija nije moguća ako je skup stanja beskonačan ili ako u prostoru stanja postoje ciklusi, dok to nije problem s implicitnom definicijom, pod uvjetom da u skupu stanja postoji barem jedno ciljno stanje
- ☐ D Implicitna definicija lako se može proširiti pokazivačem na roditeljski čvor, što je potrebno za rekonstrukciju rješenja, dok je kod eksplicitne definicije za to potrebno dodatno pohranjivati otvorene čvorove

- 4** (R) Prostor stanja pretražujemo algoritmom  $A^*$ . Skup stanja je  $S = \{a, b, c, d, e, f\}$ , a funkcija sljedbenika je  $\text{succ}(a) = \{(b, 2), (c, 2)\}$ ,  $\text{succ}(b) = \{(c, 5), (d, 2)\}$ ,  $\text{succ}(c) = \{(d, 1), (f, 20)\}$ ,  $\text{succ}(d) = \{(e, 2)\}$ ,  $\text{succ}(e) = \{(f, 14)\}$  te  $\text{succ}(f) = \emptyset$ . Heurističke vrijednosti stanja su  $h(a) = 16$ ,  $h(b) = 6$ ,  $h(c) = 14$ ,  $h(d) = 4$ ,  $h(e) = 2$ ,  $h(f) = 0$ . Početno stanje je  $a$ , a ciljno  $f$ . Izvedite korake algoritma  $A^*$ , bilježeći u svakom koraku sadržaj liste otvorenih čvorova  $O$  i skupa zatvorenih čvorova  $C$ . U nultom koraku algoritma vrijedi  $O = [(a, 0)]$  i  $C = \emptyset$ . **Koji je sadržaj listi  $O$  i skupa  $C$  nakon petog koraka izvođenja algoritma?**

- ☐ A Algoritam ne dostiže peti korak
- ☐ B  $O = [(d, 3), (f, 20)]$ ,  $C = \{(a, 0), (b, 2), (c, 2), (e, 6)\}$
- ☐ C  $O = [(d, 3), (f, 22)]$ ,  $C = \{(a, 0), (b, 2), (c, 7), (e, 6)\}$
- ☐ D  $O = [(f, 19)]$ ,  $C = \{(a, 0), (b, 2), (c, 2), (d, 3), (e, 5)\}$

## 2. Prikazivanje znanja i automatsko zaključivanje (4 pitanja)

- 5 (T) Unifikacija je postupak svođenja izraza  $K_1$  i  $K_2$  iz FOL na identičan oblik primjenom odgovarajuće supstitucije varijabli, koju nazivamo “unifikator”. Postupak unifikacije ključan je za zaključivanje u FOL. Neka  $\alpha$ ,  $\beta$  i  $\theta$  označavaju supstitucije, a “ $\circ$ ” kompoziciju dviju supstitucija. Što mora vrijediti, a da je supstitucija  $\theta$  najopćenitiji zajednički unifikator (MGU)?

- ☐ A  $\forall\beta\exists\alpha((K_1\alpha = K_2\alpha) \rightarrow (\beta = \theta \circ \alpha))$  ☐ C  $\exists\alpha((K_1\alpha = K_2\alpha) \rightarrow \forall\beta(\theta = \alpha \circ \beta))$   
☐ B  $\forall\alpha((K_1\alpha = K_2\alpha) \rightarrow \exists\beta(\alpha = \theta \circ \beta))$  ☐ D  $\forall\alpha\forall\beta((K_1\theta = K_2\theta) \rightarrow (\theta = \alpha \circ \beta))$

- 6 (P) Ispravnost je važno svojstvo pravila zaključivanja. Koje je od sljedećih pravila zaključivanja ispravno?

- ☐ A  $A \rightarrow (B \vee C), \neg C \vdash A \rightarrow B$  ☐ C  $A \vdash A \wedge B$   
☐ B  $A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash C \rightarrow A$  ☐ D  $A \rightarrow (B \rightarrow C) \vdash (A \vee B) \rightarrow C$

- 7 (R) Zadane su premise: “Ivo voli sve vrste hrane. Jabuka i piletina su hrana. Branko jede lješnjake i nije mu zlo od njih. Vesna jede sve što i Branko. Ako netko nešto jede i nije mu od toga zlo, onda je to hrana.” Formalizirajte ove premise u FOL i pretvorite ih u klauzule. Pritom koristite  $V(x, y)$  za “ $x$  voli  $y$ ”,  $J(x, y)$  za “ $x$  jede  $y$ ”, “ $Z(x, y)$ ” za “ $x$ -u je zlo od  $y$ ”, i “ $H(x)$ ” “ $x$  je hrana”. Zatim rezolucijom opovrgavanjem uz strategiju skupa potpore dokažite cilj Ivo voli lješnjake. Koliko je minimalno koraka (primjena rezolucijskog pravila) potrebno za dokaz?

- ☐ A 6 ☐ B 3 ☐ C 4 ☐ D 5

- 8 (T) Rezolucija opovrgavanjem je ispravno i potpuno pravilo zaključivanja u FOL. Što to znači?

