Završni ispit iz Uvoda u umjetnu inteligenciju (2022./2023.)

– NEKORIGIRANA VERZIJA –

Ispit se sastoji od ***20 pitanja*** *i ukupno nosi* ***20 bodova****. Točan odgovor nosi 1 bod, a netočan -1/3 boda. Trajanje ispita je* ***150 minuta****. Primjerak ispita trebate predati zajedno sa svojim rješenjima.*

1. Modeliranje neizvjesnosti (4 pitanja)

1 (T) Bayesovo pravilo često se koristi za kauzalno zaključivanje (zaključivanje o uzrocima i posljedicama). Pritom uzrok odgovara hipotezi H, a posljedica odgovara dokazu E. **Što možemo učiniti Bayesovim pravilom?**

- A Na temelju opažanja uzroka i posljedice zaključiti o vjerojatnosti posljedice
- B Na temelju opažanja uzroka i posljedice zaključiti o vjerojatnosti uzroka
- C Na temelju opažanja posljedice zaključiti o vjerojatnosti njezina uzroka
- D Na temelju opažanja uzroka zaključiti o vjerojatnosti njezine posljedice

2 (P) Primjenom standardnih (Zadehovih) neizrazitih operacija i jezičnih modifikatora konstruirali smo neizrazite skupove *"manje-više snažan klokan"* i *"vrlo slab klokan"*. Klokan Roger prvom skupu pripada sa 0.8, a drugom sa 0.1. Primjenom istih operatora i modifikatora konstruirali smo neizraziti skup *"ne (vrlo snažan klokan) ili slab klokan"*. **Koja je pripadnost klokana Rogera tom neizrazitom skupu?**

A 0.32 B 0.59 C 0.41 D 0.64

3 (R) U sustavu neizrazitog zaključivanja modeliramo vezu između dužine i težine mravojeda. Skup D je dužina u centimetrima, $D = \{60, 100, 130\}$, a skup T je težina u kilogramima $T = \{30, 40, 50\}$. Nad ovim univerzalnim skupovima definirali smo neizrazite skupove "dugačak mravojed" kao $D_d = \{0.3/60, 0.6/100, 1/130\}$ te "težak mravojed" kao $T_t = \{0.2/30, 0.5/40, 0.9/50\}$. U sustavu imamo pravilo "ako d je D_d, onda t je $\text{not}(T_t)$", modelirano kao neizrazita relacija. Zanima nas kolika je težina mravojeda T', ako on nije dugačak ($\text{not}(D_d)$). **Kako glasi neizraziti skup T' koji dobivamo generaliziranim modusom ponensom?**

A $\{0.6/30, 0.3/40, 0.1/50\}$ C $\{0.6/30, 0.3/40, 0.2/50\}$
B $\{0.4/30, 0.4/40, 0.1/50\}$ D $\{0.4/30, 0.3/40, 0.1/50\}$

4 (T) Neki zakoni propozicijske logike ne vrijede u neizrazitoj logici. Jedan takav zakon je zakon isključenja trećega. Neka je μ funkcija pripadnosti nekog neizrazitog skupa definiranog na domeni X, definirana tako da vrijedi $\exists x \in X.(0 < \mu(x) < 1)$. **Zašto zakon isključenja trećega ne vrijedi?**

- A Jer umjesto $\exists x \in X.\big(\max(\mu(x), 1 - \mu(x)) = 0\big)$ vrijedi $\forall x \in X.\big(\max(\mu(x), 1 - \mu(x)) > 0\big)$
- B Jer umjesto $\forall x \in X.\big(\max(\mu(x), 1 - \mu(x)) = 1\big)$ vrijedi $\exists x \in X.\big(\max(\mu(x), 1 - \mu(x)) < 1\big)$
- C Jer umjesto $\forall x \in X.\big(\min(\mu(x), 1 - \mu(x)) = 0\big)$ vrijedi $\exists x \in X.\big(\min(\mu(x), 1 - \mu(x)) > 0\big)$
- D Jer umjesto $\exists x \in X.\big(\min(\mu(x), 1 - \mu(x)) = 0\big)$ vrijedi $\forall x \in X.\big(\min(\mu(x), 1 - \mu(x)) > 0\big)$

2. Strojno učenje (5 pitanja)

5 (P) Naivan Bayesov klasifikator treniramo na $N = 10$ primjera. Skup primjera sadrži dvije klase ($y = 0$ i $y = 1$) i tri značajke (x_1, x_2 i x_3). Značajke x_1 i x_2 su binarne, a značajka x_3 je ternarna. Apriorna vjerojatnost klase $y = 1$ iznosi 0.4. Izglednosti klasa dobivene su procjeniteljem MLE (bez zaglađivanja). Sada razmatramo neki konkretan primjer $\mathbf{x}$, koji želimo klasificirati. Za taj primjer, izglednosti za klasu $y = 0$ iznose $P(x_1|y) = 0.5$, $P(x_2|y) = 1$ i $P(x_3|y) = 1$, a za klasu $y = 1$ iznose $P(x_1|y) = 1$, $P(x_2|y) = 0.5$ i $P(x_3|y) = 1$ (sve brojke su bez zaokruživanja). Izračunajte aposteriornu vjerojatnost klasifikacije primjera $\mathbf{x}$ u klasu $y = 1$. Zatim izračunajte tu vjerojatnost ako bi se izglednosti klase procjenjivale Laplaceovim zaglađivanjem "dodaj jedan". **Koliko iznosi apsolutna razlika u vrijednosti aposteriorne vjerojatnosti sa zaglađivanjem i bez njega?**

A 0.046 B 0.052 C 0.032 D 0.023

6 (P) Algoritmom ID3 učimo stablo odluke. Kako bismo spriječili prenaučenost, koristimo unakrsnu provjeru i skup primjera podijelili smo na skup za učenje D_u, skup za provjeru D_p i skup za testiranje D_t. Stablo učimo na D_u i zatim ga podrezujemo na različitim dubinama k, ispitujući pogrešku na D_p. Neka je $E(k|D)$ pogreška stabla dubine k na skupu primjera D. Za neke k_1 i k_2, gdje $k_2 > k_1$, opažamo da $E(k_1|D_u) > E(k_2|D_u)$ i $E(k_1|D_p) > E(k_2|D_p)$. **Za koju dubinu stabla k možemo sigurno reći da će ostvariti najmanju očekivanu pogrešku $E(k|D_t)$?**

A $k_1 < k \leq k_2$ B $k > k_2$ C $k < k_2$ D $k > k_1$

7 (T) Kod nadziranog strojnog učenja, podatke tipično dijelimo na skup za učenje, skup za provjeru i skup za ispitivanje. Skup za provjeru koristimo radi odabira modela optimalne složenosti, kako bi on najbolje generalizirao na nove primjere (npr., optimizacija dubine stabla kod stabla odluke). **Što bi se vjerojatno dogodilo kada bismo, umjesto na skupu za provjeru, hiperparametre modela optimirali na skupu za ispitivanje?**

A Model bi bio prenaučen (pogreška na novim primjerima bila bi veća od one modela optimalne složenosti)

B Model bi bio podnaučen (pogreška na skupu za ispitivanje bila bi jednako velika kao i na skupu za učenje)

C Procjena pogreške bila bi optimistična (pogreška na novim primjerima bila bi veća nego na skupu za ispitivanje)

D Procjena pogreške bila bi pesimistična (pogreška na skupu za učenje bila bi manja nego na skupu za ispitivanje)

8 (R) Raspolažemo skupom primjera za *"Nezaboravno jadransko ljeto 2025., odmah nakon pandemije koronavirusa"*. Skup se sastoji od sljedećih primjera, svaki sa 4 značajke (Mjesto, Otok, Smještaj, Prijevoz) i ciljnom oznakom y:

i	Mjesto	Otok	Smještaj	Prijevoz	y
1	Istra	ne	privatni	auto	da
2	Istra	ne	privatni	avion	da
3	Dalmacija	da	hotel	auto	da
4	Dalmacija	da	hotel	bus	da
5	Kvarner	ne	kamp	bus	ne
6	Dalmacija	da	privatni	avion	ne
7	Istra	ne	kamp	auto	ne

Primijenite na ovaj skup primjera algoritam ID3. U slučaju da je u nekom koraku više značajki ima jednaku vrijednost informacijske dobiti, izaberite onu koja je u tablici navedena prva (ona ljevija). **Kako izgleda dobiveno stablo odluke?**

A Korijenski čvor stabla je Smještaj, a njegovo dijete je čvor Mjesto s informacijskom dobiti 0.918

B Korijenski čvor stabla je Mjesto, a njegovo dijete je čvor Smještaj s informacijskom dobiti 0.251

C Korijenski čvor stabla je Mjesto, a njegovo dijete je čvor Smještaj s informacijskom dobiti 0.918

D Korijenski čvor stabla je Smještaj, a njegovo dijete je čvor Mjesto s informacijskom dobiti 0.251

9 (T) Naivan Bayesov klasifikator naziva se naivnim jer je u njegov model ugrađena pretpostavka o uvjetnoj nezavisnosti. Pretpostavite da naivan Bayesov klasifikator koristimo za klasifikaciju tvitova po sentimentu u pozitivne, neutralne i negativne tvitove. Značajke neka su pojedine riječi u tvitu. U nekom tvitu se pojavljuju riječi "Trump" i "beautiful". **Koja je od sljedećih pretpostavki ugrađena u naivan Bayesov klasifikator?**

A Vjerojatnost pojavljivanja riječi "beautiful" ili "Trump" u tvitu jednaka je vjerojatnosti neutralnog tvita u tvitovima u kojima se pojavila riječ "beautiful" ili "Trump"

B Vjerojatnost pojavljivanja riječi "Trump" u negativnom tvitu jednaka je umnošku apriorne vjerojatnosti negativnog tvita i vjerojatnosti pojavljivanja riječi "beautiful" u negativnom tvitu

C Vjerojatnost zajedničkog pojavljivanja riječi "beautiful" i "Trump" jednaka je umnošku apriornih vjerojatnosti pojavljivanja riječi "Trump" i riječi "beautiful" u bilo kojem tvitu

D Vjerojatnost zajedničkog pojavljivanja riječi "Trump" i "beautiful" u pozitivnom tvitu jednaka je umnošku vjerojatnosti pojavljivanja svake od tih riječi u pozitivnom tvitu

3. Umjetne neuronske mreže (4 pitanja)

10 (R) Rosenblattovim algoritmom perceptrona potrebno je naučiti klasificirati sljedeći skup primjera za učenje:

$$\mathcal{D} = \{((1,3),-1),((3,1),-1),((4,3),1),((3,5),1),((1,6),1)\}$$

gdje su pojedini primjeri oblika $((x_2, x_1), t)$. Prijenosna funkcija je funkcija skoka koja preslikava u $\{-1, +1\}$ (za 0 daje 1). Početne težine (w_2, w_1, w_0) su $(0, 2, -8)$, a stopa učenja je 0.1. Provedite učenje perceptrona. **Koje su konačne vrijednosti težina te koliko je puta algoritam radio korekcije?**

A $(1.0, 2.0, -10.0)$, dva puta
C $(1.1, 2.0, -8.0)$, jednom
B $(0.6, 2.0, -8.0)$, dva puta
D $(0.4, 1.8, -7.0)$, tri puta

11 (P) Na računalu implementiramo unaprijednu potpuno povezanu slojevitu umjetnu neuronsku mrežu arhitekture $5 \times 20 \times 10 \times 5 \times 2$. Neuroni kao prijenosne funkcije koriste sigmoidu. U memoriji težine mreže čuvaju se kao tip `double`, koji zauzima 8 okteta. **Koliko okteta memorije ukupno zauzimaju parametri ove mreže?**

A 2880 B 2160 C 2456 D 3176

12 (R) Umjetnu neuronsku mrežu arhitekture $1 \times 2 \times 2$ učimo algoritmom propagacije pogreške unatrag. U nekom koraku algoritam ažurira težine na temelju primjera $(1, (1, 0))$. Vrijednosti svih težina u tom koraku su:

$$w_{01}^{(1)} = 0.1, w_{11}^{(1)} = 0.2, w_{02}^{(1)} = 0.5, w_{12}^{(1)} = 0.6, w_{01}^{(2)} = 0.1, w_{11}^{(2)} = 0.2, w_{21}^{(2)} = 0.3, w_{02}^{(2)} = 0.2, w_{12}^{(2)} = 0.3, w_{22}^{(2)} = 0.4$$

Svi neuroni koriste sigmoidnu prijenosnu funkciju, a stopa učenja je 10. **Koliko iznosi korekcija koja će biti pridodana težini $w_{12}^{(1)}$?**

A $+0.035152$ B -0.058547 C $+0.065732$ D -0.147551

13 (T) McCulloch-Pittsov model umjetnog neurona inspiriran je anatomijom biološkog neurona. Može se povući korespondencija između nekih dijelova biološkog neurona i dijelova umjetnog neurona. **Kojem dijelu McCulloch-Pittsovog modela umjetnog neurona odgovara tijelo biološkog neurona (soma)?**

A Zbrajanju umnožaka svih ulaza neurona s njima odgovarajućim težinama

B Razlici očekivanog izlaza i izlaza neurona pomnoženoj s ulazom u neuron

C Skalarnom produktu vektora ulaza neurona i vektora izlaza neurona

D Aktivacijskoj funkciji primijenjenoj na skalarni produkt vektora ulaza i vektora težina

4. Prirodom inspirirani optimizacijski algoritmi (4 pitanja)

14 (P) Populacija genetskog algoritma sastoji se od 5 jedinki čije su dobrote redom 10, 8, 4, 3, 1. Operator selekcije je 4-turnirska selekcija (podsjetnik: u turniru sudjeluju različite jedinke). Prvi roditelj bira se tim operatorom, dok se drugi bira slučajno iz cijele populacije s uniformnom distribucijom. Kao operator križanja koristi se uniformno križanje, a za reprezentaciju kromosoma koristi se 1000-bitovni vektor. Neka je p procjena vjerojatnosti da će novostvoreno dijete biti mutacija kromosoma identičnog najboljoj jedinci u populaciji. **Koliko iznosi p?**

A 0.80 B 0.25 C 0.16 D 0.09

15 (T) Heuristički optimizacijski algoritmi kombiniraju mehanizme iskorištavanja (eksploatacije) rješenja i mehanizme istraživanja (eksploracije) rješenja. To vrijedi i za mravlji algoritam. **Na koji je način kod mravljeg algoritma ostvaren mehanizam istraživanja rješenja?**

A Putevi koji vode do rješenja u manjem broju koraka imat će više deponiranoga feromonskog traga

B Mravi u bilo kojoj iteraciji mogu istražiti neotkriven put odabirom brida kojim još nije prošao niti jedan mrav

C Vjerojatnost odabira brida proporcionalna je jačini feromonskog traga, koji blijedi ako nema novih depozita

D Vjerojatnost odabira brida proporcionalna je jačini feromonskog traga, koji početno postoji na svim bridovima

16 (R) Genetskim algoritmom traži se maksimum funkcije $f(x, y) = 3x^2 + 5y^2$. Svaka varijabla kodira se s 4 bita, pri čemu se x pretražuje iz intervala $[-4, 11]$, a y iz intervala $[-6, 9]$. U kromosomu najprije dolaze bitovi koji kodiraju x pa potom bitovi koji kodiraju y. Za odabir roditelja koristi se selekcija proporcionalna dobroti (engl. *roulette wheel selection*). Populacija se sastoji od sljedeće četiri jedinke:

$$K_1 = \texttt{00110011}, \quad K_2 = \texttt{01010101}, \quad K_3 = \texttt{10101010}, \quad K_4 = \texttt{00010001}$$

Koristi se križanje s jednom točkom prijeloma (točno na polovici kromosoma). Pretpostavite da se u trenutačnoj iteraciji algoritma slučajno odaberu baš dvije najmanje vjerojatne jedinke te da pri izgradnji djece mutacija igrom slučaja ne promijeni niti jedan bit. Označimo s F zbroj vjerojatnosti odabira odabranih jedniki, a s G dobrotu djeteta koje će biti umetnuto u novu populaciju (ako križanjem/mutacijom nastaje više djece, samo najbolje djete ide dalje). **Što od sljedećega vrijedi za F i G?**

A $F > 0.3$, $5 < G < 50$ B $F > 0.1$, $G > 60$ C $F < 0.2$, $G < 30$ D $F < 0.2$, $20 < G < 60$

17 (R) Mravljim algoritmom uz parametre $\alpha = \beta = 1$ traži se put (hamiltonov ciklus) kroz graf koji se sastoji od 5 čvorova: A do E. Za bridove su poznate vrijednosti heurističkih informacija: $\eta_{AB} = 7$, $\eta_{AC} = 1$, $\eta_{BC} = 2$, $\eta_{BD} = 3$, $\eta_{CD} = 2$, $\eta_{DE} = 4$ i $\eta_{CE} = 3$. U nekoj iteraciji algoritma vrijednosti feromonskih tragova su: $\tau_{AB} = 1$, $\tau_{AC} = 3$, $\tau_{BC} = 2$, $\tau_{BD} = 2$, $\tau_{CD} = 1$, $\tau_{DE} = 2$ i $\tau_{CE} = 3$. Sve vrijednosti η i τ su ujedno i simetrične. Mrav konstrukciju puta započinje iz čvora A. Pretpostavite da će prilikom slučajnog odabira sljedećeg čvora mrav svaki puta odabrati onaj koji je najvjerojatniji (i u koji je dozvoljeno odnosno moguće prijeći). Odredite put koji će mrav konstruirati. **Koji je od sljedećih sljedova dio tog puta?**

A $E \to C \to A$ B $D \to C \to E$ C $B \to D \to C$ D $B \to C \to E$

5. Podržano učenje (3 pitanja)

18 (P) Rešetkasti svijet sastoji se od pet ćelija (numerirane 1 do 5) koje su smještene slijeva udesno (ćelija 1 je prva, ćelija 5 je posljednja). Ćelija 5 je završna. Na ćelijama 1 do 4 robot može poduzeti jednu od tri akcije: $a_1 =$ *lijevo*, $a_2 =$ *desno*, $a_3 =$ *sagni-se-i-pokupi-bocu*. Boce se nalaze na ćelijama 2 i 4. Okolina robotu dodjeljuje nagrade kako slijedi. Za prelazak na ćeliju 5 robot dobiva 10 bodova. Za saginjanje i skupljanje boce robot dobiva 5 bodova, no ako se sagne i pokuša pokupiti bocu na ćeliji koja nema bocu, robot dobiva -5 bodova. Za sve ostale akcije isporučuje se nagrada življenja od -1 bod. U ovom svijetu robot uči optimalnu politiku algoritmom q-učenja. Neka su $\gamma = 1$ i $\alpha = 0.25$. U nekom trenutku naučene q-vrijednosti su sljedeće: $q(1, a_1) = 0$, $q(2, a_1) = 1$, $q(3, a_1) = 0$, $q(4, a_1) = 1$, $q(1, a_2) = 1$, $q(2, a_2) = 1$, $q(3, a_2) = 1$, $q(4, a_2) = 2$, $q(1, a_3) = 2$, $q(2, a_3) = -1$, $q(3, a_3) = -2$, $q(4, a_3) = 3$. Robot se nalazi na ćeliji 3 i poduzima akciju a_2. **Koja će biti nova vrijednost za** $q(3, a_2)$?

A 2.75 B 1.25 C 3 D 1.5

19 (T) Razmatramo primjenu podržanog učenja na odabrani problem. **Što je od navedenog točno?**

A Q-učenjem možemo za zadanu fiksnu politiku agenta odrediti koje su očekivane vrijednosti svakog stanja

B Okolina ne smije imati svojstvo Markovljevog procesa odlučivanja jer inače algoritmi ne bi konvergirali

C Bellmanovim izrazima možemo odrediti optimalne vrijednosti stanja samo ako je okolina nedeterministička

D Da bismo proveli vrednovanje politike moramo imati na raspolaganju i model okoline i model politike

20 (R) Rešetkasti svijet sastoji se od pet ćelija. Ćelije 1 do 4 poredane su jedna do druge slijeva nadesno. Ćelija 5 nalazi se ispod ćelije 3. Ćelija 4 je izlaz i agentu donosi nagradu $+1$. Ćelija 5 je oganj koji uništava agenta i donosi mu nagradu od -1. Svi ostali potezi agentu donose nagradu življenja od -0.1. Pretpostavite da agent u ćelijama 1 i 2 koristi politiku odabira smjera koja uniformno odabire jedan od četiri poteza: *gore*, *dolje*, *lijevo* ili *desno*. U ćeliji 3 agent u 70% slučajeva bira akciju *desno*, a u preostalih 30% slučajeva uniformno bira jednu od akcija *gore*, *dolje* ili *lijevo*. Okolina je deterministička. Ako okolina ne može provesti potez – primjerice, akciju *lijevo* u ćeliji 1 – onda okolina ne mijenja položaj agenta, ali svejedno agentu dodjeljuje nagradu življenja. Algoritmom vrednovanja politike želimo odrediti vrijednosti stanja za sve ćelije. Pretpostavite da su inicijalne procjene vrijednosti stanja za sve ćelije jednake 0. Provedite dvije iteracije algoritma. Faktor γ je 1. **Koliko iznosi zbroj vrijednosti stanja ćelija 1, 2 i 3 nakon provedene dvije iteracije algoritma?**

A 0.398 B 0.551 C 0.527 D 0.380

Završni ispit iz Uvoda u umjetnu inteligenciju (2022./2023.)

