

Zadatak br. 12

- Konstruirati gramatiku nad abecedom $\{0,1,2\}$ koja generira nizove u kojima nema uzastopnog ponavljanja podniza 01.
- Simuliramo rad automata koji prihvaca nizove u kojima nema uzastopnog ponavljanja podniza "01".

$$G = (V, T, P, S)$$

$$V = \{S, A, B, C\}, T = \{0, 1, 2\}$$

$$S \rightarrow 0A \mid 1S \mid 2S \mid \epsilon$$

$$A \rightarrow 0A \mid 1B \mid 2S \mid \epsilon$$

$$B \rightarrow 0C \mid 1S \mid 2S \mid \epsilon$$

$$C \rightarrow 0A \mid 2S \mid \epsilon$$

- A označava da smo generirali "0"
- B označava da smo generirali "01"
- C označava da smo generirali "010"

Zadatak br. 13

- Na osnovu zadanog DKA konstruirati konteksno neovisnu gramatiku.

	a	b	c	
q_0	q_0	q_1	q_2	1
q_1	q_2	q_0	q_1	0
q_2	q_1	q_2	q_0	0

$$\text{DKA } M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$$

$$G = (V, T, P, S)$$

- $V = Q, V \Rightarrow q_0 \rightarrow S, q_1 \rightarrow A, q_2 \rightarrow B$ $S \rightarrow aS | bA | cB | \epsilon$
- $T = \Sigma, S = q_0$ $A \rightarrow aB | bS | cA$
- $\delta(A, x) = B \Rightarrow A \rightarrow xB$ $B \rightarrow aA | bB | cS$
- $A \in F \Rightarrow A \rightarrow \epsilon$

Zadatak br. 14

- Iz zadane lijevo-linearne gramatike konstruirati NKA.

$$\begin{array}{lll} S \rightarrow Ac & A \rightarrow Bb & B \rightarrow A \\ S \rightarrow Aab & A \rightarrow cab & B \rightarrow ca \\ S \rightarrow Ba & A \rightarrow Sb & B \rightarrow Aaba \end{array}$$

Algoritam:

- Konstruirati gramatiku G_2 u kojoj su desne strane produkcija napisane obrnuto od produkcija u gramatici G_1
- Iz gramatike G_2 konstruirati gramatiku G_3 u kojoj su sve produkcije oblika $A \rightarrow bC$ ili $A \rightarrow \epsilon$
- Konstruirati NKA M_1 koji prihvaca nizove koje generira gramatika G_3
- Konstruirati NKA M_2 koji prihvaca nizove koji su obrnuto napisani od onih koje prihvaca NKA M_1



Zadatak br. 14

1. Konstruirati gramatiku **G2** u kojoj su desne strane produkcijske napisane obrnuto od produkcijskih pravila gramatike **G1**

$$G_1 = (V, T, P_1, S)$$

$S \rightarrow Ac$	$A \rightarrow Bb$	$B \rightarrow A$
$S \rightarrow Aab$	$A \rightarrow cab$	$B \rightarrow ca$
$S \rightarrow Ba$	$A \rightarrow Sb$	$B \rightarrow Aaba$

$$G_2 = (V, T, P_2, S)$$

$S \rightarrow cA$	$A \rightarrow bB$	$B \rightarrow A$
$S \rightarrow baA$	$A \rightarrow bac$	$B \rightarrow ac$
$S \rightarrow aB$	$A \rightarrow bS$	$B \rightarrow abaA$

Zadatak br. 14

2. Iz gramatike **G2** konstruirati gramatiku **G3** u kojoj su sve produkcije oblika $A \rightarrow bC$ ili $A \rightarrow \epsilon$

$$G_2 = (V_2, T, P_2, S)$$

$S \rightarrow cA$	$A \rightarrow bB$	$B \rightarrow A$
$S \rightarrow baA$	$A \rightarrow bac$	$B \rightarrow ac$
$S \rightarrow aB$	$A \rightarrow bS$	$B \rightarrow abaA$