- ☐ A Kad god je skup premisa konzistentan, rezolucijsko pravilo izvodi NIL klauzulu  
☐ B Postupak završava u konačnom broju koraka s odlukom je li formula logička posljedica premisa ili nije  
☐ C Ako formula nije logička posljedica, onda to ne možemo dokazati rezolucijom opovrgavanjem  
☐ D Postupak izvodi klauzulu NIL ako i samo ako je cilj logička posljedica premisa

## 3. Logičko programiranje i ekspertni sustavi (2 pitanja)

- 9 (P) Zadana je logička formula  $\forall x\forall y((\exists z(P(z, y) \wedge R(x, z)) \vee R(x, y)) \rightarrow P(x, y))$ . Koji od navedenih stavaka Prologa odgovara navedenoj formuli i proceduralno je ispravan?

- ☐ A  $p(X, Y) :- r(X, Y), (r(X, Z); p(Z, Y)).$  ☐ C  $p(X, Y) :- (r(X, Y); r(X, Z)), p(Z, Y).$   
☐ B  $p(X, Y) :- r(X, Y); (r(X, Z), p(Z, Y)).$  ☐ D  $p(X, Y) :- (r(X, Z); p(Z, Y)), r(X, Y).$

- 10 (T) Zaključivanje u ekspertnim sustavima može biti izvedeno kao ulančavanje unaprijed ili ulančavanje unazad. U kojim je primjenama zaključivanje unazad bolji izbor od ulančavanja unaprijed?

- ☐ A Kada ako–onda pravila imaju različite prioritete koji se mogu mijenjati tijekom zaključivanja  
☐ B Kada je znanje moguće dekomponirati u granule znanja i formalizirati ih ako–onda pravilima  
☐ C Kada novoizvedeni zaključci mogu invalidirati ranije izvedene zaključke  
☐ D Kada je broj mogućih hipoteza malen, a broj potpora (dokaza) za te hipoteze potencijalno velik

## 4. Modeliranje neizvjesnosti (2 pitanja)

- 11 (T) Neizrazita logika temelji se na teoriji neizrazitih skupova. Koja je točno veza između neizrazite logike i neizrazitih skupova?

- ☐ A Atom  $P(x)$  istinit je za one i samo one elemente za koje  $\mu(x) \geq 0.5$   
☐ B Disjunkcija neizrazitih skupova  $P$  i  $Q$  jednaka je neizrazitom skupu sa  $\mu(x) = \max(\mu_P(x), \mu_Q(x))$   
☐ C Vrijednost  $\mu(x)$  je donja ograda vjerojatnosti da je atom  $P(x)$  istinit  
☐ D Stupanj istinitosti atoma  $P(x)$  jednak je  $\mu_P(x)$ , tj. stupnju pripadnosti elementa  $x$  neizrazitom skupu  $P$

- 12** (R) Bayesovom shemom zaključujemo o vjerojatnosti da neka država provodi nuklearne pokuse. Apriornu vjerojatnost da država provodi nuklearne pokuse,  $P(N)$ , izračunavamo kao procjenu najveće izglednosti (MLE) na temelju informacije da je za devet od 195 država poznato da imaju nuklearno oružje te da svaka treća od njih aktivno provodi nuklearne pokuse. Kao dokaze provođenja nuklearnog pokusa koristimo podatak o detekciji snažne seizmičke aktivnosti ( $S$ ) te podatak o intenzivnoj proizvodnji obogaćenog uranija ( $U$ ). Znamo da je vjerojatnost detekcije seizmičke aktivnosti uslijed nuklearnog pokusa jednaka 0.6, a vjerojatnost seizmičke aktivnosti bez nuklearnog pokusa svega 0.002. Također znamo je vjerojatnost proizvodnje obogaćenog uranija ako je proveden nuklearni pokus 0.3, a ako nije proveden nuklearni pokus ta vjerojatnost iznosi 0.2. Izračunajte aposteriornu vjerojatnost provođenja nuklearnog pokusa, i to prvo samo uz dokaz  $U$ , a zatim uz dodatni dokaz  $S$ , pretpostavljajući pritom uvjetnu nezavisnost tih dvaju dokaza. **Koliko iznosi porast aposteriorne vjerojatnosti nakon dodavanja drugog dokaza?**

☐ A 0.897   ☐ B 0.714   ☐ C 0.853   ☐ D 0.785

## 5. Strojno učenje, umjetne neuronske mreže i podržano učenje (5 pitanja)

- 13** (R) Unaprijednu potpuno povezanu slojevitą neuronsku mrežu arhitekture  $3 \times 2 \times 2$  sa sigmoidnim prijenosnim funkcijama učimo preslikavanje  $R^3 \rightarrow R^2$ , odnosno skup primjeraka za učenje sadrži zapise oblika  $(x_1, x_2, x_3) \mapsto (y_1, y_2)$ . Trenutačne vrijednosti težina su:

$$\begin{aligned} w_{0,1}^{(1)} &= -1, w_{1,1}^{(1)} = 0.1, w_{2,1}^{(1)} = 1, w_{3,1}^{(1)} = 1, w_{0,2}^{(1)} = 0.5, w_{1,2}^{(1)} = 0.4, w_{2,2}^{(1)} = -2, w_{3,2}^{(1)} = 0.8, \\ w_{0,1}^{(2)} &= -0.4, w_{1,1}^{(2)} = -2, w_{2,1}^{(2)} = 1, w_{0,2}^{(2)} = 0.4, w_{1,2}^{(2)} = 1, w_{2,2}^{(2)} = 0.3. \end{aligned}$$

Primjerak koji trenutačno razmatramo je  $(0.2, -0.1, 0.2) \mapsto (1, 0)$ . Učenje mreže provodi se postupkom propagacije pogreške unazad na temelju pojedinačnih primjeraka. Neka je iznos stope učenja jednak 10. Provedite postupak učenja za dani primjerak. **Koliko iznosi zbroj  $w_{1,2}^{(1)} + w_{3,1}^{(1)}$  nakon provedenih korekcija?** (Odgovori su zaokruženi na četiri decimale.)