– NEKORIGIRANA VERZIJA –

*Ispit se sastoji od **20 pitanja** i ukupno nosi **20 bodova**. Točan odgovor nosi 1 bod, a netočan -1/3 boda. Trajanje ispita je **150 minuta**. Primjerak ispita trebate predati zajedno sa svojim rješenjima.*

1. Modeliranje neizvjesnosti (4 pitanja)

1 (P) Primjenom standardnih (Zadehovih) neizrazitih operacija i jezičnih modifikatora konstruirali smo neizrazite skupove *"manje-više snažan klokan"* i *"vrlo slab klokan"*. Klokan Roger prvom skupu pripada sa 0.8, a drugom sa 0.1. Primjenom istih operatora i modifikatora konstruirali smo neizraziti skup *"ne (vrlo snažan klokan) ili slab klokan"*. **Koja je pripadnost klokana Rogera tom neizrazitom skupu?**

A 0.64 B 0.32 C 0.59 D 0.41

2 (T) Bayesovo pravilo često se koristi za kauzalno zaključivanje (zaključivanje o uzrocima i posljedicama). Pritom uzrok odgovara hipotezi H, a posljedica odgovara dokazu E. **Što možemo učiniti Bayesovim pravilom?**

A Na temelju opažanja uzroka i posljedice zaključiti o vjerojatnosti uzroka

B Na temelju opažanja posljedice zaključiti o vjerojatnosti njezina uzroka

C Na temelju opažanja uzroka zaključiti o vjerojatnosti njezine posljedice

D Na temelju opažanja uzroka i posljedice zaključiti o vjerojatnosti posljedice

3 (T) Neki zakoni propozicijske logike ne vrijede u neizrazitoj logici. Jedan takav zakon je zakon isključenja trećega. Neka je μ funkcija pripadnosti nekog neizrazitog skupa definiranog na domeni X, definirana tako da vrijedi $\exists x \in X.(0 < \mu(x) < 1)$. **Zašto zakon isključenja trećega ne vrijedi?**

A Jer umjesto $\forall x \in X.\big(\max(\mu(x), 1-\mu(x)) = 1\big)$ vrijedi $\exists x \in X.\big(\max(\mu(x), 1-\mu(x)) < 1\big)$

B Jer umjesto $\exists x \in X.\big(\max(\mu(x), 1-\mu(x)) = 0\big)$ vrijedi $\forall x \in X.\big(\max(\mu(x), 1-\mu(x)) > 0\big)$

C Jer umjesto $\forall x \in X.\big(\min(\mu(x), 1-\mu(x)) = 0\big)$ vrijedi $\exists x \in X.\big(\min(\mu(x), 1-\mu(x)) > 0\big)$

D Jer umjesto $\exists x \in X.\big(\min(\mu(x), 1-\mu(x)) = 0\big)$ vrijedi $\forall x \in X.\big(\min(\mu(x), 1-\mu(x)) > 0\big)$

4 (R) U sustavu neizrazitog zaključivanja modeliramo vezu između dužine i težine mravojeda. Skup D je dužina u centimetrima, $D = \{60, 100, 130\}$, a skup T je težina u kilogramima $T = \{30, 40, 50\}$. Nad ovim univerzalnim skupovima definirali smo neizrazite skupove "dugačak mravojed" kao $D_d = \{0.3/60, 0.6/100, 1/130\}$ te "težak mravojed" kao $T_t = \{0.2/30, 0.5/40, 0.9/50\}$. U sustavu imamo pravilo "ako d je D_d, onda t je $\mathrm{not}(T_t)$", modelirano kao neizrazita relacija. Zanima nas kolika je težina mravojeda T', ako on nije dugačak ($\mathrm{not}(D_d)$). **Kako glasi neizraziti skup T' koji dobivamo generaliziranim modusom ponensom?**

A $\{0.6/30, 0.3/40, 0.1/50\}$ C $\{0.4/30, 0.3/40, 0.1/50\}$

B $\{0.6/30, 0.3/40, 0.2/50\}$ D $\{0.4/30, 0.4/40, 0.1/50\}$

2. Strojno učenje (5 pitanja)

5 (R) Raspolažemo skupom primjera za *"Nezaboravno jadransko ljeto 2025., odmah nakon pandemije koronavirusa"*. Skup se sastoji od sljedećih primjera, svaki sa 4 značajke (Mjesto, Otok, Smještaj, Prijevoz) i ciljnom oznakom y:

i	Mjesto	Otok	Smještaj	Prijevoz	y
1	Istra	ne	privatni	avion	da
2	Dalmacija	da	hotel	auto	da
3	Istra	ne	privatni	auto	da
4	Dalmacija	da	hotel	bus	da
5	Kvarner	ne	kamp	bus	ne
6	Istra	da	hotel	avion	ne
7	Kvarner	ne	privatni	auto	ne

Primijenite na ovaj skup primjera algoritam ID3. U slučaju da je u nekom koraku više značajki ima jednaku vrijednost informacijske dobiti, izaberite onu koja je u tablici navedena prva (ona ljevija). **Kako izgleda dobiveno stablo odluke?**

A Korijenski čvor stabla je Mjesto, a njegovo dijete je čvor Otok s informacijskom dobiti 0.251

B Korijenski čvor stabla je Mjesto, a njegovo dijete je čvor Otok s informacijskom dobiti 0.918

C Korijenski čvor stabla je Smještaj, a njegovo dijete je čvor Mjesto s informacijskom dobiti 0.251

D Korijenski čvor stabla je Smještaj, a njegovo dijete je čvor Mjesto s informacijskom dobiti 0.918

6 (P) Naivan Bayesov klasifikator treniramo na $N = 10$ primjera. Skup primjera sadrži dvije klase ($y = 0$ i $y = 1$) i tri značajke (x_1, x_2 i x_3). Značajke x_1 i x_2 su binarne, a značajka x_3 je ternarna. Apriorna vjerojatnost klase $y = 1$ iznosi 0.4. Izglednosti klasa dobivene su procjeniteljem MLE (bez zaglađivanja). Sada razmatramo neki konkretan primjer $\mathbf{x}$, koji želimo klasificirati. Za taj primjer, izglednosti za klasu $y = 0$ iznose $P(x_1|y) = 0.5$, $P(x_2|y) = 1$ i $P(x_3|y) = 1$, a za klasu $y = 1$ iznose $P(x_1|y) = 1$, $P(x_2|y) = 0.5$ i $P(x_3|y) = 1$ (sve brojke su bez zaokruživanja). Izračunajte aposteriornu vjerojatnost klasifikacije primjera $\mathbf{x}$ u klasu $y = 1$. Zatim izračunajte tu vjerojatnost ako bi se izglednosti klase procjenjivale Laplaceovim zaglađivanjem "dodaj jedan". **Koliko iznosi apsolutna razlika u vrijednosti aposteriorne vjerojatnosti sa zaglađivanjem i bez njega?**

A 0.023 B 0.052 C 0.032 D 0.046

7 (T) Naivan Bayesov klasifikator naziva se naivnim jer je u njegov model ugrađena pretpostavka o uvjetnoj nezavisnosti. Pretpostavite da naivan Bayesov klasifikator koristimo za klasifikaciju tvitova po sentimentu u pozitivne, neutralne i negativne tvitove. Značajke neka su pojedine riječi u tvitu. U nekom tvitu se pojavljuju riječi "Trump" i "beautiful". **Koja je od sljedećih pretpostavki ugrađena u naivan Bayesov klasifikator?**

A Vjerojatnost pojavljivanja riječi "Trump" u negativnom tvitu jednaka je umnošku apriorne vjerojatnosti negativnog tvita i vjerojatnosti pojavljivanja riječi "beautiful" u negativnom tvitu

B Vjerojatnost pojavljivanja riječi "beautiful" ili "Trump" u tvitu jednaka je vjerojatnosti neutralnog tvita u tvitovima u kojima se pojavila riječ "beautiful" ili "Trump"

C Vjerojatnost zajedničkog pojavljivanja riječi "Trump" i "beautiful" u pozitivnom tvitu jednaka je umnošku vjerojatnosti pojavljivanja svake od tih riječi u pozitivnom tvitu

D Vjerojatnost zajedničkog pojavljivanja riječi "beautiful" i "Trump" jednaka je umnošku apriornih vjerojatnosti pojavljivanja riječi "Trump" i riječi "beautiful" u bilo kojem tvitu

8 (T) Kod nadziranog strojnog učenja, podatke tipično dijelimo na skup za učenje, skup za provjeru i skup za ispitivanje. Skup za provjeru koristimo radi odabira modela optimalne složenosti, kako bi on najbolje generalizirao na nove primjere (npr., optimizacija dubine stabla kod stabla odluke). **Što bi se vjerojatno dogodilo kada bismo, umjesto na skupu za provjeru, hiperparametre modela optimirali na skupu za ispitivanje?**

A Model bi bio prenaučen (pogreška na novim primjerima bila bi veća od one modela optimalne složenosti)

B Procjena pogreške bila bi pesimistična (pogreška na skupu za učenje bila bi manja nego na skupu za ispitivanje)

C Model bi bio podnaučen (pogreška na skupu za ispitivanje bila bi jednako velika kao i na skupu za učenje)

D Procjena pogreške bila bi optimistična (pogreška na novim primjerima bila bi veća nego na skupu za ispitivanje)

9 (P) Algoritmom ID3 učimo stablo odluke. Kako bismo spriječili prenaučenost, koristimo unakrsnu provjeru i skup primjera podijelili smo na skup za učenje D_u, skup za provjeru D_p i skup za testiranje D_t. Stablo učimo na D_u i zatim ga podrezujemo na različitim dubinama k, ispitujući pogrešku na D_p. Neka je $E(k|D)$ pogreška stabla dubine k na skupu primjera D. Za neke k_1 i k_2, gdje $k_2 > k_1$, opažamo da $E(k_1|D_u) > E(k_2|D_u)$ i $E(k_1|D_p) > E(k_2|D_p)$. **Za koju dubinu stabla k možemo sigurno reći da će ostvariti najmanju očekivanu pogrešku $E(k|D_t)$?**

A $k < k_2$ B $k_1 < k \leq k_2$ C $k > k_2$ D $k > k_1$

3. Umjetne neuronske mreže (4 pitanja)

10 (R) Rosenblattovim algoritmom perceptrona potrebno je naučiti klasificirati sljedeći skup primjera za učenje:

$$\mathcal{D} = \big\{((1,3),-1),((3,1),-1),((4,3),1),((3,5),1),((1,6),1)\big\}$$

gdje su pojedini primjeri oblika $((x_2, x_1), t)$. Prijenosna funkcija je funkcija skoka koja preslikava u $\{-1, +1\}$ (za 0 daje 1). Početne težine (w_2, w_1, w_0) su $(0, 2, -8)$, a stopa učenja je 0.1. Provedite učenje perceptrona. **Koje su konačne vrijednosti težina te koliko je puta algoritam radio korekcije?**

A $(1.0, 2.0, -10.0)$, dva puta C $(0.4, 1.8, -7.0)$, tri puta

B $(0.6, 2.0, -8.0)$, dva puta D $(1.1, 2.0, -8.0)$, jednom

11 (P) Na računalu implementiramo unaprijednu potpuno povezanu slojevitu umjetnu neuronsku mrežu arhitekture $5 \times 20 \times 10 \times 5 \times 2$. Neuroni kao prijenosne funkcije koriste sigmoidu. U memoriji težine mreže čuvaju se kao tip `double`, koji zauzima 8 okteta. **Koliko okteta memorije ukupno zauzimaju parametri ove mreže?**

A 2160 B 2880 C 3176 D 2456

12 (T) McCulloch-Pittsov model umjetnog neurona inspiriran je anatomijom biološkog neurona. Može se povući korespondencija između nekih dijelova biološkog neurona i dijelova umjetnog neurona. **Kojem dijelu McCulloch-Pittsovog modela umjetnog neurona odgovara tijelo biološkog neurona (soma)?**

A Aktivacijskoj funkciji primijenjenoj na skalarni produkt vektora ulaza i vektora težina

B Zbrajanju umnožaka svih ulaza neurona s njima odgovarajućim težinama

C Skalarnom produktu vektora ulaza neurona i vektora izlaza neurona

D Razlici očekivanog izlaza i izlaza neurona pomnoženoj s ulazom u neuron

13 (R) Umjetnu neuronsku mrežu arhitekture $1 \times 2 \times 2$ učimo algoritmom propagacije pogreške unatrag. U nekom koraku algoritam ažurira težine na temelju primjera $(1, (1, 0))$. Vrijednosti svih težina u tom koraku su:

$$w_{01}^{(1)} = 0.1, w_{11}^{(1)} = 0.2, w_{02}^{(1)} = 0.5, w_{12}^{(1)} = 0.6, w_{01}^{(2)} = 0.1, w_{11}^{(2)} = 0.2, w_{21}^{(2)} = 0.3, w_{02}^{(2)} = 0.2, w_{12}^{(2)} = 0.3, w_{22}^{(2)} = 0.4$$

Svi neuroni koriste sigmoidnu prijenosnu funkciju, a stopa učenja je 10. **Koliko iznosi korekcija koja će biti pridodana težini $w_{12}^{(1)}$?**

A -0.058547 B $+0.035152$ C -0.147551 D $+0.065732$

4. Prirodom inspirirani optimizacijski algoritmi (4 pitanja)

14 (R) Genetskim algoritmom traži se maksimum funkcije $f(x, y) = 3x^2 + 5y^2$. Svaka varijabla kodira se s 4 bita, pri čemu se x pretražuje iz intervala $[-4, 11]$, a y iz intervala $[-6, 9]$. U kromosomu najprije dolaze bitovi koji kodiraju x pa potom bitovi koji kodiraju y. Za odabir roditelja koristi se selekcija proporcionalna dobroti (engl. *roulette wheel selection*). Populacija se sastoji od sljedeće četiri jedinke:

$$K_1 = \texttt{00110011}, \quad K_2 = \texttt{01010101}, \quad K_3 = \texttt{10101010}, \quad K_4 = \texttt{00010001}$$

Koristi se križanje s jednom točkom prijeloma (točno na polovici kromosoma). Pretpostavite da se u trenutačnoj iteraciji algoritma slučajno odaberu baš dvije najmanje vjerojatne jedinke te da pri izgradnji djece mutacija igrom slučaja ne promijeni niti jedan bit. Označimo s F zbroj vjerojatnosti odabira odabranih jedniki, a s G dobrotu djeteta koje će biti umetnuto u novu populaciju (ako križanjem/mutacijom nastaje više djece, samo najbolje djete ide dalje). **Što od sljedećega vrijedi za F i G?**

A $F > 0.3$, $5 < G < 50$ B $F > 0.1$, $G > 60$ C $F < 0.2$, $20 < G < 60$ D $F < 0.2$, $G < 30$

15 (P) Populacija genetskog algoritma sastoji se od 5 jedinki čije su dobrote redom 10, 8, 4, 3, 1. Operator selekcije je 4-turnirska selekcija (podsjetnik: u turniru sudjeluju različite jedinke). Prvi roditelj bira se tim operatorom, dok se drugi bira slučajno iz cijele populacije s uniformnom distribucijom. Kao operator križanja koristi se uniformno križanje, a za reprezentaciju kromosoma koristi se 1000-bitovni vektor. Neka je p procjena vjerojatnosti da će novostvoreno dijete biti mutacija kromosoma identičnog najboljoj jedinci u populaciji. **Koliko iznosi p?**

A 0.25 B 0.80 C 0.09 D 0.16

16 (T) Heuristički optimizacijski algoritmi kombiniraju mehanizme iskorištavanja (eksploatacije) rješenja i mehanizme istraživanja (eksploracije) rješenja. To vrijedi i za mravlji algoritam. **Na koji je način kod mravljeg algoritma ostvaren mehanizam istraživanja rješenja?**

- A Mravi u bilo kojoj iteraciji mogu istražiti neotkriven put odabirom brida kojim još nije prošao niti jedan mrav
- B Vjerojatnost odabira brida proporcionalna je jačini feromonskog traga, koji početno postoji na svim bridovima
- C Vjerojatnost odabira brida proporcionalna je jačini feromonskog traga, koji blijedi ako nema novih depozita
- D Putevi koji vode do rješenja u manjem broju koraka imat će više deponiranoga feromonskog traga

17 (R) Mravljim algoritmom uz parametre $\alpha = \beta = 1$ traži se put (hamiltonov ciklus) kroz graf koji se sastoji od 5 čvorova: A do E. Za bridove su poznate vrijednosti heurističkih informacija: $\eta_{AB} = 7$, $\eta_{AC} = 1$, $\eta_{BC} = 2$, $\eta_{BD} = 3$, $\eta_{CD} = 2$, $\eta_{DE} = 4$ i $\eta_{CE} = 3$. U nekoj iteraciji algoritma vrijednosti feromonskih tragova su: $\tau_{AB} = 1$, $\tau_{AC} = 3$, $\tau_{BC} = 2$, $\tau_{BD} = 2$, $\tau_{CD} = 1$, $\tau_{DE} = 2$ i $\tau_{CE} = 3$. Sve vrijednosti η i τ su ujedno i simetrične. Mrav konstrukciju puta započinje iz čvora A. Pretpostavite da će prilikom slučajnog odabira sljedećeg čvora mrav svaki puta odabrati onaj koji je najvjerojatniji (i u koji je dozvoljeno odnosno moguće prijeći). Odredite put koji će mrav konstruirati. **Koji je od sljedećih sljedova dio tog puta?**

A $E \to C \to A$ B $D \to C \to E$ C $B \to C \to E$ D $B \to D \to C$

5. Podržano učenje (3 pitanja)

18 (P) Rešetkasti svijet sastoji se od pet ćelija (numerirane 1 do 5) koje su smještene slijeva udesno (ćelija 1 je prva, ćelija 5 je posljednja). Ćelija 5 je završna. Na ćelijama 1 do 4 robot može poduzeti jednu od tri akcije: $a_1 = \textit{lijevo}$, $a_2 = \textit{desno}$, $a_3 = \textit{sagni-se-i-pokupi-bocu}$. Boce se nalaze na ćelijama 2 i 4. Okolina robotu dodjeljuje nagrade kako slijedi. Za prelazak na ćeliju 5 robot dobiva 10 bodova. Za saginjanje i skupljanje boce robot dobiva 5 bodova, no ako se sagne i pokuša pokupiti bocu na ćeliji koja nema bocu, robot dobiva -5 bodova. Za sve ostale akcije isporučuje se nagrada življenja od -1 bod. U ovom svijetu robot uči optimalnu politiku algoritmom q-učenja. Neka su $\gamma = 1$ i $\alpha = 0.25$. U nekom trenutku naučene q-vrijednosti su sljedeće: $q(1, a_1) = 0$, $q(2, a_1) = 1$, $q(3, a_1) = 0$, $q(4, a_1) = 1$, $q(1, a_2) = 1$, $q(2, a_2) = 1$, $q(3, a_2) = 1$, $q(4, a_2) = 2$, $q(1, a_3) = 2$, $q(2, a_3) = -1$, $q(3, a_3) = -2$, $q(4, a_3) = 3$. Robot se nalazi na ćeliji 3 i poduzima akciju a_2. **Koja će biti nova vrijednost za** $q(3, a_2)$?

A 2.75 B 3 C 1.25 D 1.5

19 (T) Razmatramo primjenu podržanog učenja na odabrani problem. **Što je od navedenog točno?**

- A Bellmanovim izrazima možemo odrediti optimalne vrijednosti stanja samo ako je okolina nedeterministička
- B Da bismo proveli vrednovanje politike moramo imati na raspolaganju i model okoline i model politike
- C Okolina ne smije imati svojstvo Markovljevog procesa odlučivanja jer inače algoritmi ne bi konvergirali
- D Q-učenjem možemo za zadanu fiksnu politiku agenta odrediti koje su očekivane vrijednosti svakog stanja

20 (R) Rešetkasti svijet sastoji se od pet ćelija. Ćelije 1 do 4 poredane su jedna do druge slijeva nadesno. Ćelija 5 nalazi se ispod ćelije 3. Ćelija 4 je izlaz i agentu donosi nagradu +1. Ćelija 5 je oganj koji uništava agenta i donosi mu nagradu od -1. Svi ostali potezi agentu donose nagradu življenja od -0.1. Pretpostavite da agent u ćelijama 1 i 2 koristi politiku odabira smjera koja uniformno odabire jedan od četiri poteza: *gore*, *dolje*, *lijevo* ili *desno*. U ćeliji 3 agent u 70% slučajeva bira akciju *desno*, a u preostalih 30% slučajeva uniformno bira jednu od akcija *gore*, *dolje* ili *lijevo*. Okolina je deterministička. Ako okolina ne može provesti potez – primjerice, akciju *lijevo* u ćeliji 1 – onda okolina ne mijenja položaj agenta, ali svejedno agentu dodjeljuje nagradu življenja. Algoritmom vrednovanja politike želimo odrediti vrijednosti stanja za sve ćelije. Pretpostavite da su inicijalne procjene vrijednosti stanja za sve ćelije jednake 0. Provedite dvije iteracije algoritma. Faktor γ je 1. **Koliko iznosi zbroj vrijednosti stanja ćelija 1, 2 i 3 nakon provedene dvije iteracije algoritma?**

A 0.398 B 0.527 C 0.380 D 0.551

Završni ispit iz Uvoda u umjetnu inteligenciju (2022./2023.)