- Riješće se desne strane produkcija koje ne završavaju nezavršnim znakom
 - Dodajemo ϵ na kraj desnih strana, te produkciju $\epsilon \rightarrow \epsilon$
- Riješće se jedinične produkcije
- Riješće se desne strane produkcija s više od dva znaka

$$G_3 = (V_3, T, P_3, S)$$

$S \rightarrow cA$	$A \rightarrow bB$	$B \rightarrow bB$	$\epsilon \rightarrow \epsilon$
$S \rightarrow b[aA]$	$A \rightarrow b[ac\epsilon]$	$B \rightarrow b[ac\epsilon]$	
$[aA] \rightarrow aA$	$[ac\epsilon] \rightarrow a[c\epsilon]$	$B \rightarrow bS$	
$S \rightarrow aB$	$[c\epsilon] \rightarrow c[\epsilon]$	$B \rightarrow a[c\epsilon]$	
	$A \rightarrow bS$	$B \rightarrow a[baA]$	
		$[baA] \rightarrow b[aA]$	

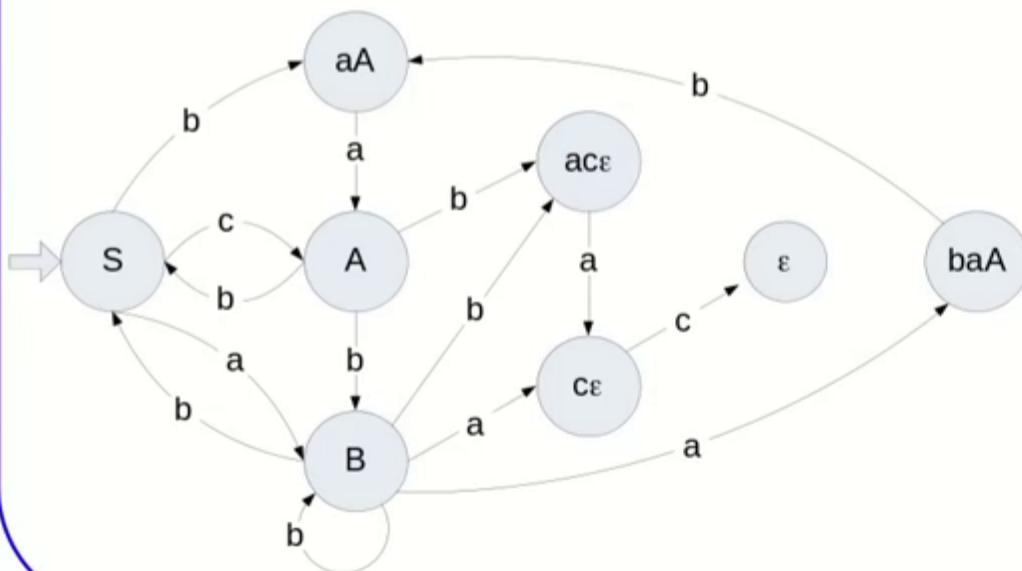


Zadatak br. 14

3. Konstruirati NKA M_1 koji prihvaca nizove koje generira gramatika G_3

$$G_3 = (V_3, T, P_3, S)$$

$S \rightarrow cA$	$A \rightarrow bB$	$B \rightarrow bB$	$[\varepsilon] \rightarrow \varepsilon$
$S \rightarrow b[aA]$	$A \rightarrow b[ac\varepsilon]$	$B \rightarrow b[ac\varepsilon]$	
$[aA] \rightarrow aA$	$[ac\varepsilon] \rightarrow a[c\varepsilon]$	$B \rightarrow bS$	
$S \rightarrow aB$	$[c\varepsilon] \rightarrow c[\varepsilon]$	$B \rightarrow a[c\varepsilon]$	
	$A \rightarrow bS$	$B \rightarrow a[baA]$	
		$[baA] \rightarrow b[aA]$	