☐ A 1.2627   ☐ B 1.4752   ☐ C 1.3137   ☐ D 1.3521

- 14** (P) Na računalu implementiramo unaprijednu potpuno povezanu slojevitą umjetnu neuronsku mrežu arhitekture  $3 \times 40 \times 10 \times 5 \times 2$ . Neuronu kao prijenosne funkcije koriste zglobnicu. U memoriji težine mreže čuvaju se kao tip `double` koji zauzima 8 okteta. **Koliki je ukupni utrošak memorije za parametre ove mreže?**

☐ A 5096   ☐ B 8726   ☐ C 4640   ☐ D 2856

- 15** (R) Raspoložemo skupom primjera za “*Nezaboravno jadransko ljeto 2025., odmah nakon pandemije koronavirusa*”. Skup se sastoji od sljedećih primjera, svaki sa 4 značajke (Mjesto, Otok, Smještaj, Prijevoz) i ciljnom oznakom  $y$ :

| $i$ | Mjesto    | Otok | Smještaj | Prijevoz | $y$ |
|-----|-----------|------|----------|----------|-----|
| 1   | Istra     | ne   | privatni | auto     | da  |
| 2   | Istra     | ne   | privatni | avion    | da  |
| 3   | Dalmacija | da   | hotel    | auto     | da  |
| 4   | Dalmacija | da   | hotel    | bus      | da  |
| 5   | Kvarner   | ne   | kamp     | bus      | ne  |
| 6   | Dalmacija | da   | privatni | avion    | ne  |
| 7   | Istra     | ne   | kamp     | auto     | ne  |

Primijenite na ovaj skup primjera algoritam ID3. U slučaju da je u nekom koraku više značajki ima jednaku vrijednost informacijske dobiti, izaberite onu koja je u tablici navedena prva (ona ljeviija). **Kako izgleda dobiveno stablo odluke?**

- ☐ A Korijski čvor stabla je Smještaj, a njegovo dijete je čvor Mjesto s informacijskom dobiti 0.918  
☐ B Korijski čvor stabla je Smještaj, a njegovo dijete je čvor Mjesto s informacijskom dobiti 0.251  
☐ C Korijski čvor stabla je Mjesto, a njegovo dijete je čvor Smještaj s informacijskom dobiti 0.918  
☐ D Korijski čvor stabla je Mjesto, a njegovo dijete je čvor Smještaj s informacijskom dobiti 0.251

**16** (P) Treniramo model stabla odluke na skupu podataka u kojemu, nažalost, ima i nešto šuma. Svjesni smo da prisustvo šuma može dovesti do prenaučivosti modela, pa smo odlučili primijeniti unakrsnu provjeru da bismo podrezali stablo odluke. Skup označenih primjera podijelili smo na skup za učenje  $D_u$  i skup za provjeru  $D_p$ , tako da  $D_u \cap D_p = \emptyset$ . Sada isprobavamo nekoliko različitih dubina stabla, od  $d = 1$  do  $d = 42$ . Ispitivanjem pogreške tih stabala različite dubine, zaključili smo da je optimalna dubina stabla  $d = 17$ . **Što to konkretno znači?**

- ☐ A Da je pogreška na skupu  $D_p$  za stablo sa  $d = 17$  veća od pogreške za isto to stablo na skupu  $D_u$ , ali veća od pogreške za bilo koju drugu dubinu stabla  $d$  na skupu  $D_p$
- ☐ B Da stablo za  $d = 17$  ostvaruje najmanju pogrešku na skupu  $D_u$ , dok na skupu  $D_p$  stablo ostvaruje uvijek veću pogrešku, s maksimumom pogreške za  $d = 1$
- ☐ C Da je pogreška na skupu  $D_p$  za stablo sa  $d = 17$  manja od pogreške na  $D_p$  za  $d < 17$  i  $d > 17$ , ali očekivano ta je pogreška na  $D_p$  veća od pogreške na skupu  $D_u$
- ☐ D Da su pogreške za stabla sa  $d = 16$  i  $d = 18$  veće i na skupu  $D_u$  i na skupu  $D_p$ , s time da su na skupu  $D_p$  očekivano veće nego na skupu  $D_u$

**17** (T) U modelu podržanog učenja, i politika agenta i okolina mogu biti ili stohastičke ili determinističke. Neka je politika agenta stohastička, a okolina neka je deterministička. **Na što se u tom slučaju svodi nova vrijednost kod učenja algoritmom vrednovanja politike?**

- ☐ A  $v_{k+1}(s) \leftarrow \sum_a \pi(a|s) \cdot [r(s, a, s') + \gamma \cdot v_k(s')]$
- ☐ B  $v_{k+1}(s) \leftarrow r(s, a, s') + \gamma \cdot v_k(s')$
- ☐ C  $v_{k+1}(s) \leftarrow \sum_a \pi(a|s) \sum_{s'} p(s'|s, a) \cdot r(s, a, s')$
- ☐ D  $v_{k+1}(s) \leftarrow \sum_{s'} p(s'|s, a) \cdot [r(s, a, s') + \gamma \cdot v_k(s')]$