– NEKORIGIRANA VERZIJA –

Ispit se sastoji od ***20 pitanja*** *i ukupno nosi* ***20 bodova****. Točan odgovor nosi 1 bod, a netočan -1/3 boda. Trajanje ispita je* ***150 minuta****. Primjerak ispita trebate predati zajedno sa svojim rješenjima.*

1. Modeliranje neizvjesnosti (4 pitanja)

1 (R) U sustavu neizrazitog zaključivanja modeliramo vezu između dužine i težine mravojeda. Skup D je dužina u centimetrima, $D = \{60, 100, 130\}$, a skup T je težina u kilogramima $T = \{30, 40, 50\}$. Nad ovim univerzalnim skupovima definirali smo neizrazite skupove "dugačak mravojed" kao $D_d = \{0.3/60, 0.6/100, 1/130\}$ te "težak mravojed" kao $T_t = \{0.2/30, 0.7/40, 0.9/50\}$. U sustavu imamo pravilo "ako d je D_d, onda t je $\mathrm{not}(T_t)$", modelirano kao neizrazita relacija. Zanima nas kolika je težina mravojeda T', ako on nije dugačak ($\mathrm{not}(D_d)$). **Kako glasi neizraziti skup T' koji dobivamo generaliziranim modusom ponensom?**

- A $\{0.6/30, 0.3/40, 0.1/50\}$
- C $\{0.4/30, 0.3/40, 0.1/50\}$
- B $\{0.4/30, 0.4/40, 0.1/50\}$
- D $\{0.6/30, 0.3/40, 0.2/50\}$

2 (T) Neki zakoni propozicijske logike ne vrijede u neizrazitoj logici. Jedan takav zakon je zakon isključenja trećega. Neka je μ funkcija pripadnosti nekog neizrazitog skupa definiranog na domeni X, definirana tako da vrijedi $\exists x \in X.(0 < \mu(x) < 1)$. **Zašto zakon isključenja trećega ne vrijedi?**

- A Jer umjesto $\exists x \in X.\big(\min(\mu(x), 1-\mu(x)) = 0\big)$ vrijedi $\forall x \in X.\big(\min(\mu(x), 1-\mu(x)) > 0\big)$
- B Jer umjesto $\forall x \in X.\big(\max(\mu(x), 1-\mu(x)) = 1\big)$ vrijedi $\exists x \in X.\big(\max(\mu(x), 1-\mu(x)) < 1\big)$
- C Jer umjesto $\forall x \in X.\big(\min(\mu(x), 1-\mu(x)) = 0\big)$ vrijedi $\exists x \in X.\big(\min(\mu(x), 1-\mu(x)) > 0\big)$
- D Jer umjesto $\exists x \in X.\big(\max(\mu(x), 1-\mu(x)) = 0\big)$ vrijedi $\forall x \in X.\big(\max(\mu(x), 1-\mu(x)) > 0\big)$

3 (T) Bayesovo pravilo često se koristi za kauzalno zaključivanje (zaključivanje o uzrocima i posljedicama). Pritom uzrok odgovara hipotezi H, a posljedica odgovara dokazu E. **Što možemo učiniti Bayesovim pravilom?**

- A Na temelju opažanja uzroka i posljedice zaključiti o vjerojatnosti posljedice
- B Na temelju opažanja posljedice zaključiti o vjerojatnosti njezina uzroka
- C Na temelju opažanja uzroka zaključiti o vjerojatnosti njezine posljedice
- D Na temelju opažanja uzroka i posljedice zaključiti o vjerojatnosti uzroka

4 (P) Primjenom standardnih (Zadehovih) neizrazitih operacija i jezičnih modifikatora konstruirali smo neizrazite skupove *"manje-više snažan klokan"* i *"vrlo slab klokan"*. Klokan Roger prvom skupu pripada sa 0.8, a drugom sa 0.1. Primjenom istih operatora i modifikatora konstruirali smo neizraziti skup *"ne (vrlo snažan klokan) ili slab klokan"*. **Koja je pripadnost klokana Rogera tom neizrazitom skupu?**

- A 0.59
- B 0.41
- C 0.64
- D 0.32

2. Strojno učenje (5 pitanja)

5 (R) Raspolažemo skupom primjera za *"Nezaboravno jadransko ljeto 2025., odmah nakon pandemije koronavirusa"*. Skup se sastoji od sljedećih primjera, svaki sa 4 značajke (Mjesto, Otok, Smještaj, Prijevoz) i ciljnom oznakom y:

i	Mjesto	Otok	Smještaj	Prijevoz	y
1	Istra	ne	privatni	auto	da
2	Istra	ne	privatni	avion	da
3	Dalmacija	da	hotel	auto	da
4	Dalmacija	da	hotel	bus	da
5	Kvarner	ne	kamp	bus	ne
6	Dalmacija	da	privatni	avion	ne
7	Istra	ne	kamp	auto	ne

Primijenite na ovaj skup primjera algoritam ID3. U slučaju da je u nekom koraku više značajki ima jednaku vrijednost informacijske dobiti, izaberite onu koja je u tablici navedena prva (ona ljevija). **Kako izgleda dobiveno stablo odluke?**

A Korijenski čvor stabla je Mjesto, a njegovo dijete je čvor Smještaj s informacijskom dobiti 0.251

B Korijenski čvor stabla je Smještaj, a njegovo dijete je čvor Mjesto s informacijskom dobiti 0.918

C Korijenski čvor stabla je Mjesto, a njegovo dijete je čvor Smještaj s informacijskom dobiti 0.918

D Korijenski čvor stabla je Smještaj, a njegovo dijete je čvor Mjesto s informacijskom dobiti 0.251

6 (T) Kod nadziranog strojnog učenja, podatke tipično dijelimo na skup za učenje, skup za provjeru i skup za ispitivanje. Skup za provjeru koristimo radi odabira modela optimalne složenosti, kako bi on najbolje generalizirao na nove primjere (npr., optimizacija dubine stabla kod stabla odluke). **Što bi se vjerojatno dogodilo kada bismo, umjesto na skupu za provjeru, hiperparametre modela optimirali na skupu za ispitivanje?**

A Model bi bio prenaučen (pogreška na novim primjerima bila bi veća od one modela optimalne složenosti)

B Model bi bio podnaučen (pogreška na skupu za ispitivanje bila bi jednako velika kao i na skupu za učenje)

C Procjena pogreške bila bi optimistična (pogreška na novim primjerima bila bi veća nego na skupu za ispitivanje)

D Procjena pogreške bila bi pesimistična (pogreška na skupu za učenje bila bi manja nego na skupu za ispitivanje)

7 (T) Naivan Bayesov klasifikator naziva se naivnim jer je u njegov model ugrađena pretpostavka o uvjetnoj nezavisnosti. Pretpostavite da naivan Bayesov klasifikator koristimo za klasifikaciju tvitova po sentimentu u pozitivne, neutralne i negativne tvitove. Značajke neka su pojedine riječi u tvitu. U nekom tvitu se pojavljuju riječi "Trump" i "beautiful". **Koja je od sljedećih pretpostavki ugrađena u naivan Bayesov klasifikator?**

A Vjerojatnost pojavljivanja riječi "Trump" u negativnom tvitu jednaka je umnošku apriorne vjerojatnosti negativnog tvita i vjerojatnosti pojavljivanja riječi "beautiful" u negativnom tvitu

B Vjerojatnost pojavljivanja riječi "beautiful" ili "Trump" u tvitu jednaka je vjerojatnosti neutralnog tvita u tvitovima u kojima se pojavila riječ "beautiful" ili "Trump"

C Vjerojatnost zajedničkog pojavljivanja riječi "Trump" i "beautiful" u pozitivnom tvitu jednaka je umnošku vjerojatnosti pojavljivanja svake od tih riječi u pozitivnom tvitu

D Vjerojatnost zajedničkog pojavljivanja riječi "beautiful" i "Trump" jednaka je umnošku apriornih vjerojatnosti pojavljivanja riječi "Trump" i riječi "beautiful" u bilo kojem tvitu

8 (P) Algoritmom ID3 učimo stablo odluke. Kako bismo spriječili prenaučenost, koristimo unakrsnu provjeru i skup primjera podijelili smo na skup za učenje D_u, skup za provjeru D_p i skup za testiranje D_t. Stablo učimo na D_u i zatim ga podrezujemo na različitim dubinama k, ispitujući pogrešku na D_p. Neka je $E(k|D)$ pogreška stabla dubine k na skupu primjera D. Za neke k_1 i k_2, gdje $k_2 > k_1$, opažamo da $E(k_1|D_u) > E(k_2|D_u)$ i $E(k_1|D_p) > E(k_2|D_p)$. **Za koju dubinu stabla k možemo sigurno reći da će ostvariti najmanju očekivanu pogrešku $E(k|D_t)$?**

A $k > k_1$ B $k > k_2$ C $k_1 < k \leq k_2$ D $k < k_2$

9 (P) Naivan Bayesov klasifikator treniramo na $N = 10$ primjera. Skup primjera sadrži dvije klase ($y = 0$ i $y = 1$) i tri značajke (x_1, x_2 i x_3). Značajke x_1 i x_2 su binarne, a značajka x_3 je ternarna. Apriorna vjerojatnost klase $y = 1$ iznosi 0.4. Izglednosti klasa dobivene su procjeniteljem MLE (bez zaglađivanja). Sada razmatramo neki konkretan primjer $\mathbf{x}$, koji želimo klasificirati. Za taj primjer, izglednosti za klasu $y = 0$ iznose $P(x_1|y) = 0.5$, $P(x_2|y) = 1$ i $P(x_3|y) = 1$, a za klasu $y = 1$ iznose $P(x_1|y) = 0.25$, $P(x_2|y) = 0.5$ i $P(x_3|y) = 1$ (sve brojke su bez zaokruživanja). Izračunajte aposteriornu vjerojatnost klasifikacije primjera $\mathbf{x}$ u klasu $y = 1$. Zatim izračunajte tu vjerojatnost ako bi se izglednosti klase procjenjivale Laplaceovim zaglađivanjem "dodaj jedan". **Koliko iznosi apsolutna razlika u vrijednosti aposteriorne vjerojatnosti sa zaglađivanjem i bez njega?**

A 0.052 B 0.023 C 0.046 D 0.032

3. Umjetne neuronske mreže (4 pitanja)

10 (R) Umjetnu neuronsku mrežu arhitekture $1 \times 2 \times 2$ učimo algoritmom propagacije pogreške unatrag. U nekom koraku algoritam ažurira težine na temelju primjera $(1, (1, 0))$. Vrijednosti svih težina u tom koraku su:

$$w_{01}^{(1)} = 0.1, w_{11}^{(1)} = 0.2, w_{02}^{(1)} = 0.5, w_{12}^{(1)} = 0.6, w_{01}^{(2)} = 0.1, w_{11}^{(2)} = 0.2, w_{21}^{(2)} = 0.3, w_{02}^{(2)} = 0.2, w_{12}^{(2)} = 0.3, w_{22}^{(2)} = 0.4$$

Svi neuroni koriste sigmoidnu prijenosnu funkciju, a stopa učenja je 10. **Koliko iznosi korekcija koja će biti pridodana težini $w_{12}^{(1)}$?**

A -0.058547 B $+0.035152$ C $+0.065732$ D -0.147551

11 (R) Rosenblattovim algoritmom perceptrona potrebno je naučiti klasificirati sljedeći skup primjera za učenje:

$$\mathcal{D} = \{((1,3),-1),((3,1),-1),((4,3),1),((3,5),1),((1,6),1)\}$$

gdje su pojedini primjeri oblika $((x_2, x_1), t)$. Prijenosna funkcija je funkcija skoka koja preslikava u $\{-1, +1\}$ (za 0 daje 1). Početne težine (w_2, w_1, w_0) su $(0, 2, -8)$, a stopa učenja je 0.1. Provedite učenje perceptrona. **Koje su konačne vrijednosti težina te koliko je puta algoritam radio korekcije?**

A $(1.1, 2.0, -8.0)$, jednom C $(0.4, 1.8, -7.0)$, tri puta

B $(0.6, 2.0, -8.0)$, dva puta D $(1.0, 2.0, -10.0)$, dva puta

12 (T) McCulloch-Pittsov model umjetnog neurona inspiriran je anatomijom biološkog neurona. Može se povući korespondencija između nekih dijelova biološkog neurona i dijelova umjetnog neurona. **Kojem dijelu McCulloch-Pittsovog modela umjetnog neurona odgovara tijelo biološkog neurona (soma)?**

A Razlici očekivanog izlaza i izlaza neurona pomnoženoj s ulazom u neuron

B Aktivacijskoj funkciji primijenjenoj na skalarni produkt vektora ulaza i vektora težina

C Zbrajanju umnožaka svih ulaza neurona s njima odgovarajućim težinama

D Skalarnom produktu vektora ulaza neurona i vektora izlaza neurona

13 (P) Na računalu implementiramo unaprijednu potpuno povezanu slojevitu umjetnu neuronsku mrežu arhitekture $5 \times 20 \times 5 \times 10 \times 2$. Neuroni kao prijenosne funkcije koriste sigmoidu. U memoriji težine mreže čuvaju se kao tip `double`, koji zauzima 8 okteta. **Koliko okteta memorije ukupno zauzimaju parametri ove mreže?**

A 2880 B 3176 C 2456 D 2160

4. Prirodom inspirirani optimizacijski algoritmi (4 pitanja)

14 (R) Genetskim algoritmom traži se maksimum funkcije $f(x, y) = 3x^2 + 5y^2$. Svaka varijabla kodira se s 4 bita, pri čemu se x pretražuje iz intervala $[-4, 11]$, a y iz intervala $[-6, 9]$. U kromosomu najprije dolaze bitovi koji kodiraju x pa potom bitovi koji kodiraju y. Za odabir roditelja koristi se selekcija proporcionalna dobroti (engl. *roulette wheel selection*). Populacija se sastoji od sljedeće četiri jedinke:

$$K_1 = \texttt{00110011}, \quad K_2 = \texttt{01010101}, \quad K_3 = \texttt{10101010}, \quad K_4 = \texttt{00010001}$$

Koristi se križanje s jednom točkom prijeloma (točno na polovici kromosoma). Pretpostavite da se u trenutačnoj iteraciji algoritma slučajno odaberu baš dvije najmanje vjerojatne jedinke te da pri izgradnji djece mutacija igrom slučaja ne promijeni niti jedan bit. Označimo s F zbroj vjerojatnosti odabira odabranih jedniki, a s G dobrotu djeteta koje će biti umetnuto u novu populaciju (ako križanjem/mutacijom nastaje više djece, samo najbolje djete ide dalje). **Što od sljedećega vrijedi za F i G?**

A $F > 0.3$, $5 < G < 50$ B $F < 0.2$, $G < 30$ C $F < 0.2$, $20 < G < 60$ D $F > 0.1$, $G > 60$

15 (P) Populacija genetskog algoritma sastoji se od 5 jedinki čije su dobrote redom 10, 8, 4, 3, 1. Operator selekcije je 4-turnirska selekcija (podsjetnik: u turniru sudjeluju različite jedinke). Prvi roditelj bira se tim operatorom, dok se drugi bira slučajno iz cijele populacije s uniformnom distribucijom. Kao operator križanja koristi se uniformno križanje, a za reprezentaciju kromosoma koristi se 1000-bitovni vektor. Neka je p procjena vjerojatnosti da će novostvoreno dijete biti mutacija kromosoma identičnog najboljoj jedinci u populaciji. **Koliko iznosi p?**

A 0.80 B 0.16 C 0.25 D 0.09

16 (T) Heuristički optimizacijski algoritmi kombiniraju mehanizme iskorištavanja (eksploatacije) rješenja i mehanizme istraživanja (eksploracije) rješenja. To vrijedi i za mravlji algoritam. **Na koji je način kod mravljeg algoritma ostvaren mehanizam istraživanja rješenja?**

A Putevi koji vode do rješenja u manjem broju koraka imat će više deponiranoga feromonskog traga

B Vjerojatnost odabira brida proporcionalna je jačini feromonskog traga, koji početno postoji na svim bridovima

C Mravi u bilo kojoj iteraciji mogu istražiti neotkriven put odabirom brida kojim još nije prošao niti jedan mrav

D Vjerojatnost odabira brida proporcionalna je jačini feromonskog traga, koji blijedi ako nema novih depozita

17 (R) Mravljim algoritmom uz parametre $\alpha = \beta = 1$ traži se put (hamiltonov ciklus) kroz graf koji se sastoji od 5 čvorova: A do E. Za bridove su poznate vrijednosti heurističkih informacija: $\eta_{AB} = 7$, $\eta_{AC} = 1$, $\eta_{BC} = 2$, $\eta_{BD} = 3$, $\eta_{CD} = 2$, $\eta_{DE} = 4$ i $\eta_{CE} = 3$. U nekoj iteraciji algoritma vrijednosti feromonskih tragova su: $\tau_{AB} = 1$, $\tau_{AC} = 3$, $\tau_{BC} = 2$, $\tau_{BD} = 2$, $\tau_{CD} = 1$, $\tau_{DE} = 2$ i $\tau_{CE} = 3$. Sve vrijednosti η i τ su ujedno i simetrične. Mrav konstrukciju puta započinje iz čvora A. Pretpostavite da će prilikom slučajnog odabira sljedećeg čvora mrav svaki puta odabrati onaj koji je najvjerojatniji (i u koji je dozvoljeno odnosno moguće prijeći). Odredite put koji će mrav konstruirati. **Koji je od sljedećih sljedova dio tog puta?**

A $D \to C \to E$ B $E \to C \to A$ C $B \to D \to C$ D $B \to C \to E$

5. Podržano učenje (3 pitanja)

18 (T) Razmatramo primjenu podržanog učenja na odabrani problem. **Što je od navedenog točno?**

A Bellmanovim izrazima možemo odrediti optimalne vrijednosti stanja samo ako je okolina nedeterministička

B Q-učenjem možemo za zadanu fiksnu politiku agenta odrediti koje su očekivane vrijednosti svakog stanja

C Da bismo proveli vrednovanje politike moramo imati na raspolaganju i model okoline i model politike

D Okolina ne smije imati svojstvo Markovljevog procesa odlučivanja jer inače algoritmi ne bi konvergirali

19 (P) Rešetkasti svijet sastoji se od pet ćelija (numerirane 1 do 5) koje su smještene slijeva udesno (ćelija 1 je prva, ćelija 5 je posljednja). Ćelija 5 je završna. Na ćelijama 1 do 4 robot može poduzeti jednu od tri akcije: $a_1 =$ *lijevo*, $a_2 =$ *desno*, $a_3 =$ *sagni-se-i-pokupi-bocu*. Boce se nalaze na ćelijama 2 i 4. Okolina robotu dodjeljuje nagrade kako slijedi. Za prelazak na ćeliju 5 robot dobiva 10 bodova. Za saginjanje i skupljanje boce robot dobiva 5 bodova, no ako se sagne i pokuša pokupiti bocu na ćeliji koja nema bocu, robot dobiva -5 bodova. Za sve ostale akcije isporučuje se nagrada življenja od -1 bod. U ovom svijetu robot uči optimalnu politiku algoritmom q-učenja. Neka su $\gamma = 1$ i $\alpha = 0.25$. U nekom trenutku naučene q-vrijednosti su sljedeće: $q(1, a_1) = 0$, $q(2, a_1) = 1$, $q(3, a_1) = 0$, $q(4, a_1) = 1$, $q(1, a_2) = 1$, $q(2, a_2) = 1$, $q(3, a_2) = 1$, $q(4, a_2) = 2$, $q(1, a_3) = 2$, $q(2, a_3) = -1$, $q(3, a_3) = -2$, $q(4, a_3) = 3$. Robot se nalazi na ćeliji 3 i poduzima akciju a_2. **Koja će biti nova vrijednost za** $q(3, a_2)$?

A 3 B 1.25 C 2.75 D 1.5

20 (R) Rešetkasti svijet sastoji se od pet ćelija. Ćelije 1 do 4 poredane su jedna do druge slijeva nadesno. Ćelija 5 nalazi se ispod ćelije 3. Ćelija 4 je izlaz i agentu donosi nagradu $+1$. Ćelija 5 je oganj koji uništava agenta i donosi mu nagradu od -1. Svi ostali potezi agentu donose nagradu življenja od -0.1. Pretpostavite da agent u ćelijama 1 i 2 koristi politiku odabira smjera koja uniformno odabire jedan od četiri poteza: *gore*, *dolje*, *lijevo* ili *desno*. U ćeliji 3 agent u 70% slučajeva bira akciju *desno*, a u preostalih 30% slučajeva uniformno bira jednu od akcija *gore*, *dolje* ili *lijevo*. Okolina je deterministička. Ako okolina ne može provesti potez – primjerice, akciju *lijevo* u ćeliji 1 – onda okolina ne mijenja položaj agenta, ali svejedno agentu dodjeljuje nagradu življenja. Algoritmom vrednovanja politike želimo odrediti vrijednosti stanja za sve ćelije. Pretpostavite da su inicijalne procjene vrijednosti stanja za sve ćelije jednake 0. Provedite dvije iteracije algoritma. Faktor γ je 1. **Koliko iznosi zbroj vrijednosti stanja ćelija 1, 2 i 3 nakon provedene dvije iteracije algoritma?**

A 0.398 B 0.527 C 0.551 D 0.380

Završni ispit iz Uvoda u umjetnu inteligenciju (2022./2023.)

– NEKORIGIRANA VERZIJA –

*Ispit se sastoji od **20 pitanja** i ukupno nosi **20 bodova**. Točan odgovor nosi 1 bod, a netočan -1/3 boda. Trajanje ispita je **150 minuta**. Primjerak ispita trebate predati zajedno sa svojim rješenjima.*

1. Modeliranje neizvjesnosti (4 pitanja)

1 (T) Neki zakoni propozicijske logike ne vrijede u neizrazitoj logici. Jedan takav zakon je zakon isključenja trećega. Neka je μ funkcija pripadnosti nekog neizrazitog skupa definiranog na domeni X, definirana tako da vrijedi $\exists x \in X.(0 < \mu(x) < 1)$. **Zašto zakon isključenja trećega ne vrijedi?**

- A Jer umjesto $\forall x \in X.\big(\max(\mu(x), 1 - \mu(x)) = 1\big)$ vrijedi $\exists x \in X.\big(\max(\mu(x), 1 - \mu(x)) < 1\big)$
- B Jer umjesto $\forall x \in X.\big(\min(\mu(x), 1 - \mu(x)) = 0\big)$ vrijedi $\exists x \in X.\big(\min(\mu(x), 1 - \mu(x)) > 0\big)$
- C Jer umjesto $\exists x \in X.\big(\min(\mu(x), 1 - \mu(x)) = 0\big)$ vrijedi $\forall x \in X.\big(\min(\mu(x), 1 - \mu(x)) > 0\big)$
- D Jer umjesto $\exists x \in X.\big(\max(\mu(x), 1 - \mu(x)) = 0\big)$ vrijedi $\forall x \in X.\big(\max(\mu(x), 1 - \mu(x)) > 0\big)$

2 (R) U sustavu neizrazitog zaključivanja modeliramo vezu između dužine i težine mravojeda. Skup D je dužina u centimetrima, $D = \{60, 100, 130\}$, a skup T je težina u kilogramima $T = \{30, 40, 50\}$. Nad ovim univerzalnim skupovima definirali smo neizrazite skupove "dugačak mravojed" kao $D_d = \{0.3/60, 0.6/100, 1/130\}$ te "težak mravojed" kao $T_t = \{0.2/30, 0.7/40, 0.9/50\}$. U sustavu imamo pravilo "ako d je D_d, onda t je $\text{not}(T_t)$", modelirano kao neizrazita relacija. Zanima nas kolika je težina mravojeda T', ako on nije dugačak ($\text{not}(D_d)$). **Kako glasi neizraziti skup T' koji dobivamo generaliziranim modusom ponensom?**

- A $\{0.6/30, 0.3/40, 0.2/50\}$
- C $\{0.4/30, 0.4/40, 0.1/50\}$
- B $\{0.4/30, 0.3/40, 0.1/50\}$
- D $\{0.6/30, 0.3/40, 0.1/50\}$

3 (P) Primjenom standardnih (Zadehovih) neizrazitih operacija i jezičnih modifikatora konstruirali smo neizrazite skupove *"manje-više snažan klokan"* i *"vrlo slab klokan"*. Klokan Roger prvom skupu pripada sa 0.8, a drugom sa 0.1. Primjenom istih operatora i modifikatora konstruirali smo neizraziti skup *"ne (vrlo snažan klokan) ili slab klokan"*. **Koja je pripadnost klokana Rogera tom neizrazitom skupu?**

A 0.59 B 0.41 C 0.64 D 0.32

4 (T) Bayesovo pravilo često se koristi za kauzalno zaključivanje (zaključivanje o uzrocima i posljedicama). Pritom uzrok odgovara hipotezi H, a posljedica odgovara dokazu E. **Što možemo učiniti Bayesovim pravilom?**

- A Na temelju opažanja uzroka i posljedice zaključiti o vjerojatnosti posljedice
- B Na temelju opažanja uzroka zaključiti o vjerojatnosti njezine posljedice
- C Na temelju opažanja uzroka i posljedice zaključiti o vjerojatnosti uzroka
- D Na temelju opažanja posljedice zaključiti o vjerojatnosti njezina uzroka

2. Strojno učenje (5 pitanja)

5 (T) Kod nadziranog strojnog učenja, podatke tipično dijelimo na skup za učenje, skup za provjeru i skup za ispitivanje. Skup za provjeru koristimo radi odabira modela optimalne složenosti, kako bi on najbolje generalizirao na nove primjere (npr., optimizacija dubine stabla kod stabla odluke). **Što bi se vjerojatno dogodilo kada bismo, umjesto na skupu za provjeru, hiperparametre modela optimirali na skupu za ispitivanje?**

- A Procjena pogreške bila bi optimistična (pogreška na novim primjerima bila bi veća nego na skupu za ispitivanje)
- B Procjena pogreške bila bi pesimistična (pogreška na skupu za učenje bila bi manja nego na skupu za ispitivanje)
- C Model bi bio prenaučen (pogreška na novim primjerima bila bi veća od one modela optimalne složenosti)
- D Model bi bio podnaučen (pogreška na skupu za ispitivanje bila bi jednako velika kao i na skupu za učenje)

6 (P) Algoritmom ID3 učimo stablo odluke. Kako bismo spriječili prenaučenost, koristimo unakrsnu provjeru i skup primjera podijelili smo na skup za učenje D_u, skup za provjeru D_p i skup za testiranje D_t. Stablo učimo na D_u i zatim ga podrezujemo na različitim dubinama k, ispitujući pogrešku na D_p. Neka je $E(k|D)$ pogreška stabla dubine k na skupu primjera D. Za neke k_1 i k_2, gdje $k_2 > k_1$, opažamo da $E(k_1|D_u) > E(k_2|D_u)$ i $E(k_1|D_p) > E(k_2|D_p)$. **Za koju dubinu stabla k možemo sigurno reći da će ostvariti najmanju očekivanu pogrešku $E(k|D_t)$?**

A $k < k_2$ B $k_1 < k \leq k_2$ C $k > k_2$ D $k > k_1$

7 (P) Naivan Bayesov klasifikator treniramo na $N = 10$ primjera. Skup primjera sadrži dvije klase ($y = 0$ i $y = 1$) i tri značajke (x_1, x_2 i x_3). Značajke x_1 i x_2 su binarne, a značajka x_3 je ternarna. Apriorna vjerojatnost klase $y = 1$ iznosi 0.4. Izglednosti klasa dobivene su procjeniteljem MLE (bez zaglađivanja). Sada razmatramo neki konkretan primjer $\mathbf{x}$, koji želimo klasificirati. Za taj primjer, izglednosti za klasu $y = 0$ iznose $P(x_1|y) = 0.5$, $P(x_2|y) = 1$ i $P(x_3|y) = 1$, a za klasu $y = 1$ iznose $P(x_1|y) = 1$, $P(x_2|y) = 0.5$ i $P(x_3|y) = 1$ (sve brojke su bez zaokruživanja). Izračunajte aposteriornu vjerojatnost klasifikacije primjera $\mathbf{x}$ u klasu $y = 1$. Zatim izračunajte tu vjerojatnost ako bi se izglednosti klase procjenjivale Laplaceovim zaglađivanjem "dodaj jedan". **Koliko iznosi apsolutna razlika u vrijednosti aposteriorne vjerojatnosti sa zaglađivanjem i bez njega?**

A 0.032 B 0.046 C 0.023 D 0.052

8 (R) Raspolažemo skupom primjera za *"Nezaboravno jadransko ljeto 2025., odmah nakon pandemije koronavirusa"*. Skup se sastoji od sljedećih primjera, svaki sa 4 značajke (Mjesto, Otok, Smještaj, Prijevoz) i ciljnom oznakom y:

i	Mjesto	Otok	Smještaj	Prijevoz	y
1	Istra	ne	privatni	avion	da
2	Dalmacija	da	hotel	auto	da
3	Istra	ne	privatni	auto	da
4	Dalmacija	da	hotel	bus	da
5	Kvarner	ne	kamp	bus	ne
6	Istra	da	hotel	avion	ne
7	Kvarner	ne	privatni	auto	ne

Primijenite na ovaj skup primjera algoritam ID3. U slučaju da je u nekom koraku više značajki ima jednaku vrijednost informacijske dobiti, izaberite onu koja je u tablici navedena prva (ona ljevija). **Kako izgleda dobiveno stablo odluke?**

A Korijenski čvor stabla je Smještaj, a njegovo dijete je čvor Mjesto s informacijskom dobiti 0.918

B Korijenski čvor stabla je Mjesto, a njegovo dijete je čvor Otok s informacijskom dobiti 0.918

C Korijenski čvor stabla je Smještaj, a njegovo dijete je čvor Mjesto s informacijskom dobiti 0.251

D Korijenski čvor stabla je Mjesto, a njegovo dijete je čvor Otok s informacijskom dobiti 0.251

9 (T) Naivan Bayesov klasifikator naziva se naivnim jer je u njegov model ugrađena pretpostavka o uvjetnoj nezavisnosti. Pretpostavite da naivan Bayesov klasifikator koristimo za klasifikaciju tvitova po sentimentu u pozitivne, neutralne i negativne tvitove. Značajke neka su pojedine riječi u tvitu. U nekom tvitu se pojavljuju riječi "Trump" i "beautiful". **Koja je od sljedećih pretpostavki ugrađena u naivan Bayesov klasifikator?**

A Vjerojatnost zajedničkog pojavljivanja riječi "Trump" i "beautiful" u pozitivnom tvitu jednaka je umnošku vjerojatnosti pojavljivanja svake od tih riječi u pozitivnom tvitu

B Vjerojatnost pojavljivanja riječi "beautiful" ili "Trump" u tvitu jednaka je vjerojatnosti neutralnog tvita u tvitovima u kojima se pojavila riječ "beautiful" ili "Trump"

C Vjerojatnost pojavljivanja riječi "Trump" u negativnom tvitu jednaka je umnošku apriorne vjerojatnosti negativnog tvita i vjerojatnosti pojavljivanja riječi "beautiful" u negativnom tvitu

D Vjerojatnost zajedničkog pojavljivanja riječi "beautiful" i "Trump" jednaka je umnošku apriornih vjerojatnosti pojavljivanja riječi "Trump" i riječi "beautiful" u bilo kojem tvitu

3. Umjetne neuronske mreže (4 pitanja)

10 (R) Rosenblattovim algoritmom perceptrona potrebno je naučiti klasificirati sljedeći skup primjera za učenje:

$$\mathcal{D} = \big\{((1,3),-1),((3,1),-1),((4,3),1),((3,5),1),((1,6),1)\big\}$$

gdje su pojedini primjeri oblika $((x_2, x_1), t)$. Prijenosna funkcija je funkcija skoka koja preslikava u $\{-1,+1\}$ (za 0 daje 1). Početne težine (w_2, w_1, w_0) su $(0, 2, -8)$, a stopa učenja je 0.1. Provedite učenje perceptrona. **Koje su konačne vrijednosti težina te koliko je puta algoritam radio korekcije?**

A $(0.6, 2.0, -8.0)$, dva puta C $(1.1, 2.0, -8.0)$, jednom

B $(1.0, 2.0, -10.0)$, dva puta D $(0.4, 1.8, -7.0)$, tri puta

11 (R) Umjetnu neuronsku mrežu arhitekture $1 \times 2 \times 2$ učimo algoritmom propagacije pogreške unatrag. U nekom koraku algoritam ažurira težine na temelju primjera $(1,(1,0))$. Vrijednosti svih težina u tom koraku su:

$$w_{01}^{(1)} = 0.1, w_{11}^{(1)} = 0.2, w_{02}^{(1)} = 0.5, w_{12}^{(1)} = 0.6, w_{01}^{(2)} = 0.1, w_{11}^{(2)} = 0.2, w_{21}^{(2)} = 0.3, w_{02}^{(2)} = 0.2, w_{12}^{(2)} = 0.3, w_{22}^{(2)} = 0.4$$

Svi neuroni koriste sigmoidnu prijenosnu funkciju, a stopa učenja je 10. **Koliko iznosi korekcija koja će biti pridodana težini $w_{12}^{(1)}$?**

A $+0.065732$ B -0.058547 C -0.147551 D $+0.035152$

12 (P) Na računalu implementiramo unaprijednu potpuno povezanu slojevitu umjetnu neuronsku mrežu arhitekture $5 \times 20 \times 5 \times 10 \times 2$. Neuroni kao prijenosne funkcije koriste sigmoidu. U memoriji težine mreže čuvaju se kao tip `double`, koji zauzima 8 okteta. **Koliko okteta memorije ukupno zauzimaju parametri ove mreže?**

A 2880 B 3176 C 2160 D 2456

13 (T) McCulloch-Pittsov model umjetnog neurona inspiriran je anatomijom biološkog neurona. Može se povući korespondencija između nekih dijelova biološkog neurona i dijelova umjetnog neurona. **Kojem dijelu McCulloch-Pittsovog modela umjetnog neurona odgovara tijelo biološkog neurona (soma)?**

A Zbrajanju umnožaka svih ulaza neurona s njima odgovarajućim težinama

B Aktivacijskoj funkciji primijenjenoj na skalarni produkt vektora ulaza i vektora težina

C Skalarnom produktu vektora ulaza neurona i vektora izlaza neurona

D Razlici očekivanog izlaza i izlaza neurona pomnoženoj s ulazom u neuron

4. Prirodom inspirirani optimizacijski algoritmi (4 pitanja)

14 (R) Genetskim algoritmom traži se maksimum funkcije $f(x, y) = 3x^2 + 5y^2$. Svaka varijabla kodira se s 4 bita, pri čemu se x pretražuje iz intervala $[-4, 11]$, a y iz intervala $[-6, 9]$. U kromosomu najprije dolaze bitovi koji kodiraju x pa potom bitovi koji kodiraju y. Za odabir roditelja koristi se selekcija proporcionalna dobroti (engl. *roulette wheel selection*). Populacija se sastoji od sljedeće četiri jedinke:

$$K_1 = \texttt{00110011}, \quad K_2 = \texttt{01010101}, \quad K_3 = \texttt{10101010}, \quad K_4 = \texttt{00010001}$$

Koristi se križanje s jednom točkom prijeloma (točno na polovici kromosoma). Pretpostavite da se u trenutačnoj iteraciji algoritma slučajno odaberu baš dvije najmanje vjerojatne jedinke te da pri izgradnji djece mutacija igrom slučaja ne promijeni niti jedan bit. Označimo s F zbroj vjerojatnosti odabira odabranih jedniki, a s G dobrotu djeteta koje će biti umetnuto u novu populaciju (ako križanjem/mutacijom nastaje više djece, samo najbolje djete ide dalje). **Što od sljedećega vrijedi za F i G?**

A $F < 0.2$, $G < 30$ B $F < 0.2$, $20 < G < 60$ C $F > 0.1$, $G > 60$ D $F > 0.3$, $5 < G < 50$

15 (T) Heuristički optimizacijski algoritmi kombiniraju mehanizme iskorištavanja (eksploatacije) rješenja i mehanizme istraživanja (eksploracije) rješenja. To vrijedi i za mravlji algoritam. **Na koji je način kod mravljeg algoritma ostvaren mehanizam istraživanja rješenja?**

A Vjerojatnost odabira brida proporcionalna je jačini feromonskog traga, koji početno postoji na svim bridovima

B Putevi koji vode do rješenja u manjem broju koraka imat će više deponiranoga feromonskog traga

C Vjerojatnost odabira brida proporcionalna je jačini feromonskog traga, koji blijedi ako nema novih depozita

D Mravi u bilo kojoj iteraciji mogu istražiti neotkriven put odabirom brida kojim još nije prošao niti jedan mrav

16 (P) Populacija genetskog algoritma sastoji se od 5 jedinki čije su dobrote redom 10, 8, 4, 3, 1. Operator selekcije je 4-turnirska selekcija (podsjetnik: u turniru sudjeluju različite jedinke). Prvi roditelj bira se tim operatorom, dok se drugi bira slučajno iz cijele populacije s uniformnom distribucijom. Kao operator križanja koristi se uniformno križanje, a za reprezentaciju kromosoma koristi se 1000-bitovni vektor. Neka je p procjena vjerojatnosti da će novostvoreno dijete biti mutacija kromosoma identičnog najboljoj jedinci u populaciji. **Koliko iznosi p?**

A 0.16 B 0.25 C 0.80 D 0.09

17 (R) Mravljim algoritmom uz parametre $\alpha = \beta = 1$ traži se put (hamiltonov ciklus) kroz graf koji se sastoji od 5 čvorova: A do E. Za bridove su poznate vrijednosti heurističkih informacija: $\eta_{AB} = 7$, $\eta_{AC} = 1$, $\eta_{BC} = 2$, $\eta_{BD} = 3$, $\eta_{CD} = 2$, $\eta_{DE} = 4$ i $\eta_{CE} = 3$. U nekoj iteraciji algoritma vrijednosti feromonskih tragova su: $\tau_{AB} = 1$, $\tau_{AC} = 3$, $\tau_{BC} = 2$, $\tau_{BD} = 2$, $\tau_{CD} = 1$, $\tau_{DE} = 2$ i $\tau_{CE} = 3$. Sve vrijednosti η i τ su ujedno i simetrične. Mrav konstrukciju puta započinje iz čvora A. Pretpostavite da će prilikom slučajnog odabira sljedećeg čvora mrav svaki puta odabrati onaj koji je najvjerojatniji (i u koji je dozvoljeno odnosno moguće prijeći). Odredite put koji će mrav konstruirati. **Koji je od sljedećih sljedova dio tog puta?**

A $D \to C \to E$ B $B \to C \to E$ C $B \to D \to C$ D $E \to C \to A$

5. Podržano učenje (3 pitanja)

18 (P) Rešetkasti svijet sastoji se od pet ćelija (numerirane 1 do 5) koje su smještene slijeva udesno (ćelija 1 je prva, ćelija 5 je posljednja). Ćelija 5 je završna. Na ćelijama 1 do 4 robot može poduzeti jednu od tri akcije: $a_1 = \textit{lijevo}$, $a_2 = \textit{desno}$, $a_3 = \textit{sagni-se-i-pokupi-bocu}$. Boce se nalaze na ćelijama 2 i 4. Okolina robotu dodjeljuje nagrade kako slijedi. Za prelazak na ćeliju 5 robot dobiva 10 bodova. Za saginjanje i skupljanje boce robot dobiva 5 bodova, no ako se sagne i pokuša pokupiti bocu na ćeliji koja nema bocu, robot dobiva -5 bodova. Za sve ostale akcije isporučuje se nagrada življenja od -1 bod. U ovom svijetu robot uči optimalnu politiku algoritmom q-učenja. Neka su $\gamma = 1$ i $\alpha = 0.25$. U nekom trenutku naučene q-vrijednosti su sljedeće: $q(1, a_1) = 0$, $q(2, a_1) = 1$, $q(3, a_1) = 0$, $q(4, a_1) = 1$, $q(1, a_2) = 1$, $q(2, a_2) = 1$, $q(3, a_2) = 1$, $q(4, a_2) = 2$, $q(1, a_3) = 2$, $q(2, a_3) = -1$, $q(3, a_3) = -2$, $q(4, a_3) = 3$. Robot se nalazi na ćeliji 3 i poduzima akciju a_2. **Koja će biti nova vrijednost za** $q(3, a_2)$?

A 2.75 B 1.25 C 3 D 1.5

19 (R) Rešetkasti svijet sastoji se od pet ćelija. Ćelije 1 do 4 poredane su jedna do druge slijeva nadesno. Ćelija 5 nalazi se ispod ćelije 3. Ćelija 4 je izlaz i agentu donosi nagradu +1. Ćelija 5 je oganj koji uništava agenta i donosi mu nagradu od -1. Svi ostali potezi agentu donose nagradu življenja od -0.1. Pretpostavite da agent u ćelijama 1 i 2 koristi politiku odabira smjera koja uniformno odabire jedan od četiri poteza: *gore*, *dolje*, *lijevo* ili *desno*. U ćeliji 3 agent u 70% slučajeva bira akciju *desno*, a u preostalih 30% slučajeva uniformno bira jednu od akcija *gore*, *dolje* ili *lijevo*. Okolina je deterministička. Ako okolina ne može provesti potez – primjerice, akciju *lijevo* u ćeliji 1 – onda okolina ne mijenja položaj agenta, ali svejedno agentu dodjeljuje nagradu življenja. Algoritmom vrednovanja politike želimo odrediti vrijednosti stanja za sve ćelije. Pretpostavite da su inicijalne procjene vrijednosti stanja za sve ćelije jednake 0. Provedite dvije iteracije algoritma. Faktor γ je 1. **Koliko iznosi zbroj vrijednosti stanja ćelija 1, 2 i 3 nakon provedene dvije iteracije algoritma?**

A 0.551 B 0.527 C 0.398 D 0.380

20 (T) Razmatramo primjenu podržanog učenja na odabrani problem. **Što je od navedenog točno?**

A Da bismo proveli vrednovanje politike moramo imati na raspolaganju i model okoline i model politike

B Q-učenjem možemo za zadanu fiksnu politiku agenta odrediti koje su očekivane vrijednosti svakog stanja

C Okolina ne smije imati svojstvo Markovljevog procesa odlučivanja jer inače algoritmi ne bi konvergirali

D Bellmanovim izrazima možemo odrediti optimalne vrijednosti stanja samo ako je okolina nedeterministička

Završni ispit iz Uvoda u umjetnu inteligenciju (2022./2023.)