## 6. Prirodom inspirirani optimizacijski algoritmi (3 pitanja)

**18** (P) Ako kod algoritma Ant System postavimo  $\tau_0$  na vrijednost koja je puno manja od količine feromonskih tragova koju deponira jedan mrav, **što će biti posljedica?**

- ☐ A Isparavanje feromonskih tragova će biti preveliko
- ☐ B Algoritam će rapidno konvergirati prema globalnom optimumu
- ☐ C Algoritam će dugo vremena istraživati nasumične puteve, prije no što se mravi fokusiraju na neke puteve
- ☐ D Algoritam će izgubiti mogućnost istraživanja kvalitetnih rješenja

**19** (T) Selekcija, križanje i mutacija tri su osnovna operatora genetičkih algoritama. Križanje i mutacija međusobno su komplementarni, i da bi optimizacija bila učinkovita tipično su potrebna oba ova operatora. **U kojem su smislu križanje i mutacija međusobno komplementarni?**

- ☐ A Križanje potencijalno poboljšava već nađena dobra rješenja, a mutacija potencijalno sprječava zaglavljivanje u lokalnim optimumima
- ☐ B Mutacija povećava, a križanje smanjuje vjerojatnost selekcije najboljih rješenja
- ☐ C Mutacija povećava dobrotu rješenja u lokalnom optimumu, a križanje u globalnom optimumu
- ☐ D Križanje povećava dobrotu rješenja, dok mutacija osigurava da se ne izgube najbolja rješenja pronađena u prethodnim generacijama

**20** (R) Minimum funkcije  $f(x, y, z) = (x+4)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 + xz$ . pronalazi se genetskim algoritmom ostvarenim u obliku jednostavne troturnirske selekcije. Svaka varijabla je pri tome ostvarena s 2 bita te se pretražuje cjelobrojno područje:  $x$  iz intervala  $[0, 3]$ , a  $y$  i  $z$  iz intervala  $[-1, 2]$ . U kromosomu najprije dolaze bitovi od  $x$ , pa od  $y$ , pa od  $z$ . U jednom koraku odabrana su sljedeća tri kromosoma:  $K_1 = 000101$ ,  $K_2 = 100001$ ,  $K_3 = 001011$ . Kao funkcija dobrote koristi se negirana funkcija  $f$ , dakle dobrota od  $(x, y, z)$  je jednaka  $-f(x, y, z)$ . Koristi se križanje s jednom točkom prijeloma na polovici kromosoma. **Izračunajte dobrotu djeteta koje će biti vraćeno u populaciju.** Pretpostavite da prilikom križanja mutacija uvijek promijeni zadnji bit kromosoma (onaj najdesniji). Ako operator križanja generira više djece, u populaciju će se vratiti najbolje od generirane djece.

- ☐ A -18
- ☐ B -29
- ☐ C -56
- ☐ D -41

## Uvod u umjetnu inteligenciju – pismeni ispit (2021./2022.) – NEKORIGIRANA VERZIJA –

Ispit se sastoji od **20 pitanja** i ukupno nosi **20 bodova**. Točan odgovor nosi 1 bod a netočan  $-1/3$  boda. Trajanje ispita je **150 minuta**. Primjerak ispita trebate predati zajedno sa svojim rješenjima.

### 1. Pretraživanje prostora stanja i igranje igara (4 pitanja)

**1** (T) Dio definicije problema pretraživanja prostora stanja jest funkcija sljedbenika,  $\text{succ} : S \rightarrow \wp(S)$ , koja definira prijelaze između stanja. Tu funkciju možemo definirati eksplicitno ili implicitno. **Koja je prednost implicitne definicije funkcije sljedbenika nad eksplicitnom definicijom?**

- ☐ A Implicitna definicija koristi skup operatora koji definiraju sljedbenička stanja, čime se osigurava potpunost algoritma pretraživanja, dok s eksplicitnom definicijom algoritam može zaglaviti u beskonačnoj petlji
- ☐ B Eksplicitna definicija u praksi nije moguća kada je broj stanja prevelik, i tada je lakše implicitno (algoritamski) definirati na koje se sve načine stanje može promijeniti kako bi se dobilo iduće stanje
- ☐ C Implicitna definicija lako se može proširiti pokazivačem na roditeljski čvor, što je potrebno za rekonstrukciju rješenja, dok je kod eksplicitne definicije za to potrebno dodatno pohranjivati otvorene čvorove
- ☐ D Eksplicitna definicija nije moguća ako je skup stanja beskonačan ili ako u prostoru stanja postoje ciklusi, dok to nije problem s implicitnom definicijom, pod uvjetom da u skupu stanja postoji barem jedno ciljno stanje