– NEKORIGIRANA VERZIJA –

*Ispit se sastoji od **20 pitanja** i ukupno nosi **20 bodova**. Točan odgovor nosi 1 bod, a netočan -1/3 boda. Trajanje ispita je **150 minuta**. Primjerak ispita trebate predati zajedno sa svojim rješenjima.*

1. Modeliranje neizvjesnosti (4 pitanja)

1 (R) U sustavu neizrazitog zaključivanja modeliramo vezu između dužine i težine mravojeda. Skup D je dužina u centimetrima, $D = \{60, 100, 130\}$, a skup T je težina u kilogramima $T = \{30, 40, 50\}$. Nad ovim univerzalnim skupovima definirali smo neizrazite skupove "dugačak mravojed" kao $D_d = \{0.3/60, 0.6/100, 1/130\}$ te "težak mravojed" kao $T_t = \{0.2/30, 0.7/40, 0.9/50\}$. U sustavu imamo pravilo "ako d je D_d, onda t je $\text{not}(T_t)$", modelirano kao neizrazita relacija. Zanima nas kolika je težina mravojeda T', ako on nije dugačak ($\text{not}(D_d)$). **Kako glasi neizraziti skup T' koji dobivamo generaliziranim modusom ponensom?**

A $\{0.6/30, 0.3/40, 0.2/50\}$ C $\{0.6/30, 0.3/40, 0.1/50\}$

B $\{0.4/30, 0.3/40, 0.1/50\}$ D $\{0.4/30, 0.4/40, 0.1/50\}$

2 (T) Neki zakoni propozicijske logike ne vrijede u neizrazitoj logici. Jedan takav zakon je zakon isključenja trećega. Neka je μ funkcija pripadnosti nekog neizrazitog skupa definiranog na domeni X, definirana tako da vrijedi $\exists x \in X.(0 < \mu(x) < 1)$. **Zašto zakon isključenja trećega ne vrijedi?**

A Jer umjesto $\exists x \in X.\big(\max(\mu(x), 1-\mu(x)) = 0\big)$ vrijedi $\forall x \in X.\big(\max(\mu(x), 1-\mu(x)) > 0\big)$

B Jer umjesto $\forall x \in X.\big(\max(\mu(x), 1-\mu(x)) = 1\big)$ vrijedi $\exists x \in X.\big(\max(\mu(x), 1-\mu(x)) < 1\big)$

C Jer umjesto $\forall x \in X.\big(\min(\mu(x), 1-\mu(x)) = 0\big)$ vrijedi $\exists x \in X.\big(\min(\mu(x), 1-\mu(x)) > 0\big)$

D Jer umjesto $\exists x \in X.\big(\min(\mu(x), 1-\mu(x)) = 0\big)$ vrijedi $\forall x \in X.\big(\min(\mu(x), 1-\mu(x)) > 0\big)$

3 (T) Bayesovo pravilo često se koristi za kauzalno zaključivanje (zaključivanje o uzrocima i posljedicama). Pritom uzrok odgovara hipotezi H, a posljedica odgovara dokazu E. **Što možemo učiniti Bayesovim pravilom?**

A Na temelju opažanja uzroka zaključiti o vjerojatnosti njezine posljedice

B Na temelju opažanja uzroka i posljedice zaključiti o vjerojatnosti posljedice

C Na temelju opažanja posljedice zaključiti o vjerojatnosti njezina uzroka

D Na temelju opažanja uzroka i posljedice zaključiti o vjerojatnosti uzroka

4 (P) Primjenom standardnih (Zadehovih) neizrazitih operacija i jezičnih modifikatora konstruirali smo neizrazite skupove *"manje-više snažan klokan"* i *"vrlo slab klokan"*. Klokan Roger prvom skupu pripada sa 0.8, a drugom sa 0.1. Primjenom istih operatora i modifikatora konstruirali smo neizraziti skup *"ne (vrlo snažan klokan) i slab klokan"*. **Koja je pripadnost klokana Rogera tom neizrazitom skupu?**

A 0.64 B 0.59 C 0.32 D 0.41

2. Strojno učenje (5 pitanja)

5 (P) Naivan Bayesov klasifikator treniramo na $N = 10$ primjera. Skup primjera sadrži dvije klase ($y = 0$ i $y = 1$) i tri značajke (x_1, x_2 i x_3). Značajke x_1 i x_2 su binarne, a značajka x_3 je ternarna. Apriorna vjerojatnost klase $y = 1$ iznosi 0.4. Izglednosti klasa dobivene su procjeniteljem MLE (bez zaglađivanja). Sada razmatramo neki konkretan primjer $\mathbf{x}$, koji želimo klasificirati. Za taj primjer, izglednosti za klasu $y = 0$ iznose $P(x_1|y) = 0.5$, $P(x_2|y) = 1$ i $P(x_3|y) = 1$, a za klasu $y = 1$ iznose $P(x_1|y) = 1$, $P(x_2|y) = 0.5$ i $P(x_3|y) = 1$ (sve brojke su bez zaokruživanja). Izračunajte aposteriornu vjerojatnost klasifikacije primjera $\mathbf{x}$ u klasu $y = 1$. Zatim izračunajte tu vjerojatnost ako bi se izglednosti klase procjenjivale Laplaceovim zaglađivanjem "dodaj jedan". **Koliko iznosi apsolutna razlika u vrijednosti aposteriorne vjerojatnosti sa zaglađivanjem i bez njega?**

A 0.023 B 0.052 C 0.046 D 0.032

6 (P) Algoritmom ID3 učimo stablo odluke. Kako bismo spriječili prenaučenost, koristimo unakrsnu provjeru i skup primjera podijelili smo na skup za učenje D_u, skup za provjeru D_p i skup za testiranje D_t. Stablo učimo na D_u i zatim ga podrezujemo na različitim dubinama k, ispitujući pogrešku na D_p. Neka je $E(k|D)$ pogreška stabla dubine k na skupu primjera D. Za neke k_1 i k_2, gdje $k_2 > k_1$, opažamo da $E(k_1|D_u) > E(k_2|D_u)$ i $E(k_1|D_p) > E(k_2|D_p)$. **Za koju dubinu stabla k možemo sigurno reći da će ostvariti najmanju očekivanu pogrešku $E(k|D_t)$?**

A $k_1 < k \leq k_2$ B $k > k_1$ C $k < k_2$ D $k > k_2$

7 (R) Raspolažemo skupom primjera za *"Nezaboravno jadransko ljeto 2025., odmah nakon pandemije koronavirusa"*. Skup se sastoji od sljedećih primjera, svaki sa 4 značajke (Mjesto, Otok, Smještaj, Prijevoz) i ciljnom oznakom y:

i	Mjesto	Otok	Smještaj	Prijevoz	y
1	Istra	ne	privatni	auto	da
2	Istra	ne	privatni	avion	da
3	Dalmacija	da	hotel	auto	da
4	Dalmacija	da	hotel	bus	da
5	Kvarner	ne	kamp	bus	ne
6	Dalmacija	da	privatni	avion	ne
7	Istra	ne	kamp	auto	ne

Primijenite na ovaj skup primjera algoritam ID3. U slučaju da je u nekom koraku više značajki ima jednaku vrijednost informacijske dobiti, izaberite onu koja je u tablici navedena prva (ona ljevija). **Kako izgleda dobiveno stablo odluke?**

A Korijenski čvor stabla je Smještaj, a njegovo dijete je čvor Mjesto s informacijskom dobiti 0.251

B Korijenski čvor stabla je Smještaj, a njegovo dijete je čvor Mjesto s informacijskom dobiti 0.918

C Korijenski čvor stabla je Mjesto, a njegovo dijete je čvor Smještaj s informacijskom dobiti 0.251

D Korijenski čvor stabla je Mjesto, a njegovo dijete je čvor Smještaj s informacijskom dobiti 0.918

8 (T) Kod nadziranog strojnog učenja, podatke tipično dijelimo na skup za učenje, skup za provjeru i skup za ispitivanje. Skup za provjeru koristimo radi odabira modela optimalne složenosti, kako bi on najbolje generalizirao na nove primjere (npr., optimizacija dubine stabla kod stabla odluke). **Što bi se vjerojatno dogodilo kada bismo, umjesto na skupu za provjeru, hiperparametre modela optimirali na skupu za ispitivanje?**

A Procjena pogreške bila bi pesimistična (pogreška na skupu za učenje bila bi manja nego na skupu za ispitivanje)

B Model bi bio prenaučen (pogreška na novim primjerima bila bi veća od one modela optimalne složenosti)

C Procjena pogreške bila bi optimistična (pogreška na novim primjerima bila bi veća nego na skupu za ispitivanje)

D Model bi bio podnaučen (pogreška na skupu za ispitivanje bila bi jednako velika kao i na skupu za učenje)

9 (T) Naivan Bayesov klasifikator naziva se naivnim jer je u njegov model ugrađena pretpostavka o uvjetnoj nezavisnosti. Pretpostavite da naivan Bayesov klasifikator koristimo za klasifikaciju tvitova po sentimentu u pozitivne, neutralne i negativne tvitove. Značajke neka su pojedine riječi u tvitu. U nekom tvitu se pojavljuju riječi "Trump" i "beautiful". **Koja je od sljedećih pretpostavki ugrađena u naivan Bayesov klasifikator?**

A Vjerojatnost zajedničkog pojavljivanja riječi "beautiful" i "Trump" jednaka je umnošku apriornih vjerojatnosti pojavljivanja riječi "Trump" i riječi "beautiful" u bilo kojem tvitu

B Vjerojatnost pojavljivanja riječi "beautiful" ili "Trump" u tvitu jednaka je vjerojatnosti neutralnog tvita u tvitovima u kojima se pojavila riječ "beautiful" ili "Trump"

C Vjerojatnost pojavljivanja riječi "Trump" u negativnom tvitu jednaka je umnošku apriorne vjerojatnosti negativnog tvita i vjerojatnosti pojavljivanja riječi "beautiful" u negativnom tvitu

D Vjerojatnost zajedničkog pojavljivanja riječi "Trump" i "beautiful" u pozitivnom tvitu jednaka je umnošku vjerojatnosti pojavljivanja svake od tih riječi u pozitivnom tvitu

3. Umjetne neuronske mreže (4 pitanja)

10 (T) McCulloch-Pittsov model umjetnog neurona inspiriran je anatomijom biološkog neurona. Može se povući korespondencija između nekih dijelova biološkog neurona i dijelova umjetnog neurona. **Kojem dijelu McCulloch-Pittsovog modela umjetnog neurona odgovara tijelo biološkog neurona (soma)?**

- A Aktivacijskoj funkciji primijenjenoj na skalarni produkt vektora ulaza i vektora težina
- B Razlici očekivanog izlaza i izlaza neurona pomnoženoj s ulazom u neuron
- C Skalarnom produktu vektora ulaza neurona i vektora izlaza neurona
- D Zbrajanju umnožaka svih ulaza neurona s njima odgovarajućim težinama

11 (R) Umjetnu neuronsku mrežu arhitekture $1 \times 2 \times 2$ učimo algoritmom propagacije pogreške unatrag. U nekom koraku algoritam ažurira težine na temelju primjera $(1, (1, 0))$. Vrijednosti svih težina u tom koraku su:

$$w_{01}^{(1)} = 0.1, w_{11}^{(1)} = 0.2, w_{02}^{(1)} = 0.5, w_{12}^{(1)} = 0.6, w_{01}^{(2)} = 0.1, w_{11}^{(2)} = 0.2, w_{21}^{(2)} = 0.3, w_{02}^{(2)} = 0.2, w_{12}^{(2)} = 0.3, w_{22}^{(2)} = 0.4$$

Svi neuroni koriste sigmoidnu prijenosnu funkciju, a stopa učenja je 10. **Koliko iznosi korekcija koja će biti pridodana težini $w_{12}^{(1)}$?**

A $+0.035152$ B $+0.065732$ C -0.058547 D -0.147551

12 (P) Na računalu implementiramo unaprijednu potpuno povezanu slojevitu umjetnu neuronsku mrežu arhitekture $5 \times 20 \times 5 \times 10 \times 2$. Neuroni kao prijenosne funkcije koriste sigmoidu. U memoriji težine mreže čuvaju se kao tip `double`, koji zauzima 8 okteta. **Koliko okteta memorije ukupno zauzimaju parametri ove mreže?**

A 3176 B 2160 C 2456 D 2880

13 (R) Rosenblattovim algoritmom perceptrona potrebno je naučiti klasificirati sljedeći skup primjera za učenje:

$$\mathcal{D} = \big\{((1,3),-1),((3,1),-1),((4,3),1),((3,5),1),((1,6),1)\big\}$$

gdje su pojedini primjeri oblika $((x_2, x_1), t)$. Prijenosna funkcija je funkcija skoka koja preslikava u $\{-1, +1\}$ (za 0 daje 1). Početne težine (w_2, w_1, w_0) su $(0, 2, -8)$, a stopa učenja je 0.1. Provedite učenje perceptrona. **Koje su konačne vrijednosti težina te koliko je puta algoritam radio korekcije?**

- A $(0.4, 1.8, -7.0)$, tri puta
- C $(0.6, 2.0, -8.0)$, dva puta
- B $(1.0, 2.0, -10.0)$, dva puta
- D $(1.1, 2.0, -8.0)$, jednom

4. Prirodom inspirirani optimizacijski algoritmi (4 pitanja)

14 (T) Heuristički optimizacijski algoritmi kombiniraju mehanizme iskorištavanja (eksploatacije) rješenja i mehanizme istraživanja (eksploracije) rješenja. To vrijedi i za mravlji algoritam. **Na koji je način kod mravljeg algoritma ostvaren mehanizam istraživanja rješenja?**

- A Mravi u bilo kojoj iteraciji mogu istražiti neotkriven put odabirom brida kojim još nije prošao niti jedan mrav
- B Vjerojatnost odabira brida proporcionalna je jačini feromonskog traga, koji početno postoji na svim bridovima
- C Vjerojatnost odabira brida proporcionalna je jačini feromonskog traga, koji blijedi ako nema novih depozita
- D Putevi koji vode do rješenja u manjem broju koraka imat će više deponiranoga feromonskog traga

15 (R) Genetskim algoritmom traži se maksimum funkcije $f(x, y) = 3x^2 + 5y^2$. Svaka varijabla kodira se s 4 bita, pri čemu se x pretražuje iz intervala $[-4, 11]$, a y iz intervala $[-6, 9]$. U kromosomu najprije dolaze bitovi koji kodiraju x pa potom bitovi koji kodiraju y. Za odabir roditelja koristi se selekcija proporcionalna dobroti (engl. *roulette wheel selection*). Populacija se sastoji od sljedeće četiri jedinke:

$$K_1 = \texttt{00110011}, \quad K_2 = \texttt{01010101}, \quad K_3 = \texttt{10101010}, \quad K_4 = \texttt{00010001}$$

Koristi se križanje s jednom točkom prijeloma (točno na polovici kromosoma). Pretpostavite da se u trenutačnoj iteraciji algoritma slučajno odaberu baš dvije najmanje vjerojatne jedinke te da pri izgradnji djece mutacija igrom slučaja ne promijeni niti jedan bit. Označimo s F zbroj vjerojatnosti odabira odabranih jedniki, a s G dobrotu djeteta koje će biti umetnuto u novu populaciju (ako križanjem/mutacijom nastaje više djece, samo najbolje djete ide dalje). **Što od sljedećega vrijedi za F i G?**

A $F < 0.2$, $20 < G < 60$ B $F < 0.2$, $G < 30$ C $F > 0.1$, $G > 60$ D $F > 0.3$, $5 < G < 50$

16 (P) Populacija genetskog algoritma sastoji se od 5 jedinki čije su dobrote redom 10, 8, 4, 3, 1. Operator selekcije je 4-turnirska selekcija (podsjetnik: u turniru sudjeluju različite jedinke). Prvi roditelj bira se tim operatorom, dok se drugi bira slučajno iz cijele populacije s uniformnom distribucijom. Kao operator križanja koristi se uniformno križanje, a za reprezentaciju kromosoma koristi se 1000-bitovni vektor. Neka je p procjena vjerojatnosti da će novostvoreno dijete biti mutacija kromosoma identičnog najboljoj jedinci u populaciji. **Koliko iznosi p?**

A 0.09 B 0.80 C 0.25 D 0.16

17 (R) Mravljim algoritmom uz parametre $\alpha = \beta = 1$ traži se put (hamiltonov ciklus) kroz graf koji se sastoji od 5 čvorova: A do E. Za bridove su poznate vrijednosti heurističkih informacija: $\eta_{AB} = 7$, $\eta_{AC} = 1$, $\eta_{BC} = 2$, $\eta_{BD} = 3$, $\eta_{CD} = 2$, $\eta_{DE} = 4$ i $\eta_{CE} = 3$. U nekoj iteraciji algoritma vrijednosti feromonskih tragova su: $\tau_{AB} = 1$, $\tau_{AC} = 3$, $\tau_{BC} = 2$, $\tau_{BD} = 2$, $\tau_{CD} = 1$, $\tau_{DE} = 2$ i $\tau_{CE} = 3$. Sve vrijednosti η i τ su ujedno i simetrične. Mrav konstrukciju puta započinje iz čvora A. Pretpostavite da će prilikom slučajnog odabira sljedećeg čvora mrav svaki puta odabrati onaj koji je najvjerojatniji (i u koji je dozvoljeno odnosno moguće prijeći). Odredite put koji će mrav konstruirati. **Koji je od sljedećih sljedova dio tog puta?**

A $B \to D \to C$ B $E \to C \to A$ C $B \to C \to E$ D $D \to C \to E$

5. Podržano učenje (3 pitanja)

18 (T) Razmatramo primjenu podržanog učenja na odabrani problem. **Što je od navedenog točno?**

A Bellmanovim izrazima možemo odrediti optimalne vrijednosti stanja samo ako je okolina nedeterministička

B Q-učenjem možemo za zadanu fiksnu politiku agenta odrediti koje su očekivane vrijednosti svakog stanja

C Da bismo proveli vrednovanje politike moramo imati na raspolaganju i model okoline i model politike

D Okolina ne smije imati svojstvo Markovljevog procesa odlučivanja jer inače algoritmi ne bi konvergirali

19 (R) Rešetkasti svijet sastoji se od pet ćelija. Ćelije 1 do 4 poredane su jedna do druge slijeva nadesno. Ćelija 5 nalazi se ispod ćelije 3. Ćelija 4 je izlaz i agentu donosi nagradu +1. Ćelija 5 je oganj koji uništava agenta i donosi mu nagradu od −1. Svi ostali potezi agentu donose nagradu življenja od −0.1. Pretpostavite da agent u ćelijama 1 i 2 koristi politiku odabira smjera koja uniformno odabire jedan od četiri poteza: *gore*, *dolje*, *lijevo* ili *desno*. U ćeliji 3 agent u 70% slučajeva bira akciju *desno*, a u preostalih 30% slučajeva uniformno bira jednu od akcija *gore*, *dolje* ili *lijevo*. Okolina je deterministička. Ako okolina ne može provesti potez – primjerice, akciju *lijevo* u ćeliji 1 – onda okolina ne mijenja položaj agenta, ali svejedno agentu dodjeljuje nagradu življenja. Algoritmom vrednovanja politike želimo odrediti vrijednosti stanja za sve ćelije. Pretpostavite da su inicijalne procjene vrijednosti stanja za sve ćelije jednake 0. Provedite dvije iteracije algoritma. Faktor γ je 1. **Koliko iznosi zbroj vrijednosti stanja ćelija 1, 2 i 3 nakon provedene dvije iteracije algoritma?**

A 0.527 B 0.398 C 0.551 D 0.380

20 (P) Rešetkasti svijet sastoji se od pet ćelija (numerirane 1 do 5) koje su smještene slijeva udesno (ćelija 1 je prva, ćelija 5 je posljednja). Ćelija 5 je završna. Na ćelijama 1 do 4 robot može poduzeti jednu od tri akcije: $a_1 = \textit{lijevo}$, $a_2 = \textit{desno}$, $a_3 = \textit{sagni-se-i-pokupi-bocu}$. Boce se nalaze na ćelijama 2 i 4. Okolina robotu dodjeljuje nagrade kako slijedi. Za prelazak na ćeliju 5 robot dobiva 10 bodova. Za saginjanje i skupljanje boce robot dobiva 5 bodova, no ako se sagne i pokuša pokupiti bocu na ćeliji koja nema bocu, robot dobiva −5 bodova. Za sve ostale akcije isporučuje se nagrada življenja od −1 bod. U ovom svijetu robot uči optimalnu politiku algoritmom q-učenja. Neka su $\gamma = 1$ i $\alpha = 0.25$. U nekom trenutku naučene q-vrijednosti su sljedeće: $q(1, a_1) = 0$, $q(2, a_1) = 1$, $q(3, a_1) = 0$, $q(4, a_1) = 1$, $q(1, a_2) = 1$, $q(2, a_2) = 1$, $q(3, a_2) = 1$, $q(4, a_2) = 2$, $q(1, a_3) = 2$, $q(2, a_3) = -1$, $q(3, a_3) = -2$, $q(4, a_3) = 3$. Robot se nalazi na ćeliji 3 i poduzima akciju a_2. **Koja će biti nova vrijednost za** $q(3, a_2)$?

A 3 B 1.5 C 1.25 D 2.75

Završni ispit iz Uvoda u umjetnu inteligenciju (2022./2023.)

– NEKORIGIRANA VERZIJA –

*Ispit se sastoji od **20 pitanja** i ukupno nosi **20 bodova**. Točan odgovor nosi 1 bod, a netočan -1/3 boda. Trajanje ispita je **150 minuta**. Primjerak ispita trebate predati zajedno sa svojim rješenjima.*

1. Modeliranje neizvjesnosti (4 pitanja)

1 (T) Neki zakoni propozicijske logike ne vrijede u neizrazitoj logici. Jedan takav zakon je zakon isključenja trećega. Neka je μ funkcija pripadnosti nekog neizrazitog skupa definiranog na domeni X, definirana tako da vrijedi $\exists x \in X.(0 < \mu(x) < 1)$. **Zašto zakon isključenja trećega ne vrijedi?**

- A Jer umjesto $\exists x \in X.\big(\max(\mu(x), 1-\mu(x)) = 0\big)$ vrijedi $\forall x \in X.\big(\max(\mu(x), 1-\mu(x)) > 0\big)$
- B Jer umjesto $\forall x \in X.\big(\max(\mu(x), 1-\mu(x)) = 1\big)$ vrijedi $\exists x \in X.\big(\max(\mu(x), 1-\mu(x)) < 1\big)$
- C Jer umjesto $\forall x \in X.\big(\min(\mu(x), 1-\mu(x)) = 0\big)$ vrijedi $\exists x \in X.\big(\min(\mu(x), 1-\mu(x)) > 0\big)$
- D Jer umjesto $\exists x \in X.\big(\min(\mu(x), 1-\mu(x)) = 0\big)$ vrijedi $\forall x \in X.\big(\min(\mu(x), 1-\mu(x)) > 0\big)$

2 (T) Bayesovo pravilo često se koristi za kauzalno zaključivanje (zaključivanje o uzrocima i posljedicama). Pritom uzrok odgovara hipotezi H, a posljedica odgovara dokazu E. **Što možemo učiniti Bayesovim pravilom?**

- A Na temelju opažanja uzroka zaključiti o vjerojatnosti njezine posljedice
- B Na temelju opažanja uzroka i posljedice zaključiti o vjerojatnosti uzroka
- C Na temelju opažanja posljedice zaključiti o vjerojatnosti njezina uzroka
- D Na temelju opažanja uzroka i posljedice zaključiti o vjerojatnosti posljedice

3 (R) U sustavu neizrazitog zaključivanja modeliramo vezu između dužine i težine mravojeda. Skup D je dužina u centimetrima, $D = \{60, 100, 130\}$, a skup T je težina u kilogramima $T = \{30, 40, 50\}$. Nad ovim univerzalnim skupovima definirali smo neizrazite skupove “dugačak mravojed” kao $D_d = \{0.3/60, 0.6/100, 1/130\}$ te “težak mravojed” kao $T_t = \{0.2/30, 0.5/40, 0.9/50\}$. U sustavu imamo pravilo “ako d je D_d, onda t je $\mathrm{not}(T_t)$”, modelirano kao neizrazita relacija. Zanima nas kolika je težina mravojeda T', ako on nije dugačak ($\mathrm{not}(D_d)$). **Kako glasi neizraziti skup T' koji dobivamo generaliziranim modusom ponensom?**

- A $\{0.6/30, 0.3/40, 0.1/50\}$
- B $\{0.6/30, 0.3/40, 0.2/50\}$
- C $\{0.4/30, 0.4/40, 0.1/50\}$
- D $\{0.4/30, 0.3/40, 0.1/50\}$

4 (P) Primjenom standardnih (Zadehovih) neizrazitih operacija i jezičnih modifikatora konstruirali smo neizrazite skupove *“manje-više snažan klokan”* i *“vrlo slab klokan”*. Klokan Roger prvom skupu pripada sa 0.8, a drugom sa 0.1. Primjenom istih operatora i modifikatora konstruirali smo neizraziti skup *“ne (vrlo snažan klokan) ili slab klokan”*. **Koja je pripadnost klokana Rogera tom neizrazitom skupu?**

A 0.59 B 0.41 C 0.32 D 0.64

2. Strojno učenje (5 pitanja)

5 (T) Naivan Bayesov klasifikator naziva se naivnim jer je u njegov model ugrađena pretpostavka o uvjetnoj nezavisnosti. Pretpostavite da naivan Bayesov klasifikator koristimo za klasifikaciju tvitova po sentimentu u pozitivne, neutralne i negativne tvitove. Značajke neka su pojedine riječi u tvitu. U nekom tvitu se pojavljuju riječi "Trump" i "beautiful". **Koja je od sljedećih pretpostavki ugrađena u naivan Bayesov klasifikator?**

- A Vjerojatnost zajedničkog pojavljivanja riječi "Trump" i "beautiful" u pozitivnom tvitu jednaka je umnošku vjerojatnosti pojavljivanja svake od tih riječi u pozitivnom tvitu
- B Vjerojatnost zajedničkog pojavljivanja riječi "beautiful" i "Trump" jednaka je umnošku apriornih vjerojatnosti pojavljivanja riječi "Trump" i riječi "beautiful" u bilo kojem tvitu
- C Vjerojatnost pojavljivanja riječi "beautiful" ili "Trump" u tvitu jednaka je vjerojatnosti neutralnog tvita u tvitovima u kojima se pojavila riječ "beautiful" ili "Trump"
- D Vjerojatnost pojavljivanja riječi "Trump" u negativnom tvitu jednaka je umnošku apriorne vjerojatnosti negativnog tvita i vjerojatnosti pojavljivanja riječi "beautiful" u negativnom tvitu

6 (T) Kod nadziranog strojnog učenja, podatke tipično dijelimo na skup za učenje, skup za provjeru i skup za ispitivanje. Skup za provjeru koristimo radi odabira modela optimalne složenosti, kako bi on najbolje generalizirao na nove primjere (npr., optimizacija dubine stabla kod stabla odluke). **Što bi se vjerojatno dogodilo kada bismo, umjesto na skupu za provjeru, hiperparametre modela optimirali na skupu za ispitivanje?**

- A Model bi bio prenaučen (pogreška na novim primjerima bila bi veća od one modela optimalne složenosti)
- B Procjena pogreške bila bi pesimistična (pogreška na skupu za učenje bila bi manja nego na skupu za ispitivanje)
- C Procjena pogreške bila bi optimistična (pogreška na novim primjerima bila bi veća nego na skupu za ispitivanje)
- D Model bi bio podnaučen (pogreška na skupu za ispitivanje bila bi jednako velika kao i na skupu za učenje)

7 (R) Raspolažemo skupom primjera za *"Nezaboravno jadransko ljeto 2025., odmah nakon pandemije koronavirusa"*. Skup se sastoji od sljedećih primjera, svaki sa 4 značajke (Mjesto, Otok, Smještaj, Prijevoz) i ciljnom oznakom y:

i	Mjesto	Otok	Smještaj	Prijevoz	y
1	Istra	ne	privatni	auto	da
2	Istra	ne	privatni	avion	da
3	Dalmacija	da	hotel	auto	da
4	Dalmacija	da	hotel	bus	da
5	Kvarner	ne	kamp	bus	ne
6	Dalmacija	da	privatni	avion	ne
7	Istra	ne	kamp	auto	ne

Primijenite na ovaj skup primjera algoritam ID3. U slučaju da je u nekom koraku više značajki ima jednaku vrijednost informacijske dobiti, izaberite onu koja je u tablici navedena prva (ona ljevija). **Kako izgleda dobiveno stablo odluke?**

- A Korijenski čvor stabla je Smještaj, a njegovo dijete je čvor Mjesto s informacijskom dobiti 0.918
- B Korijenski čvor stabla je Mjesto, a njegovo dijete je čvor Smještaj s informacijskom dobiti 0.918
- C Korijenski čvor stabla je Mjesto, a njegovo dijete je čvor Smještaj s informacijskom dobiti 0.251
- D Korijenski čvor stabla je Smještaj, a njegovo dijete je čvor Mjesto s informacijskom dobiti 0.251

8 (P) Naivan Bayesov klasifikator treniramo na $N = 10$ primjera. Skup primjera sadrži dvije klase ($y = 0$ i $y = 1$) i tri značajke (x_1, x_2 i x_3). Značajke x_1 i x_2 su binarne, a značajka x_3 je ternarna. Apriorna vjerojatnost klase $y = 1$ iznosi 0.4. Izglednosti klasa dobivene su procjeniteljem MLE (bez zaglađivanja). Sada razmatramo neki konkretan primjer $\mathbf{x}$, koji želimo klasificirati. Za taj primjer, izglednosti za klasu $y = 0$ iznose $P(x_1|y) = 0.5$, $P(x_2|y) = 1$ i $P(x_3|y) = 1$, a za klasu $y = 1$ iznose $P(x_1|y) = 1$, $P(x_2|y) = 0.5$ i $P(x_3|y) = 1$ (sve brojke su bez zaokruživanja). Izračunajte aposteriornu vjerojatnost klasifikacije primjera $\mathbf{x}$ u klasu $y = 1$. Zatim izračunajte tu vjerojatnost ako bi se izglednosti klase procjenjivale Laplaceovim zaglađivanjem "dodaj jedan". **Koliko iznosi apsolutna razlika u vrijednosti aposteriorne vjerojatnosti sa zaglađivanjem i bez njega?**

A 0.046 B 0.032 C 0.052 D 0.023

9 (P) Algoritmom ID3 učimo stablo odluke. Kako bismo spriječili prenaučenost, koristimo unakrsnu provjeru i skup primjera podijelili smo na skup za učenje D_u, skup za provjeru D_p i skup za testiranje D_t. Stablo učimo na D_u i zatim ga podrezujemo na različitim dubinama k, ispitujući pogrešku na D_p. Neka je $E(k|D)$ pogreška stabla dubine k na skupu primjera D. Za neke k_1 i k_2, gdje $k_2 > k_1$, opažamo da $E(k_1|D_u) > E(k_2|D_u)$ i $E(k_1|D_p) > E(k_2|D_p)$. **Za koju dubinu stabla k možemo sigurno reći da će ostvariti najmanju očekivanu pogrešku $E(k|D_t)$?**

A $k > k_1$ B $k > k_2$ C $k_1 < k \leq k_2$ D $k < k_2$

3. Umjetne neuronske mreže (4 pitanja)

10 (P) Na računalu implementiramo unaprijednu potpuno povezanu slojevitu umjetnu neuronsku mrežu arhitekture $5 \times 20 \times 10 \times 5 \times 2$. Neuroni kao prijenosne funkcije koriste sigmoidu. U memoriji težine mreže čuvaju se kao tip `double`, koji zauzima 8 okteta. **Koliko okteta memorije ukupno zauzimaju parametri ove mreže?**

[A] 2456 [B] 2160 [C] 3176 [D] 2880

11 (R) Umjetnu neuronsku mrežu arhitekture $1 \times 2 \times 2$ učimo algoritmom propagacije pogreške unatrag. U nekom koraku algoritam ažurira težine na temelju primjera $(1,(1,0))$. Vrijednosti svih težina u tom koraku su:

$$w_{01}^{(1)} = 0.1, w_{11}^{(1)} = 0.2, w_{02}^{(1)} = 0.5, w_{12}^{(1)} = 0.6, w_{01}^{(2)} = 0.1, w_{11}^{(2)} = 0.2, w_{21}^{(2)} = 0.3, w_{02}^{(2)} = 0.2, w_{12}^{(2)} = 0.3, w_{22}^{(2)} = 0.4$$

Svi neuroni koriste sigmoidnu prijenosnu funkciju, a stopa učenja je 10. **Koliko iznosi korekcija koja će biti pridodana težini $w_{12}^{(1)}$?**

[A] $+0.065732$ [B] $+0.035152$ [C] -0.058547 [D] -0.147551

12 (T) McCulloch-Pittsov model umjetnog neurona inspiriran je anatomijom biološkog neurona. Može se povući korespondencija između nekih dijelova biološkog neurona i dijelova umjetnog neurona. **Kojem dijelu McCulloch-Pittsovog modela umjetnog neurona odgovara tijelo biološkog neurona (soma)?**

[A] Razlici očekivanog izlaza i izlaza neurona pomnoženoj s ulazom u neuron

[B] Aktivacijskoj funkciji primijenjenoj na skalarni produkt vektora ulaza i vektora težina

[C] Skalarnom produktu vektora ulaza neurona i vektora izlaza neurona

[D] Zbrajanju umnožaka svih ulaza neurona s njima odgovarajućim težinama

13 (R) Rosenblattovim algoritmom perceptrona potrebno je naučiti klasificirati sljedeći skup primjera za učenje:

$$\mathcal{D} = \big\{((1,3),-1),((3,1),-1),((4,3),1),((3,5),1),((1,6),1)\big\}$$

gdje su pojedini primjeri oblika $((x_2,x_1),t)$. Prijenosna funkcija je funkcija skoka koja preslikava u $\{-1,+1\}$ (za 0 daje 1). Početne težine (w_2,w_1,w_0) su $(0,2,-8)$, a stopa učenja je 0.1. Provedite učenje perceptrona. **Koje su konačne vrijednosti težina te koliko je puta algoritam radio korekcije?**

[A] $(1.0,2.0,-10.0)$, dva puta [C] $(1.1,2.0,-8.0)$, jednom

[B] $(0.6,2.0,-8.0)$, dva puta [D] $(0.4,1.8,-7.0)$, tri puta

4. Prirodom inspirirani optimizacijski algoritmi (4 pitanja)

14 (P) Populacija genetskog algoritma sastoji se od 5 jedinki čije su dobrote redom 10, 8, 4, 3, 1. Operator selekcije je 4-turnirska selekcija (podsjetnik: u turniru sudjeluju različite jedinke). Prvi roditelj bira se tim operatorom, dok se drugi bira slučajno iz cijele populacije s uniformnom distribucijom. Kao operator križanja koristi se uniformno križanje, a za reprezentaciju kromosoma koristi se 1000-bitovni vektor. Neka je p procjena vjerojatnosti da će novostvoreno dijete biti mutacija kromosoma identičnog najboljoj jedinci u populaciji. **Koliko iznosi p?**

[A] 0.16 [B] 0.25 [C] 0.09 [D] 0.80

15 (R) Genetskim algoritmom traži se maksimum funkcije $f(x,y) = 3x^2 + 5y^2$. Svaka varijabla kodira se s 4 bita, pri čemu se x pretražuje iz intervala $[-4,11]$, a y iz intervala $[-6,9]$. U kromosomu najprije dolaze bitovi koji kodiraju x pa potom bitovi koji kodiraju y. Za odabir roditelja koristi se selekcija proporcionalna dobroti (engl. *roulette wheel selection*). Populacija se sastoji od sljedeće četiri jedinke:

$$K_1 = \texttt{00110011}, \quad K_2 = \texttt{01010101}, \quad K_3 = \texttt{10101010}, \quad K_4 = \texttt{00010001}$$

Koristi se križanje s jednom točkom prijeloma (točno na polovici kromosoma). Pretpostavite da se u trenutačnoj iteraciji algoritma slučajno odaberu baš dvije najmanje vjerojatne jedinke te da pri izgradnji djece mutacija igrom slučaja ne promijeni niti jedan bit. Označimo s F zbroj vjerojatnosti odabira odabranih jedniki, a s G dobrotu djeteta koje će biti umetnuto u novu populaciju (ako križanjem/mutacijom nastaje više djece, samo najbolje djete ide dalje). **Što od sljedećega vrijedi za F i G?**

[A] $F > 0.3$, $5 < G < 50$ [B] $F < 0.2$, $20 < G < 60$ [C] $F > 0.1$, $G > 60$ [D] $F < 0.2$, $G < 30$

16 (T) Heuristički optimizacijski algoritmi kombiniraju mehanizme iskorištavanja (eksploatacije) rješenja i mehanizme istraživanja (eksploracije) rješenja. To vrijedi i za mravlji algoritam. **Na koji je način kod mravljeg algoritma ostvaren mehanizam istraživanja rješenja?**

A Putevi koji vode do rješenja u manjem broju koraka imat će više deponiranoga feromonskog traga

B Vjerojatnost odabira brida proporcionalna je jačini feromonskog traga, koji blijedi ako nema novih depozita

C Vjerojatnost odabira brida proporcionalna je jačini feromonskog traga, koji početno postoji na svim bridovima

D Mravi u bilo kojoj iteraciji mogu istražiti neotkriven put odabirom brida kojim još nije prošao niti jedan mrav

17 (R) Mravljim algoritmom uz parametre $\alpha = \beta = 1$ traži se put (hamiltonov ciklus) kroz graf koji se sastoji od 5 čvorova: A do E. Za bridove su poznate vrijednosti heurističkih informacija: $\eta_{AB} = 7$, $\eta_{AC} = 1$, $\eta_{BC} = 2$, $\eta_{BD} = 3$, $\eta_{CD} = 2$, $\eta_{DE} = 4$ i $\eta_{CE} = 3$. U nekoj iteraciji algoritma vrijednosti feromonskih tragova su: $\tau_{AB} = 1$, $\tau_{AC} = 3$, $\tau_{BC} = 2$, $\tau_{BD} = 2$, $\tau_{CD} = 1$, $\tau_{DE} = 2$ i $\tau_{CE} = 3$. Sve vrijednosti η i τ su ujedno i simetrične. Mrav konstrukciju puta započinje iz čvora A. Pretpostavite da će prilikom slučajnog odabira sljedećeg čvora mrav svaki puta odabrati onaj koji je najvjerojatniji (i u koji je dozvoljeno odnosno moguće prijeći). Odredite put koji će mrav konstruirati. **Koji je od sljedećih sljedova dio tog puta?**

A $E \to C \to A$ B $B \to D \to C$ C $B \to C \to E$ D $D \to C \to E$

5. Podržano učenje (3 pitanja)

18 (R) Rešetkasti svijet sastoji se od pet ćelija. Ćelije 1 do 4 poredane su jedna do druge slijeva nadesno. Ćelija 5 nalazi se ispod ćelije 3. Ćelija 4 je izlaz i agentu donosi nagradu +1. Ćelija 5 je oganj koji uništava agenta i donosi mu nagradu od −1. Svi ostali potezi agentu donose nagradu življenja od −0.1. Pretpostavite da agent u ćelijama 1 i 2 koristi politiku odabira smjera koja uniformno odabire jedan od četiri poteza: *gore*, *dolje*, *lijevo* ili *desno*. U ćeliji 3 agent u 70% slučajeva bira akciju *desno*, a u preostalih 30% slučajeva uniformno bira jednu od akcija *gore*, *dolje* ili *lijevo*. Okolina je deterministička. Ako okolina ne može provesti potez – primjerice, akciju *lijevo* u ćeliji 1 – onda okolina ne mijenja položaj agenta, ali svejedno agentu dodjeljuje nagradu življenja. Algoritmom vrednovanja politike želimo odrediti vrijednosti stanja za sve ćelije. Pretpostavite da su inicijalne procjene vrijednosti stanja za sve ćelije jednake 0. Provedite dvije iteracije algoritma. Faktor γ je 1. **Koliko iznosi zbroj vrijednosti stanja ćelija 1, 2 i 3 nakon provedene dvije iteracije algoritma?**

A 0.551 B 0.398 C 0.527 D 0.380

19 (P) Rešetkasti svijet sastoji se od pet ćelija (numerirane 1 do 5) koje su smještene slijeva udesno (ćelija 1 je prva, ćelija 5 je posljednja). Ćelija 5 je završna. Na ćelijama 1 do 4 robot može poduzeti jednu od tri akcije: $a_1 =$ *lijevo*, $a_2 =$ *desno*, $a_3 =$ *sagni-se-i-pokupi-bocu*. Boce se nalaze na ćelijama 2 i 4. Okolina robotu dodjeljuje nagrade kako slijedi. Za prelazak na ćeliju 5 robot dobiva 10 bodova. Za saginjanje i skupljanje boce robot dobiva 5 bodova, no ako se sagne i pokuša pokupiti bocu na ćeliji koja nema bocu, robot dobiva −5 bodova. Za sve ostale akcije isporučuje se nagrada življenja od −1 bod. U ovom svijetu robot uči optimalnu politiku algoritmom q-učenja. Neka su $\gamma = 1$ i $\alpha = 0.25$. U nekom trenutku naučene q-vrijednosti su sljedeće: $q(1, a_1) = 0$, $q(2, a_1) = 1$, $q(3, a_1) = 0$, $q(4, a_1) = 1$, $q(1, a_2) = 1$, $q(2, a_2) = 1$, $q(3, a_2) = 1$, $q(4, a_2) = 2$, $q(1, a_3) = 2$, $q(2, a_3) = -1$, $q(3, a_3) = -2$, $q(4, a_3) = 3$. Robot se nalazi na ćeliji 3 i poduzima akciju a_2. **Koja će biti nova vrijednost za** $q(3, a_2)$?

A 3 B 2.75 C 1.5 D 1.25

20 (T) Razmatramo primjenu podržanog učenja na odabrani problem. **Što je od navedenog točno?**

A Da bismo proveli vrednovanje politike moramo imati na raspolaganju i model okoline i model politike

B Q-učenjem možemo za zadanu fiksnu politiku agenta odrediti koje su očekivane vrijednosti svakog stanja

C Okolina ne smije imati svojstvo Markovljevog procesa odlučivanja jer inače algoritmi ne bi konvergirali

D Bellmanovim izrazima možemo odrediti optimalne vrijednosti stanja samo ako je okolina nedeterministička

Završni ispit iz Uvoda u umjetnu inteligenciju (2022./2023.)