**2** (R) Prostor stanja pretražujemo algoritmom  $A^*$ . Skup stanja je  $S = \{a, b, c, d, e, f\}$ , a funkcija sljedbenika je  $\text{succ}(a) = \{(b, 2), (c, 2)\}$ ,  $\text{succ}(b) = \{(c, 5), (d, 2)\}$ ,  $\text{succ}(c) = \{(d, 1), (f, 20)\}$ ,  $\text{succ}(d) = \{(e, 2)\}$ ,  $\text{succ}(e) = \{(f, 14)\}$  te  $\text{succ}(f) = \emptyset$ . Heurističke vrijednosti stanja su  $h(a) = 16$ ,  $h(b) = 6$ ,  $h(c) = 14$ ,  $h(d) = 4$ ,  $h(e) = 2$ ,  $h(f) = 0$ . Početno stanje je  $a$ , a ciljno  $f$ . Izvedite korake algoritma  $A^*$ , bilježeći u svakom koraku sadržaj liste otvorenih čvorova  $O$  i skupa zatvorenih čvorova  $C$ . U nultom koraku algoritma vrijedi  $O = [(a, 0)]$  i  $C = \emptyset$ . **Koji je sadržaj liste  $O$  i skupa  $C$  nakon šestog koraka izvođenja algoritma?**

- ☐ A  $O = []$ ,  $C = \{(a, 0), (b, 2), (c, 2), (d, 3), (e, 5)\}$
- ☐ B  $O = [(e, 5), (f, 20)]$ ,  $C = \{(a, 0), (b, 2), (c, 2), (d, 3)\}$
- ☐ C Algoritam ne dostiže šesti korak
- ☐ D  $O = [(e, 5), (f, 22)]$ ,  $C = \{(a, 0), (b, 2), (c, 7), (d, 3)\}$

**3** (R) Razmatramo igru dvaju minimax-igrača. Stablo igre definirano je prijelazima  $\text{succ}(A) = \{B, C, D\}$ ,  $\text{succ}(B) = \{E, F\}$ ,  $\text{succ}(C) = \{G, H\}$ ,  $\text{succ}(D) = \{I, J\}$ ,  $\text{succ}(G) = \text{succ}(F) = \{K, L\}$ ,  $\text{succ}(H) = \text{succ}(E) = \text{succ}(I) = \{M, N\}$  te  $\text{succ}(J) = \{O, P\}$ . Igrač MAX koristi heuristiku  $h_1$ , a igrač MIN heuristiku  $h_2$ . Vrijednosti heuristika su sljedeće (obje heuristike definiraju dobit dotičnog igrača):

|       | $E$ | $F$ | $G$ | $H$ | $I$ | $J$ | $K$ | $L$ | $M$ | $N$ | $O$ | $P$ |
|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $h_1$ | 1   | -2  | 3   | 2   | 0   | 5   | -1  | 0   | -2  | -1  | 0   | 2   |
| $h_2$ | 0   | 5   | 2   | 4   | -1  | 2   | 3   | 2   | 1   | -1  | 1   | -2  |

Oba igrača pretražuju najviše dva poteza unaprijed (jedan svoj i jedan suparnički). Igru započinje igrač MAX u stanju  $A$ . **Kroz koja stanja će se razvijati igra?**

- ☐ A  $A, B, E, \dots$
- ☐ B  $A, C, G, \dots$
- ☐ C  $A, D, I, \dots$
- ☐ D  $A, C, H, \dots$

**4** (P) Funkcijom  $f$  definirane su operacije nad skupom stanja  $S = \{a, b, c, d, e\}$  na sljedeći način:  $f(a) = \{b, c, d\}$ ,  $f(b) = \{c\}$ ,  $f(c) = \{a, d, e\}$ ,  $f(d) = \{e\}$ ,  $f(e) = \emptyset$ . Početno stanje je  $a$ , a ciljno stanje je  $e$ . **Koji je redoslijed ispitivanja čvorova iterativnog pretraživanja u dubinu?** Pretpostavite leksikografski poredak između čvorova.

- ☐ A  $a, a, b, c, a, b, c, d, d, e$
- ☐ B  $a, a, b, c, a, d, e$
- ☐ C  $a, a, b, c, d, a, b, c, c, a, d, e$
- ☐ D  $a, a, b, c, c, a, d, e$