– NEKORIGIRANA VERZIJA –

*Ispit se sastoji od **20 pitanja** i ukupno nosi **20 bodova**. Točan odgovor nosi 1 bod, a netočan -1/3 boda. Trajanje ispita je **150 minuta**. Primjerak ispita trebate predati zajedno sa svojim rješenjima.*

1. Modeliranje neizvjesnosti (4 pitanja)

1 (P) Primjenom standardnih (Zadehovih) neizrazitih operacija i jezičnih modifikatora konstruirali smo neizrazite skupove *"manje-više snažan klokan"* i *"vrlo slab klokan"*. Klokan Roger prvom skupu pripada sa 0.8, a drugom sa 0.1. Primjenom istih operatora i modifikatora konstruirali smo neizraziti skup *"ne (vrlo snažan klokan) i slab klokan"*. **Koja je pripadnost klokana Rogera tom neizrazitom skupu?**

A 0.64 B 0.32 C 0.59 D 0.41

2 (R) U sustavu neizrazitog zaključivanja modeliramo vezu između dužine i težine mravojeda. Skup D je dužina u centimetrima, $D = \{60, 100, 130\}$, a skup T je težina u kilogramima $T = \{30, 40, 50\}$. Nad ovim univerzalnim skupovima definirali smo neizrazite skupove "dugačak mravojed" kao $D_d = \{0.3/60, 0.6/100, 1/130\}$ te "težak mravojed" kao $T_t = \{0.2/30, 0.5/40, 0.9/50\}$. U sustavu imamo pravilo "ako d je D_d, onda t je $\text{not}(T_t)$", modelirano kao neizrazita relacija. Zanima nas kolika je težina mravojeda T', ako on nije dugačak ($\text{not}(D_d)$). **Kako glasi neizraziti skup T' koji dobivamo generaliziranim modusom ponensom?**

A $\{0.4/30, 0.3/40, 0.1/50\}$
B $\{0.6/30, 0.3/40, 0.1/50\}$
C $\{0.6/30, 0.3/40, 0.2/50\}$
D $\{0.4/30, 0.4/40, 0.1/50\}$

3 (T) Bayesovo pravilo često se koristi za kauzalno zaključivanje (zaključivanje o uzrocima i posljedicama). Pritom uzrok odgovara hipotezi H, a posljedica odgovara dokazu E. **Što možemo učiniti Bayesovim pravilom?**

A Na temelju opažanja posljedice zaključiti o vjerojatnosti njezina uzroka
B Na temelju opažanja uzroka i posljedice zaključiti o vjerojatnosti posljedice
C Na temelju opažanja uzroka i posljedice zaključiti o vjerojatnosti uzroka
D Na temelju opažanja uzroka zaključiti o vjerojatnosti njezine posljedice

4 (T) Neki zakoni propozicijske logike ne vrijede u neizrazitoj logici. Jedan takav zakon je zakon isključenja trećega. Neka je μ funkcija pripadnosti nekog neizrazitog skupa definiranog na domeni X, definirana tako da vrijedi $\exists x \in X.(0 < \mu(x) < 1)$. **Zašto zakon isključenja trećega ne vrijedi?**

A Jer umjesto $\exists x \in X.\big(\max(\mu(x), 1 - \mu(x)) = 0\big)$ vrijedi $\forall x \in X.\big(\max(\mu(x), 1 - \mu(x)) > 0\big)$
B Jer umjesto $\forall x \in X.\big(\min(\mu(x), 1 - \mu(x)) = 0\big)$ vrijedi $\exists x \in X.\big(\min(\mu(x), 1 - \mu(x)) > 0\big)$
C Jer umjesto $\exists x \in X.\big(\min(\mu(x), 1 - \mu(x)) = 0\big)$ vrijedi $\forall x \in X.\big(\min(\mu(x), 1 - \mu(x)) > 0\big)$
D Jer umjesto $\forall x \in X.\big(\max(\mu(x), 1 - \mu(x)) = 1\big)$ vrijedi $\exists x \in X.\big(\max(\mu(x), 1 - \mu(x)) < 1\big)$

2. Strojno učenje (5 pitanja)

5 (P) Algoritmom ID3 učimo stablo odluke. Kako bismo spriječili prenaučenost, koristimo unakrsnu provjeru i skup primjera podijelili smo na skup za učenje D_u, skup za provjeru D_p i skup za testiranje D_t. Stablo učimo na D_u i zatim ga podrezujemo na različitim dubinama k, ispitujući pogrešku na D_p. Neka je $E(k|D)$ pogreška stabla dubine k na skupu primjera D. Za neke k_1 i k_2, gdje $k_2 > k_1$, opažamo da $E(k_1|D_u) > E(k_2|D_u)$ i $E(k_1|D_p) > E(k_2|D_p)$. **Za koju dubinu stabla k možemo sigurno reći da će ostvariti najmanju očekivanu pogrešku $E(k|D_t)$?**

A $k < k_2$ B $k > k_1$ C $k > k_2$ D $k_1 < k \leq k_2$

6 (T) Kod nadziranog strojnog učenja, podatke tipično dijelimo na skup za učenje, skup za provjeru i skup za ispitivanje. Skup za provjeru koristimo radi odabira modela optimalne složenosti, kako bi on najbolje generalizirao na nove primjere (npr., optimizacija dubine stabla kod stabla odluke). **Što bi se vjerojatno dogodilo kada bismo, umjesto na skupu za provjeru, hiperparametre modela optimirali na skupu za ispitivanje?**

A Procjena pogreške bila bi pesimistična (pogreška na skupu za učenje bila bi manja nego na skupu za ispitivanje)

B Model bi bio podnaučen (pogreška na skupu za ispitivanje bila bi jednako velika kao i na skupu za učenje)

C Procjena pogreške bila bi optimistična (pogreška na novim primjerima bila bi veća nego na skupu za ispitivanje)

D Model bi bio prenaučen (pogreška na novim primjerima bila bi veća od one modela optimalne složenosti)

7 (P) Naivan Bayesov klasifikator treniramo na $N = 10$ primjera. Skup primjera sadrži dvije klase ($y = 0$ i $y = 1$) i tri značajke (x_1, x_2 i x_3). Značajke x_1 i x_2 su binarne, a značajka x_3 je ternarna. Apriorna vjerojatnost klase $y = 1$ iznosi 0.4. Izglednosti klasa dobivene su procjeniteljem MLE (bez zaglađivanja). Sada razmatramo neki konkretan primjer $\mathbf{x}$, koji želimo klasificirati. Za taj primjer, izglednosti za klasu $y = 0$ iznose $P(x_1|y) = 0.5$, $P(x_2|y) = 1$ i $P(x_3|y) = 1$, a za klasu $y = 1$ iznose $P(x_1|y) = 1$, $P(x_2|y) = 0.5$ i $P(x_3|y) = 1$ (sve brojke su bez zaokruživanja). Izračunajte aposteriornu vjerojatnost klasifikacije primjera $\mathbf{x}$ u klasu $y = 1$. Zatim izračunajte tu vjerojatnost ako bi se izglednosti klase procjenjivale Laplaceovim zaglađivanjem "dodaj jedan". **Koliko iznosi apsolutna razlika u vrijednosti aposteriorne vjerojatnosti sa zaglađivanjem i bez njega?**

A 0.032 B 0.052 C 0.023 D 0.046

8 (T) Naivan Bayesov klasifikator naziva se naivnim jer je u njegov model ugrađena pretpostavka o uvjetnoj nezavisnosti. Pretpostavite da naivan Bayesov klasifikator koristimo za klasifikaciju tvitova po sentimentu u pozitivne, neutralne i negativne tvitove. Značajke neka su pojedine riječi u tvitu. U nekom tvitu se pojavljuju riječi "Trump" i "beautiful". **Koja je od sljedećih pretpostavki ugrađena u naivan Bayesov klasifikator?**

A Vjerojatnost pojavljivanja riječi "beautiful" ili "Trump" u tvitu jednaka je vjerojatnosti neutralnog tvita u tvitovima u kojima se pojavila riječ "beautiful" ili "Trump"

B Vjerojatnost zajedničkog pojavljivanja riječi "Trump" i "beautiful" u pozitivnom tvitu jednaka je umnošku vjerojatnosti pojavljivanja svake od tih riječi u pozitivnom tvitu

C Vjerojatnost pojavljivanja riječi "Trump" u negativnom tvitu jednaka je umnošku apriorne vjerojatnosti negativnog tvita i vjerojatnosti pojavljivanja riječi "beautiful" u negativnom tvitu

D Vjerojatnost zajedničkog pojavljivanja riječi "beautiful" i "Trump" jednaka je umnošku apriornih vjerojatnosti pojavljivanja riječi "Trump" i riječi "beautiful" u bilo kojem tvitu

9 (R) Raspolažemo skupom primjera za *"Nezaboravno jadransko ljeto 2025., odmah nakon pandemije koronavirusa"*. Skup se sastoji od sljedećih primjera, svaki sa 4 značajke (Mjesto, Otok, Smještaj, Prijevoz) i ciljnom oznakom y:

i	Mjesto	Otok	Smještaj	Prijevoz	y
1	Istra	ne	privatni	avion	da
2	Dalmacija	da	hotel	auto	da
3	Istra	ne	privatni	auto	da
4	Dalmacija	da	hotel	bus	da
5	Kvarner	ne	kamp	bus	ne
6	Istra	da	hotel	avion	ne
7	Kvarner	ne	privatni	auto	ne

Primijenite na ovaj skup primjera algoritam ID3. U slučaju da je u nekom koraku više značajki ima jednaku vrijednost informacijske dobiti, izaberite onu koja je u tablici navedena prva (ona ljevija). **Kako izgleda dobiveno stablo odluke?**

A Korijenski čvor stabla je Mjesto, a njegovo dijete je čvor Otok s informacijskom dobiti 0.251

B Korijenski čvor stabla je Smještaj, a njegovo dijete je čvor Mjesto s informacijskom dobiti 0.251

C Korijenski čvor stabla je Smještaj, a njegovo dijete je čvor Mjesto s informacijskom dobiti 0.918

D Korijenski čvor stabla je Mjesto, a njegovo dijete je čvor Otok s informacijskom dobiti 0.918

3. Umjetne neuronske mreže (4 pitanja)

10 (T) McCulloch-Pittsov model umjetnog neurona inspiriran je anatomijom biološkog neurona. Može se povući korespondencija između nekih dijelova biološkog neurona i dijelova umjetnog neurona. **Kojem dijelu McCulloch-Pittsovog modela umjetnog neurona odgovara tijelo biološkog neurona (soma)?**

- A Razlici očekivanog izlaza i izlaza neurona pomnoženoj s ulazom u neuron
- B Zbrajanju umnožaka svih ulaza neurona s njima odgovarajućim težinama
- C Aktivacijskoj funkciji primijenjenoj na skalarni produkt vektora ulaza i vektora težina
- D Skalarnom produktu vektora ulaza neurona i vektora izlaza neurona

11 (P) Na računalu implementiramo unaprijednu potpuno povezanu slojevitu umjetnu neuronsku mrežu arhitekture $5 \times 20 \times 10 \times 5 \times 2$. Neuroni kao prijenosne funkcije koriste sigmoidu. U memoriji težine mreže čuvaju se kao tip `double`, koji zauzima 8 okteta. **Koliko okteta memorije ukupno zauzimaju parametri ove mreže?**

A 3176 B 2160 C 2456 D 2880

12 (R) Umjetnu neuronsku mrežu arhitekture $1 \times 2 \times 2$ učimo algoritmom propagacije pogreške unatrag. U nekom koraku algoritam ažurira težine na temelju primjera $(1,(1,0))$. Vrijednosti svih težina u tom koraku su:

$$w_{01}^{(1)} = 0.1, w_{11}^{(1)} = 0.2, w_{02}^{(1)} = 0.5, w_{12}^{(1)} = 0.6, w_{01}^{(2)} = 0.1, w_{11}^{(2)} = 0.2, w_{21}^{(2)} = 0.3, w_{02}^{(2)} = 0.2, w_{12}^{(2)} = 0.3, w_{22}^{(2)} = 0.4$$

Svi neuroni koriste sigmoidnu prijenosnu funkciju, a stopa učenja je 10. **Koliko iznosi korekcija koja će biti pridodana težini $w_{12}^{(1)}$?**

A $+0.035152$ B -0.147551 C -0.058547 D $+0.065732$

13 (R) Rosenblattovim algoritmom perceptrona potrebno je naučiti klasificirati sljedeći skup primjera za učenje:

$$\mathcal{D} = \big\{((1,3),-1),((3,1),-1),((4,3),1),((3,5),1),((1,6),1)\big\}$$

gdje su pojedini primjeri oblika $((x_2,x_1),t)$. Prijenosna funkcija je funkcija skoka koja preslikava u $\{-1,+1\}$ (za 0 daje 1). Početne težine (w_2,w_1,w_0) su $(0,2,-8)$, a stopa učenja je 0.1. Provedite učenje perceptrona. **Koje su konačne vrijednosti težina te koliko je puta algoritam radio korekcije?**

A $(0.4, 1.8, -7.0)$, tri puta C $(0.6, 2.0, -8.0)$, dva puta
B $(1.0, 2.0, -10.0)$, dva puta D $(1.1, 2.0, -8.0)$, jednom

4. Prirodom inspirirani optimizacijski algoritmi (4 pitanja)

14 (P) Populacija genetskog algoritma sastoji se od 5 jedinki čije su dobrote redom 10, 8, 4, 3, 1. Operator selekcije je 4-turnirska selekcija (podsjetnik: u turniru sudjeluju različite jedinke). Prvi roditelj bira se tim operatorom, dok se drugi bira slučajno iz cijele populacije s uniformnom distribucijom. Kao operator križanja koristi se uniformno križanje, a za reprezentaciju kromosoma koristi se 1000-bitovni vektor. Neka je p procjena vjerojatnosti da će novostvoreno dijete biti mutacija kromosoma identičnog najboljoj jedinci u populaciji. **Koliko iznosi p?**

A 0.16 B 0.09 C 0.80 D 0.25

15 (R) Genetskim algoritmom traži se maksimum funkcije $f(x,y) = 3x^2 + 5y^2$. Svaka varijabla kodira se s 4 bita, pri čemu se x pretražuje iz intervala $[-4,11]$, a y iz intervala $[-6,9]$. U kromosomu najprije dolaze bitovi koji kodiraju x pa potom bitovi koji kodiraju y. Za odabir roditelja koristi se selekcija proporcionalna dobroti (engl. *roulette wheel selection*). Populacija se sastoji od sljedeće četiri jedinke:

$$K_1 = \texttt{00110011}, \quad K_2 = \texttt{01010101}, \quad K_3 = \texttt{10101010}, \quad K_4 = \texttt{00010001}$$

Koristi se križanje s jednom točkom prijeloma (točno na polovici kromosoma). Pretpostavite da se u trenutačnoj iteraciji algoritma slučajno odaberu baš dvije najmanje vjerojatne jedinke te da pri izgradnji djece mutacija igrom slučaja ne promijeni niti jedan bit. Označimo s F zbroj vjerojatnosti odabira odabranih jedniki, a s G dobrotu djeteta koje će biti umetnuto u novu populaciju (ako križanjem/mutacijom nastaje više djece, samo najbolje djete ide dalje). **Što od sljedećega vrijedi za F i G?**

A $F < 0.2$, $20 < G < 60$ B $F < 0.2$, $G < 30$ C $F > 0.1$, $G > 60$ D $F > 0.3$, $5 < G < 50$

16 (T) Heuristički optimizacijski algoritmi kombiniraju mehanizme iskorištavanja (eksploatacije) rješenja i mehanizme istraživanja (eksploracije) rješenja. To vrijedi i za mravlji algoritam. **Na koji je način kod mravljeg algoritma ostvaren mehanizam istraživanja rješenja?**

- A Vjerojatnost odabira brida proporcionalna je jačini feromonskog traga, koji blijedi ako nema novih depozita
- B Vjerojatnost odabira brida proporcionalna je jačini feromonskog traga, koji početno postoji na svim bridovima
- C Mravi u bilo kojoj iteraciji mogu istražiti neotkriven put odabirom brida kojim još nije prošao niti jedan mrav
- D Putevi koji vode do rješenja u manjem broju koraka imat će više deponiranoga feromonskog traga

17 (R) Mravljim algoritmom uz parametre $\alpha = \beta = 1$ traži se put (hamiltonov ciklus) kroz graf koji se sastoji od 5 čvorova: A do E. Za bridove su poznate vrijednosti heurističkih informacija: $\eta_{AB} = 7$, $\eta_{AC} = 1$, $\eta_{BC} = 2$, $\eta_{BD} = 3$, $\eta_{CD} = 2$, $\eta_{DE} = 4$ i $\eta_{CE} = 3$. U nekoj iteraciji algoritma vrijednosti feromonskih tragova su: $\tau_{AB} = 1$, $\tau_{AC} = 3$, $\tau_{BC} = 2$, $\tau_{BD} = 2$, $\tau_{CD} = 1$, $\tau_{DE} = 2$ i $\tau_{CE} = 3$. Sve vrijednosti η i τ su ujedno i simetrične. Mrav konstrukciju puta započinje iz čvora A. Pretpostavite da će prilikom slučajnog odabira sljedećeg čvora mrav svaki puta odabrati onaj koji je najvjerojatniji (i u koji je dozvoljeno odnosno moguće prijeći). Odredite put koji će mrav konstruirati. **Koji je od sljedećih sljedova dio tog puta?**

A $D \to C \to E$ B $B \to D \to C$ C $E \to C \to A$ D $B \to C \to E$

5. Podržano učenje (3 pitanja)

18 (P) Rešetkasti svijet sastoji se od pet ćelija (numerirane 1 do 5) koje su smještene slijeva udesno (ćelija 1 je prva, ćelija 5 je posljednja). Ćelija 5 je završna. Na ćelijama 1 do 4 robot može poduzeti jednu od tri akcije: $a_1 =$ *lijevo*, $a_2 =$ *desno*, $a_3 =$ *sagni-se-i-pokupi-bocu*. Boce se nalaze na ćelijama 2 i 4. Okolina robotu dodjeljuje nagrade kako slijedi. Za prelazak na ćeliju 5 robot dobiva 10 bodova. Za saginjanje i skupljanje boce robot dobiva 5 bodova, no ako se sagne i pokuša pokupiti bocu na ćeliji koja nema bocu, robot dobiva -5 bodova. Za sve ostale akcije isporučuje se nagrada življenja od -1 bod. U ovom svijetu robot uči optimalnu politiku algoritmom q-učenja. Neka su $\gamma = 1$ i $\alpha = 0.25$. U nekom trenutku naučene q-vrijednosti su sljedeće: $q(1, a_1) = 0$, $q(2, a_1) = 1$, $q(3, a_1) = 0$, $q(4, a_1) = 1$, $q(1, a_2) = 1$, $q(2, a_2) = 1$, $q(3, a_2) = 1$, $q(4, a_2) = 2$, $q(1, a_3) = 2$, $q(2, a_3) = -1$, $q(3, a_3) = -2$, $q(4, a_3) = 3$. Robot se nalazi na ćeliji 3 i poduzima akciju a_2. **Koja će biti nova vrijednost za** $q(3, a_2)$?

A 1.25 B 3 C 1.5 D 2.75

19 (T) Razmatramo primjenu podržanog učenja na odabrani problem. **Što je od navedenog točno?**

- A Da bismo proveli vrednovanje politike moramo imati na raspolaganju i model okoline i model politike
- B Q-učenjem možemo za zadanu fiksnu politiku agenta odrediti koje su očekivane vrijednosti svakog stanja
- C Bellmanovim izrazima možemo odrediti optimalne vrijednosti stanja samo ako je okolina nedeterministička
- D Okolina ne smije imati svojstvo Markovljevog procesa odlučivanja jer inače algoritmi ne bi konvergirali

20 (R) Rešetkasti svijet sastoji se od pet ćelija. Ćelije 1 do 4 poredane su jedna do druge slijeva nadesno. Ćelija 5 nalazi se ispod ćelije 3. Ćelija 4 je izlaz i agentu donosi nagradu +1. Ćelija 5 je oganj koji uništava agenta i donosi mu nagradu od -1. Svi ostali potezi agentu donose nagradu življenja od -0.1. Pretpostavite da agent u ćelijama 1 i 2 koristi politiku odabira smjera koja uniformno odabire jedan od četiri poteza: *gore*, *dolje*, *lijevo* ili *desno*. U ćeliji 3 agent u 70% slučajeva bira akciju *desno*, a u preostalih 30% slučajeva uniformno bira jednu od akcija *gore*, *dolje* ili *lijevo*. Okolina je deterministička. Ako okolina ne može provesti potez – primjerice, akciju *lijevo* u ćeliji 1 – onda okolina ne mijenja položaj agenta, ali svejedno agentu dodjeljuje nagradu življenja. Algoritmom vrednovanja politike želimo odrediti vrijednosti stanja za sve ćelije. Pretpostavite da su inicijalne procjene vrijednosti stanja za sve ćelije jednake 0. Provedite dvije iteracije algoritma. Faktor γ je 1. **Koliko iznosi zbroj vrijednosti stanja ćelija 1, 2 i 3 nakon provedene dvije iteracije algoritma?**

A 0.551 B 0.527 C 0.398 D 0.380

Završni ispit iz Uvoda u umjetnu inteligenciju (2022./2023.)

– NEKORIGIRANA VERZIJA –

*Ispit se sastoji od **20 pitanja** i ukupno nosi **20 bodova**. Točan odgovor nosi 1 bod, a netočan -1/3 boda. Trajanje ispita je **150 minuta**. Primjerak ispita trebate predati zajedno sa svojim rješenjima.*

1. Modeliranje neizvjesnosti (4 pitanja)

1 (R) U sustavu neizrazitog zaključivanja modeliramo vezu između dužine i težine mravojeda. Skup D je dužina u centimetrima, $D = \{60, 100, 130\}$, a skup T je težina u kilogramima $T = \{30, 40, 50\}$. Nad ovim univerzalnim skupovima definirali smo neizrazite skupove "dugačak mravojed" kao $D_d = \{0.3/60, 0.6/100, 1/130\}$ te "težak mravojed" kao $T_t = \{0.2/30, 0.5/40, 0.9/50\}$. U sustavu imamo pravilo "ako d je D_d, onda t je not(T_t)", modelirano kao neizrazita relacija. Zanima nas kolika je težina mravojeda T', ako on nije dugačak (not(D_d)). **Kako glasi neizraziti skup T' koji dobivamo generaliziranim modusom ponensom?**

- A $\{0.4/30, 0.4/40, 0.1/50\}$
- C $\{0.6/30, 0.3/40, 0.1/50\}$
- B $\{0.4/30, 0.3/40, 0.1/50\}$
- D $\{0.6/30, 0.3/40, 0.2/50\}$

2 (P) Primjenom standardnih (Zadehovih) neizrazitih operacija i jezičnih modifikatora konstruirali smo neizrazite skupove *"manje-više snažan klokan"* i *"vrlo slab klokan"*. Klokan Roger prvom skupu pripada sa 0.8, a drugom sa 0.1. Primjenom istih operatora i modifikatora konstruirali smo neizraziti skup *"ne (vrlo snažan klokan) ili slab klokan"*. **Koja je pripadnost klokana Rogera tom neizrazitom skupu?**

A 0.32   B 0.59   C 0.41   D 0.64

3 (T) Bayesovo pravilo često se koristi za kauzalno zaključivanje (zaključivanje o uzrocima i posljedicama). Pritom uzrok odgovara hipotezi H, a posljedica odgovara dokazu E. **Što možemo učiniti Bayesovim pravilom?**

- A Na temelju opažanja uzroka i posljedice zaključiti o vjerojatnosti uzroka
- B Na temelju opažanja uzroka zaključiti o vjerojatnosti njezine posljedice
- C Na temelju opažanja posljedice zaključiti o vjerojatnosti njezina uzroka
- D Na temelju opažanja uzroka i posljedice zaključiti o vjerojatnosti posljedice

4 (T) Neki zakoni propozicijske logike ne vrijede u neizrazitoj logici. Jedan takav zakon je zakon isključenja trećega. Neka je μ funkcija pripadnosti nekog neizrazitog skupa definiranog na domeni X, definirana tako da vrijedi $\exists x \in X.(0 < \mu(x) < 1)$. **Zašto zakon isključenja trećega ne vrijedi?**

- A Jer umjesto $\forall x \in X.\big(\max(\mu(x), 1-\mu(x)) = 1\big)$ vrijedi $\exists x \in X.\big(\max(\mu(x), 1-\mu(x)) < 1\big)$
- B Jer umjesto $\exists x \in X.\big(\max(\mu(x), 1-\mu(x)) = 0\big)$ vrijedi $\forall x \in X.\big(\max(\mu(x), 1-\mu(x)) > 0\big)$
- C Jer umjesto $\exists x \in X.\big(\min(\mu(x), 1-\mu(x)) = 0\big)$ vrijedi $\forall x \in X.\big(\min(\mu(x), 1-\mu(x)) > 0\big)$
- D Jer umjesto $\forall x \in X.\big(\min(\mu(x), 1-\mu(x)) = 0\big)$ vrijedi $\exists x \in X.\big(\min(\mu(x), 1-\mu(x)) > 0\big)$

2. Strojno učenje (5 pitanja)

5 (P) Naivan Bayesov klasifikator treniramo na $N = 10$ primjera. Skup primjera sadrži dvije klase ($y = 0$ i $y = 1$) i tri značajke (x_1, x_2 i x_3). Značajke x_1 i x_2 su binarne, a značajka x_3 je ternarna. Apriorna vjerojatnost klase $y = 1$ iznosi 0.4. Izglednosti klasa dobivene su procjeniteljem MLE (bez zaglađivanja). Sada razmatramo neki konkretan primjer $\mathbf{x}$, koji želimo klasificirati. Za taj primjer, izglednosti za klasu $y = 0$ iznose $P(x_1|y) = 0.5$, $P(x_2|y) = 1$ i $P(x_3|y) = 1$, a za klasu $y = 1$ iznose $P(x_1|y) = 0.25$, $P(x_2|y) = 0.5$ i $P(x_3|y) = 1$ (sve brojke su bez zaokruživanja). Izračunajte aposteriornu vjerojatnost klasifikacije primjera $\mathbf{x}$ u klasu $y = 1$. Zatim izračunajte tu vjerojatnost ako bi se izglednosti klase procjenjivale Laplaceovim zaglađivanjem "dodaj jedan". **Koliko iznosi apsolutna razlika u vrijednosti aposteriorne vjerojatnosti sa zaglađivanjem i bez njega?**

A 0.046   B 0.052   C 0.032   D 0.023

6 (R) Raspolažemo skupom primjera za *"Nezaboravno jadransko ljeto 2025., odmah nakon pandemije koronavirusa"*. Skup se sastoji od sljedećih primjera, svaki sa 4 značajke (Mjesto, Otok, Smještaj, Prijevoz) i ciljnom oznakom y:

i	Mjesto	Otok	Smještaj	Prijevoz	y
1	Istra	ne	privatni	auto	da
2	Istra	ne	privatni	avion	da
3	Dalmacija	da	hotel	auto	da
4	Dalmacija	da	hotel	bus	da
5	Kvarner	ne	kamp	bus	ne
6	Dalmacija	da	privatni	avion	ne
7	Istra	ne	kamp	auto	ne

Primijenite na ovaj skup primjera algoritam ID3. U slučaju da je u nekom koraku više značajki ima jednaku vrijednost informacijske dobiti, izaberite onu koja je u tablici navedena prva (ona ljevija). **Kako izgleda dobiveno stablo odluke?**

A Korijenski čvor stabla je Mjesto, a njegovo dijete je čvor Smještaj s informacijskom dobiti 0.918

B Korijenski čvor stabla je Mjesto, a njegovo dijete je čvor Smještaj s informacijskom dobiti 0.251

C Korijenski čvor stabla je Smještaj, a njegovo dijete je čvor Mjesto s informacijskom dobiti 0.918

D Korijenski čvor stabla je Smještaj, a njegovo dijete je čvor Mjesto s informacijskom dobiti 0.251

7 (P) Algoritmom ID3 učimo stablo odluke. Kako bismo spriječili prenaučenost, koristimo unakrsnu provjeru i skup primjera podijelili smo na skup za učenje D_u, skup za provjeru D_p i skup za testiranje D_t. Stablo učimo na D_u i zatim ga podrezujemo na različitim dubinama k, ispitujući pogrešku na D_p. Neka je $E(k|D)$ pogreška stabla dubine k na skupu primjera D. Za neke k_1 i k_2, gdje $k_2 > k_1$, opažamo da $E(k_1|D_u) > E(k_2|D_u)$ i $E(k_1|D_p) > E(k_2|D_p)$. **Za koju dubinu stabla k možemo sigurno reći da će ostvariti najmanju očekivanu pogrešku $E(k|D_t)$?**

A $k < k_2$ B $k > k_1$ C $k > k_2$ D $k_1 < k \leq k_2$

8 (T) Kod nadziranog strojnog učenja, podatke tipično dijelimo na skup za učenje, skup za provjeru i skup za ispitivanje. Skup za provjeru koristimo radi odabira modela optimalne složenosti, kako bi on najbolje generalizirao na nove primjere (npr., optimizacija dubine stabla kod stabla odluke). **Što bi se vjerojatno dogodilo kada bismo, umjesto na skupu za provjeru, hiperparametre modela optimirali na skupu za ispitivanje?**

A Model bi bio prenaučen (pogreška na novim primjerima bila bi veća od one modela optimalne složenosti)

B Procjena pogreške bila bi pesimistična (pogreška na skupu za učenje bila bi manja nego na skupu za ispitivanje)

C Procjena pogreške bila bi optimistična (pogreška na novim primjerima bila bi veća nego na skupu za ispitivanje)

D Model bi bio podnaučen (pogreška na skupu za ispitivanje bila bi jednako velika kao i na skupu za učenje)

9 (T) Naivan Bayesov klasifikator naziva se naivnim jer je u njegov model ugrađena pretpostavka o uvjetnoj nezavisnosti. Pretpostavite da naivan Bayesov klasifikator koristimo za klasifikaciju tvitova po sentimentu u pozitivne, neutralne i negativne tvitove. Značajke neka su pojedine riječi u tvitu. U nekom tvitu se pojavljuju riječi "Trump" i "beautiful". **Koja je od sljedećih pretpostavki ugrađena u naivan Bayesov klasifikator?**

A Vjerojatnost pojavljivanja riječi "beautiful" ili "Trump" u tvitu jednaka je vjerojatnosti neutralnog tvita u tvitovima u kojima se pojavila riječ "beautiful" ili "Trump"

B Vjerojatnost zajedničkog pojavljivanja riječi "beautiful" i "Trump" jednaka je umnošku apriornih vjerojatnosti pojavljivanja riječi "Trump" i riječi "beautiful" u bilo kojem tvitu

C Vjerojatnost pojavljivanja riječi "Trump" u negativnom tvitu jednaka je umnošku apriorne vjerojatnosti negativnog tvita i vjerojatnosti pojavljivanja riječi "beautiful" u negativnom tvitu

D Vjerojatnost zajedničkog pojavljivanja riječi "Trump" i "beautiful" u pozitivnom tvitu jednaka je umnošku vjerojatnosti pojavljivanja svake od tih riječi u pozitivnom tvitu

3. Umjetne neuronske mreže (4 pitanja)

10 (R) Umjetnu neuronsku mrežu arhitekture $1 \times 2 \times 2$ učimo algoritmom propagacije pogreške unatrag. U nekom koraku algoritam ažurira težine na temelju primjera $(1, (1, 0))$. Vrijednosti svih težina u tom koraku su:

$$w_{01}^{(1)} = 0.1, w_{11}^{(1)} = 0.2, w_{02}^{(1)} = 0.5, w_{12}^{(1)} = 0.6, w_{01}^{(2)} = 0.1, w_{11}^{(2)} = 0.2, w_{21}^{(2)} = 0.3, w_{02}^{(2)} = 0.2, w_{12}^{(2)} = 0.3, w_{22}^{(2)} = 0.4$$

Svi neuroni koriste sigmoidnu prijenosnu funkciju, a stopa učenja je 10. **Koliko iznosi korekcija koja će biti pridodana težini $w_{12}^{(1)}$?**

A $+0.035152$ B -0.147551 C $+0.065732$ D -0.058547

11 (P) Na računalu implementiramo unaprijednu potpuno povezanu slojevitu umjetnu neuronsku mrežu arhitekture $5 \times 20 \times 10 \times 5 \times 2$. Neuroni kao prijenosne funkcije koriste sigmoidu. U memoriji težine mreže čuvaju se kao tip `double`, koji zauzima 8 okteta. **Koliko okteta memorije ukupno zauzimaju parametri ove mreže?**

A 2456 B 2160 C 3176 D 2880

12 (R) Rosenblattovim algoritmom perceptrona potrebno je naučiti klasificirati sljedeći skup primjera za učenje:

$$\mathcal{D} = \big\{((1,3),-1),((3,1),-1),((4,3),1),((3,5),1),((1,6),1)\big\}$$

gdje su pojedini primjeri oblika $((x_2, x_1), t)$. Prijenosna funkcija je funkcija skoka koja preslikava u $\{-1, +1\}$ (za 0 daje 1). Početne težine (w_2, w_1, w_0) su $(0, 2, -8)$, a stopa učenja je 0.1. Provedite učenje perceptrona. **Koje su konačne vrijednosti težina te koliko je puta algoritam radio korekcije?**

A $(1.1, 2.0, -8.0)$, jednom
C $(1.0, 2.0, -10.0)$, dva puta
B $(0.4, 1.8, -7.0)$, tri puta
D $(0.6, 2.0, -8.0)$, dva puta

13 (T) McCulloch-Pittsov model umjetnog neurona inspiriran je anatomijom biološkog neurona. Može se povući korespondencija između nekih dijelova biološkog neurona i dijelova umjetnog neurona. **Kojem dijelu McCulloch-Pittsovog modela umjetnog neurona odgovara tijelo biološkog neurona (soma)?**

A Skalarnom produktu vektora ulaza neurona i vektora izlaza neurona

B Aktivacijskoj funkciji primijenjenoj na skalarni produkt vektora ulaza i vektora težina

C Zbrajanju umnožaka svih ulaza neurona s njima odgovarajućim težinama

D Razlici očekivanog izlaza i izlaza neurona pomnoženoj s ulazom u neuron

4. Prirodom inspirirani optimizacijski algoritmi (4 pitanja)

14 (P) Populacija genetskog algoritma sastoji se od 5 jedinki čije su dobrote redom 10, 8, 4, 3, 1. Operator selekcije je 4-turnirska selekcija (podsjetnik: u turniru sudjeluju različite jedinke). Prvi roditelj bira se tim operatorom, dok se drugi bira slučajno iz cijele populacije s uniformnom distribucijom. Kao operator križanja koristi se uniformno križanje, a za reprezentaciju kromosoma koristi se 1000-bitovni vektor. Neka je p procjena vjerojatnosti da će novostvoreno dijete biti mutacija kromosoma identičnog najboljoj jedinci u populaciji. **Koliko iznosi p?**

A 0.80 B 0.09 C 0.25 D 0.16

15 (T) Heuristički optimizacijski algoritmi kombiniraju mehanizme iskorištavanja (eksploatacije) rješenja i mehanizme istraživanja (eksploracije) rješenja. To vrijedi i za mravlji algoritam. **Na koji je način kod mravljeg algoritma ostvaren mehanizam istraživanja rješenja?**

A Putevi koji vode do rješenja u manjem broju koraka imat će više deponiranoga feromonskog traga

B Vjerojatnost odabira brida proporcionalna je jačini feromonskog traga, koji blijedi ako nema novih depozita

C Mravi u bilo kojoj iteraciji mogu istražiti neotkriven put odabirom brida kojim još nije prošao niti jedan mrav

D Vjerojatnost odabira brida proporcionalna je jačini feromonskog traga, koji početno postoji na svim bridovima

16 (R) Genetskim algoritmom traži se maksimum funkcije $f(x, y) = 3x^2 + 5y^2$. Svaka varijabla kodira se s 4 bita, pri čemu se x pretražuje iz intervala $[-4, 11]$, a y iz intervala $[-6, 9]$. U kromosomu najprije dolaze bitovi koji kodiraju x pa potom bitovi koji kodiraju y. Za odabir roditelja koristi se selekcija proporcionalna dobroti (engl. *roulette wheel selection*). Populacija se sastoji od sljedeće četiri jedinke:

$$K_1 = \texttt{00110011}, \quad K_2 = \texttt{01010101}, \quad K_3 = \texttt{10101010}, \quad K_4 = \texttt{00010001}$$

Koristi se križanje s jednom točkom prijeloma (točno na polovici kromosoma). Pretpostavite da se u trenutačnoj iteraciji algoritma slučajno odaberu baš dvije najmanje vjerojatne jedinke te da pri izgradnji djece mutacija igrom slučaja ne promijeni niti jedan bit. Označimo s F zbroj vjerojatnosti odabira odabranih jedniki, a s G dobrotu djeteta koje će biti umetnuto u novu populaciju (ako križanjem/mutacijom nastaje više djece, samo najbolje djete ide dalje). **Što od sljedećega vrijedi za F i G?**

A $F < 0.2$, $G < 30$ B $F > 0.1$, $G > 60$ C $F < 0.2$, $20 < G < 60$ D $F > 0.3$, $5 < G < 50$

17 (R) Mravljim algoritmom uz parametre $\alpha = \beta = 1$ traži se put (hamiltonov ciklus) kroz graf koji se sastoji od 5 čvorova: A do E. Za bridove su poznate vrijednosti heurističkih informacija: $\eta_{AB} = 7$, $\eta_{AC} = 1$, $\eta_{BC} = 2$, $\eta_{BD} = 3$, $\eta_{CD} = 2$, $\eta_{DE} = 4$ i $\eta_{CE} = 3$. U nekoj iteraciji algoritma vrijednosti feromonskih tragova su: $\tau_{AB} = 1$, $\tau_{AC} = 3$, $\tau_{BC} = 2$, $\tau_{BD} = 2$, $\tau_{CD} = 1$, $\tau_{DE} = 2$ i $\tau_{CE} = 3$. Sve vrijednosti η i τ su ujedno i simetrične. Mrav konstrukciju puta započinje iz čvora A. Pretpostavite da će prilikom slučajnog odabira sljedećeg čvora mrav svaki puta odabrati onaj koji je najvjerojatniji (i u koji je dozvoljeno odnosno moguće prijeći). Odredite put koji će mrav konstruirati. **Koji je od sljedećih sljedova dio tog puta?**

A $B \to D \to C$ B $E \to C \to A$ C $D \to C \to E$ D $B \to C \to E$

5. Podržano učenje (3 pitanja)

18 (P) Rešetkasti svijet sastoji se od pet ćelija (numerirane 1 do 5) koje su smještene slijeva udesno (ćelija 1 je prva, ćelija 5 je posljednja). Ćelija 5 je završna. Na ćelijama 1 do 4 robot može poduzeti jednu od tri akcije: $a_1 =$ *lijevo*, $a_2 =$ *desno*, $a_3 =$ *sagni-se-i-pokupi-bocu*. Boce se nalaze na ćelijama 2 i 4. Okolina robotu dodjeljuje nagrade kako slijedi. Za prelazak na ćeliju 5 robot dobiva 10 bodova. Za saginjanje i skupljanje boce robot dobiva 5 bodova, no ako se sagne i pokuša pokupiti bocu na ćeliji koja nema bocu, robot dobiva -5 bodova. Za sve ostale akcije isporučuje se nagrada življenja od -1 bod. U ovom svijetu robot uči optimalnu politiku algoritmom q-učenja. Neka su $\gamma = 1$ i $\alpha = 0.25$. U nekom trenutku naučene q-vrijednosti su sljedeće: $q(1, a_1) = 0$, $q(2, a_1) = 1$, $q(3, a_1) = 0$, $q(4, a_1) = 1$, $q(1, a_2) = 1$, $q(2, a_2) = 1$, $q(3, a_2) = 1$, $q(4, a_2) = 2$, $q(1, a_3) = 2$, $q(2, a_3) = -1$, $q(3, a_3) = -2$, $q(4, a_3) = 3$. Robot se nalazi na ćeliji 3 i poduzima akciju a_2. **Koja će biti nova vrijednost za** $q(3, a_2)$?

A 1.25 B 3 C 2.75 D 1.5

19 (T) Razmatramo primjenu podržanog učenja na odabrani problem. **Što je od navedenog točno?**

A Bellmanovim izrazima možemo odrediti optimalne vrijednosti stanja samo ako je okolina nedeterministička

B Okolina ne smije imati svojstvo Markovljevog procesa odlučivanja jer inače algoritmi ne bi konvergirali

C Q-učenjem možemo za zadanu fiksnu politiku agenta odrediti koje su očekivane vrijednosti svakog stanja

D Da bismo proveli vrednovanje politike moramo imati na raspolaganju i model okoline i model politike

20 (R) Rešetkasti svijet sastoji se od pet ćelija. Ćelije 1 do 4 poredane su jedna do druge slijeva nadesno. Ćelija 5 nalazi se ispod ćelije 3. Ćelija 4 je izlaz i agentu donosi nagradu +1. Ćelija 5 je oganj koji uništava agenta i donosi mu nagradu od -1. Svi ostali potezi agentu donose nagradu življenja od -0.1. Pretpostavite da agent u ćelijama 1 i 2 koristi politiku odabira smjera koja uniformno odabire jedan od četiri poteza: *gore*, *dolje*, *lijevo* ili *desno*. U ćeliji 3 agent u 70% slučajeva bira akciju *desno*, a u preostalih 30% slučajeva uniformno bira jednu od akcija *gore*, *dolje* ili *lijevo*. Okolina je deterministička. Ako okolina ne može provesti potez – primjerice, akciju *lijevo* u ćeliji 1 – onda okolina ne mijenja položaj agenta, ali svejedno agentu dodjeljuje nagradu življenja. Algoritmom vrednovanja politike želimo odrediti vrijednosti stanja za sve ćelije. Pretpostavite da su inicijalne procjene vrijednosti stanja za sve ćelije jednake 0. Provedite dvije iteracije algoritma. Faktor γ je 1. **Koliko iznosi zbroj vrijednosti stanja ćelija 1, 2 i 3 nakon provedene dvije iteracije algoritma?**

A 0.380 B 0.398 C 0.527 D 0.551

Grupa	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	C	B	B	B	C	D	C	A	D	B	D	B	A	C	D	D	A	B	D	A
B	C	B	A	D	B	C	C	D	D	B	C	B	A	C	D	B	A	C	B	A
C	C	B	B	A	B	C	C	A	C	A	B	C	C	C	B	B	B	C	B	A
D	A	B	A	D	A	D	A	B	A	A	B	D	A	B	A	A	D	B	C	A
E	B	B	C	C	D	B	B	C	D	D	C	C	C	B	A	D	B	C	B	C
F	B	C	C	A	A	C	A	B	A	C	C	D	B	A	B	C	A	B	D	A
G	B	D	A	D	B	C	A	B	D	B	A	C	C	A	A	B	C	A	A	C
H	A	B	C	A	A	C	B	C	D	D	C	D	C	D	D	C	B	A	D	B