## 2. Prikazivanje znanja i automatsko zaključivanje (4 pitanja)

- 5 (T) Rezolucija opovrgavanjem je ispravno i potpuno pravilo zaključivanja u FOL. Što to znači?
- ☐ A Kad god je skup premisa konzistentan, rezolucijsko pravilo izvodi NIL klauzulu
- ☐ B Ako formula nije logička posljedica, onda to ne možemo dokazati rezolucijom opovrgavanjem
- ☐ C Postupak izvodi klauzulu NIL ako i samo ako je cilj logička posljedica premisa
- ☐ D Postupak završava u konačnom broju koraka s odlukom je li formula logička posljedica premisa ili nije
- 6 (P) Ispravnost je važno svojstvo pravila zaključivanja. Koje je od sljedećih pravila zaključivanja ispravno?
- ☐ A  $B, A \rightarrow B \vdash A$       ☐ C  $A \rightarrow (B \vee C), \neg C \vdash A \rightarrow B$
- ☐ B  $A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash C \rightarrow A$       ☐ D  $A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash C \rightarrow \neg A$
- 7 (T) Unifikacija je postupak svodenja izraza  $K_1$  i  $K_2$  iz FOL na identičan oblik primjenom odgovarajuće supstitucije varijabli, koju nazivamo "unifikator". Postupak unifikacije ključan je za zaključivanje u FOL. Neka  $\alpha$ ,  $\beta$  i  $\theta$  označavaju supstitucije, a "o" kompoziciju dviju supstitucija. Što mora vrijediti, a da je supstitucija  $\theta$  najopćenitiji zajednički unifikator (MGU)?
- ☐ A  $\forall \alpha \forall \beta ((K_1 \theta = K_2 \theta) \rightarrow (\theta = \alpha \circ \beta))$       ☐ C  $\forall \alpha ((K_1 \alpha = K_2 \alpha) \rightarrow \exists \beta (\alpha = \theta \circ \beta))$
- ☐ B  $\exists \alpha ((K_1 \alpha = K_2 \alpha) \rightarrow \forall \beta (\theta = \alpha \circ \beta))$       ☐ D  $\forall \beta \exists \alpha ((K_1 \alpha = K_2 \alpha) \rightarrow (\beta = \theta \circ \alpha))$
- 8 (R) Zadane su premise: "Ivo voli sve vrste hrane. Jabuka i piletina su hrana. Branko jede lješnjake i nije mu zlo od njih. Vesna jede sve što i Branko. Ako netko nešto jede i nije mu od toga zlo, onda je to hrana." Formalizirajte ove premise u FOL i pretvorite ih u klauzule. Pritom koristite  $V(x, y)$  za " $x$  voli  $y$ ",  $J(x, y)$  za " $x$  jede  $y$ ", " $Z(x, y)$ " za " $x$ -u je zlo od  $y$ ", i " $H(x)$ " " $x$  je hrana". Zatim rezolucijom opovrgavanjem uz strategiju skupa potpore dokažite cilj Ivo voli lješnjake. Koliko je minimalno koraka (primjena rezolucijskog pravila) potrebno za dokaz?
- ☐ A 3    ☐ B 5    ☐ C 4    ☐ D 6

## 3. Logičko programiranje i ekspertni sustavi (2 pitanja)

- 9 (T) Zaključivanje u ekspertnim sustavima može biti izvedeno kao ulančavanje unaprijed ili ulančavanje unazad. U kojim je primjenama zaključivanje unazad bolji izbor od ulančavanja unaprijed?
- ☐ A Kada je broj mogućih hipoteza malen, a broj potpora (dokaza) za te hipoteze potencijalno velik
- ☐ B Kada novoizvedeni zaključci mogu invalidirati ranije izvedene zaključke
- ☐ C Kada je znanje moguće dekomponirati u granule znanja i formalizirati ih ako-onda pravilima
- ☐ D Kada ako-onda pravila imaju različite prioritete koji se mogu mijenjati tijekom zaključivanja
- 10 (P) Zadana je logička formula  $\forall x \forall y ((\exists z (P(z, y) \wedge R(x, z)) \vee R(x, y)) \rightarrow P(x, y))$ . Koji od navedenih stavaka Prologa odgovara navedenoj formuli i proceduralno je ispravan?
- ☐ A  $p(X, Y) :- (r(X, Z); p(Z, Y)), r(X, Y).$       ☐ C  $p(X, Y) :- r(X, Y), (p(Z, Y); r(X, Z)).$
- ☐ B  $p(X, Y) :- r(X, Y); (r(X, Z), p(Z, Y)).$       ☐ D  $p(X, Y) :- r(X, Y); p(Z, Y); r(X, Z).$

## 4. Modeliranje neizvjesnosti (2 pitanja)

- 11 (R) Bayesovom shemom zaključujemo o vjerojatnosti da neka država provodi nuklearne pokuse. Apriornu vjerojatnost da država provodi nuklearne pokuse,  $P(N)$ , izračunavamo kao procjenu najveće izglednosti (MLE) na temelju informacije da je za devet od 195 država poznato da imaju nuklearno oružje te da svaka treća od njih aktivno provodi nuklearne pokuse. Kao dokaze provođenja nuklearnog pokusa koristimo podatak o detekciji snažne seizmičke aktivnosti ( $S$ ) te podatak o intenzivnoj proizvodnji obogaćenog uranija ( $U$ ). Znamo da je vjerojatnost detekcije seizmičke aktivnosti uslijed nuklearnog pokusa jednaka 0.6, a vjerojatnost seizmičke aktivnosti bez nuklearnog pokusa svega 0.002. Također znamo je vjerojatnost proizvodnje obogaćenog uranija ako je proveden nuklearni pokus 0.3, a ako nije proveden nuklearni pokus ta vjerojatnost iznosi 0.2. Izračunajte aposteriornu vjerojatnost provođenja nuklearnog pokusa, i to prvo samo uz dokaz  $U$ , a zatim uz dodatni dokaz  $S$ , pretpostavljajući pritom

uvjetnu nezavisnost tih dvaju dokaza. **Koliko iznosi porast aposteriorne vjerojatnosti nakon dodavanja drugog dokaza?**

- ☐ A 0.714    ☐ B 0.853    ☐ C 0.897    ☐ D 0.785

**12** (T) Neizrazita logika temelji se na teoriji neizrazitih skupova. **Koja je točno veza između neizrazite logike i neizrazitih skupova?**

- ☐ A Vrijednost  $\mu(x)$  je donja ograda vjerojatnosti da je atom  $P(x)$  istinit  
☐ B Stupanj istinitosti atoma  $P(x)$  jednak je  $\mu_P(x)$ , tj. stupnju pripadnosti elementa  $x$  neizrazitom skupu  $P$   
☐ C Disjunkcija neizrazitih skupova  $P$  i  $Q$  jednaka je neizrazitom skupu sa  $\mu(x) = \max(\mu_P(x), \mu_Q(x))$   
☐ D Atom  $P(x)$  istinit je za one i samo one elemente za koje  $\mu(x) \geq 0.5$

## 5. Strojno učenje, umjetne neuronske mreže i podržano učenje (5 pitanja)

**13** (R) Raspoložemo skupom primjera za “*Nezaboravno jadransko ljeto 2025., odmah nakon pandemije koronavirusa*”. Skup se sastoji od sljedećih primjera, svaki sa 4 značajke (Mjesto, Otok, Smještaj, Prijevoz) i ciljnom oznakom  $y$ :

| $i$ | Mjesto    | Otok | Smještaj | Prijevoz | $y$ |
|-----|-----------|------|----------|----------|-----|
| 1   | Istra     | ne   | privatni | auto     | da  |
| 2   | Istra     | ne   | privatni | avion    | da  |
| 3   | Dalmacija | da   | hotel    | auto     | da  |
| 4   | Dalmacija | da   | hotel    | bus      | da  |
| 5   | Kvarner   | ne   | kamp     | bus      | ne  |
| 6   | Dalmacija | da   | privatni | avion    | ne  |
| 7   | Istra     | ne   | kamp     | auto     | ne  |

Primijenite na ovaj skup primjera algoritam ID3. U slučaju da je u nekom koraku više značajki ima jednaku vrijednost informacijske dobiti, izaberite onu koja je u tablici navedena prva (ona ljevijska). **Kako izgleda dobiveno stablo odluke?**

- ☐ A Korijski čvor stabla je Smještaj, a njegovo dijete je čvor Mjesto s informacijskom dobiti 0.918  
☐ B Korijski čvor stabla je Smještaj, a njegovo dijete je čvor Mjesto s informacijskom dobiti 0.251  
☐ C Korijski čvor stabla je Mjesto, a njegovo dijete je čvor Smještaj s informacijskom dobiti 0.918  
☐ D Korijski čvor stabla je Mjesto, a njegovo dijete je čvor Smještaj s informacijskom dobiti 0.251

**14** (P) Treniramo model stabla odluke na skupu podataka u kojemu, nažalost, ima i nešto šuma. Svjesni smo da prisustvo šuma može dovesti do prenaučivosti modela, pa smo odlučili primijeniti unakrsnu provjeru da bismo podrezali stablo odluke. Skup označenih primjera podijelili smo na skup za učenje  $D_u$  i skup za provjeru  $D_p$ , tako da  $D_u \cap D_p = \emptyset$ . Sada isprobavamo nekoliko različitih dubina stabla, od  $d = 1$  do  $d = 42$ . Ispitivanjem pogreške tih stabala različite dubine, zaključili smo da je optimalna dubina stabla  $d = 17$ . **Što to konkretno znači?**

- ☐ A Da je pogreška na skupu  $D_p$  za stablo sa  $d = 17$  manja od pogreške na  $D_p$  za  $d < 17$  i  $d > 17$ , ali očekivano ta je pogreška na  $D_p$  veća od pogreške na skupu  $D_u$   
☐ B Da su pogreške za stabla sa  $d = 16$  i  $d = 18$  veće i na skupu  $D_u$  i na skupu  $D_p$ , s time da su na skupu  $D_p$  očekivano veće nego na skupu  $D_u$   
☐ C Da stablo za  $d = 17$  ostvaruje najmanju pogrešku na skupu  $D_u$ , dok na skupu  $D_p$  stablo ostvaruje uvijek veću pogrešku, s maksimumom pogreške za  $d = 1$   
☐ D Da je pogreška na skupu  $D_p$  za stablo sa  $d = 17$  veća od pogreške za isto to stablo na skupu  $D_u$ , ali veća od pogreške za bilo koju drugu dubinu stabla  $d$  na skupu  $D_p$

**15** (P) Na računalu implementiramo unaprijednu potpuno povezanu slojevitou umjetnou neuronskou mrežu arhitekture  $3 \times 40 \times 10 \times 5 \times 2$ . Neuronu kao prijenosne funkcije koriste zglobnicu. U memoriji težine mreže čuvaju se kao tip double koji zauzima 8 okteta. **Koliku je ukupni utrošak memorije za parametre ove mreže?**

- ☐ A 4640    ☐ B 5096    ☐ C 2856    ☐ D 8726

- 16** (R) Unaprijednu potpuno povezanu slojevitú neuronsku mrežu arhitekture  $3 \times 2 \times 2$  sa sigmoidnim prijenosnim funkcijama učimo preslikavanje  $R^3 \rightarrow R^2$ , odnosno skup primjeraka za učenje sadrži zapise oblika  $(x_1, x_2, x_3) \mapsto (y_1, y_2)$ . Trenutačne vrijednosti težina su:

$$w_{0,1}^{(1)} = -1, w_{1,1}^{(1)} = 0.1, w_{2,1}^{(1)} = 1, w_{3,1}^{(1)} = 1, w_{0,2}^{(1)} = 0.5, w_{1,2}^{(1)} = 0.4, w_{2,2}^{(1)} = -2, w_{3,2}^{(1)} = 0.8$$

$$w_{0,1}^{(2)} = -0.4, w_{1,1}^{(2)} = -2, w_{2,1}^{(2)} = 1, w_{0,2}^{(2)} = 0.4, w_{1,2}^{(2)} = 1, w_{2,2}^{(2)} = 0.3.$$

Primjerak koji trenutačno razmatramo je  $(0.2, -0.1, 0.2) \mapsto (0, 1)$ . Učenje mreže provodi se postupkom propagacije pogreške unazad na temelju pojedinačnih primjeraka. Neka je iznos stope učenja jednak 10. Provedite postupak učenja za dani primjerak. **Koliko iznosi zbroj  $w_{1,2}^{(1)} + w_{3,1}^{(1)}$  nakon provedenih korekcija?** (Odgovori su zaokruženi na četiri decimale.)

- ☐ A 1.4767 ☐ B 1.3137 ☐ C 1.2627 ☐ D 1.3521

- 17** (T) U modelu podržanog učenja, i politika agenta i okolina mogu biti ili stohastičke ili determinističke. Neka je politika agenta deterministička, a okolina neka je stohastička. **Na što se u tom slučaju svodi nova vrijednost kod učenja algoritmom vrednovanja politike?**

- ☐ A  $v_{k+1}(s) \leftarrow \sum_a \pi(a|s) \sum_{s'} p(s'|s, a) \cdot r(s, a, s')$  ☐ C  $v_{k+1}(s) \leftarrow \sum_{s'} p(s'|s, a) \cdot [r(s, a, s') + \gamma \cdot v_k(s')]$
- ☐ B  $v_{k+1}(s) \leftarrow \sum_a \pi(a|s) \cdot [r(s, a, s') + \gamma \cdot v_k(s')]$  ☐ D  $v_{k+1}(s) \leftarrow r(s, a, s') + \gamma \cdot v_k(s')$

## 6. Prirodom inspirirani optimizacijski algoritmi (3 pitanja)

- 18** (P) Ako kod algoritma Ant System postavimo  $\tau_0$  na vrijednost koja je puno manja od količine feromonskih tragova koju deponira jedan mrav, **što će biti posljedica?**

- ☐ A Isparavanje feromonskih tragova će biti preveliko
- ☐ B Algoritam će izgubiti mogućnost istraživanja kvalitetnih rješenja
- ☐ C Algoritam će dugo vremena istraživati nasumične puteve, prije no što se mravi fokusiraju na neke puteve
- ☐ D Algoritam će rapidno konvergirati prema globalnom optimumu

- 19** (R) Minimum funkcije  $f(x, y, z) = (x+4)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 + xz$ . pronalazi se genetskim algoritmom ostvarenim u obliku jednostavne troturnirske selekcije. Svaka varijabla je pri tome ostvarena s 2 bita te se pretražuje cjelobrojno područje:  $x$  iz intervala  $[0, 3]$ , a  $y$  i  $z$  iz intervala  $[-1, 2]$ . U kromosomu najprije dolaze bitovi od  $x$ , pa od  $y$ , pa od  $z$ . U jednom koraku odabrana su sljedeća tri kromosoma:  $K_1 = 000101$ ,  $K_2 = 100001$ ,  $K_3 = 001011$ . Kao funkcija dobrote koristi se negirana funkcija  $f$ , dakle dobrota od  $(x, y, z)$  je jednaka  $-f(x, y, z)$ . Koristi se križanje s jednom točkom prijeloma na polovici kromosoma. **Izračunajte dobrotu djeteta koje će biti vraćeno u populaciju.** Pretpostavite da prilikom križanja mutacija uvijek promijeni zadnji bit kromosoma (onaj najdesniji). Ako operator križanja generira više djece, u populaciju će se vratiti najbolje od generirane djece.

- ☐ A -41 ☐ B -29 ☐ C -56 ☐ D -18

- 20** (T) Selekcija, križanje i mutacija tri su osnovna operatora genetičkih algoritama. Križanje i mutacija međusobno su komplementarni, i da bi optimizacija bila učinkovita tipično su potrebna oba ova operatora. **U kojem su smislu križanje i mutacija međusobno komplementarni?**

- ☐ A Križanje povećava dobrotu rješenja, dok mutacija osigurava da se ne izgube najbolja rješenja pronađena u prethodnim generacijama
- ☐ B Križanje potencijalno poboljšava već nađena dobra rješenja, a mutacija potencijalno sprječava zaglavljivanje u lokalnim optimumima
- ☐ C Mutacija povećava dobrotu rješenja u lokalnom optimumu, a križanje u globalnom optimumu
- ☐ D Mutacija povećava, a križanje smanjuje vjerojatnost selekcije najboljih rješenja



| Grupa | 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 2 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|-------|-----------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
|       | 1                     | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| A     | A                     | D | D | D | C | D | D | D | B | D | D | C | B | B | D | A | A | A | D | D |
| B     | A                     | B | B | A | C | C | D | C | C | C | A | A | D | A | B | B | A | A | D | A |
| C     | D                     | C | A | A | C | B | A | B | D | D | D | B | B | D | A | B | D | A | D | C |
| D     | B                     | A | B | B | C | B | D | A | D | C | B | B | D | B | A | A | C | B | B | C |
| E     | D                     | B | D | C | B | B | D | B | C | B | D | C | B | D | C | D | A | A | D | D |
| F     | B                     | C | C | A | C | C | C | D | B | C | A | A | D | D | C | A | D | C | D | D |
| G     | B                     | B | A | B | B | A | C | D | B | D | D | C | A | A | A | C | A | D | A | A |
| H     | B                     | B | B | C | C | C | C | C | A | B | B | B | A | A | B | A | C | B | D | B |