$$\text{NKA } M_1 = (Q, \Sigma, \delta_1, q_{01}, F_1)$$

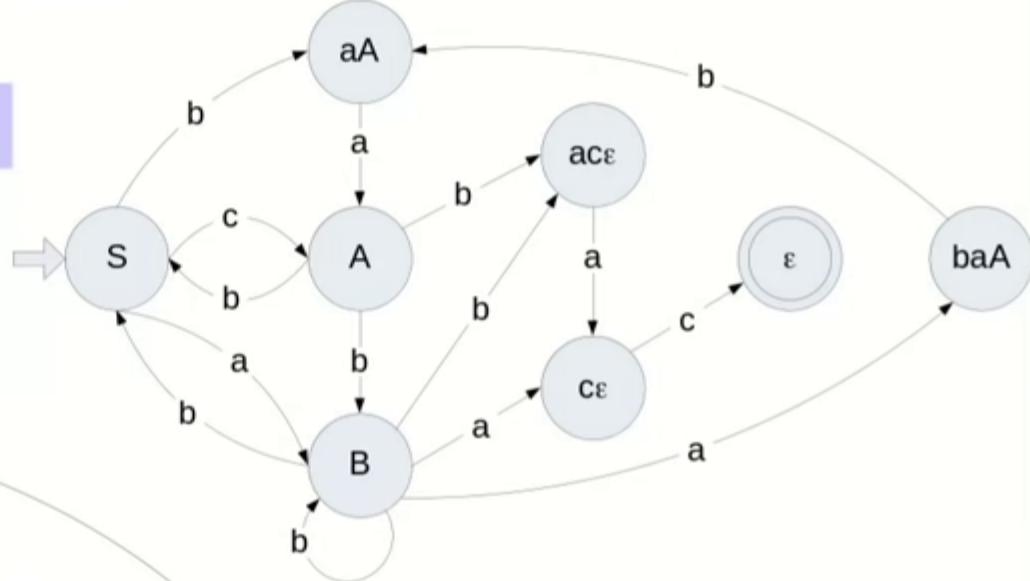
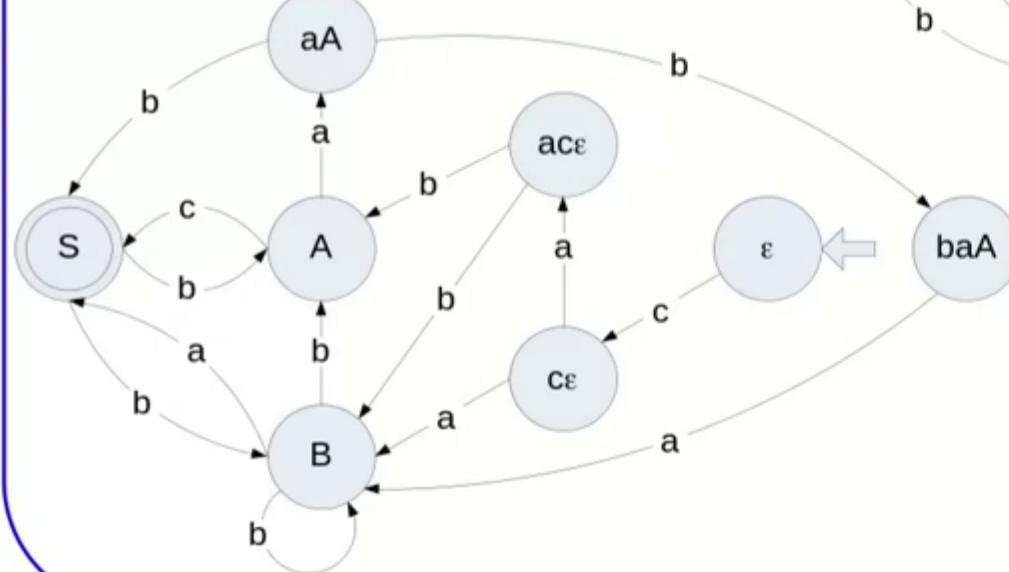
- $Q=V, \Sigma=T, q_0=S$
- $A \rightarrow bC \Rightarrow \delta(A,b)=C$
- $A \rightarrow \varepsilon \Rightarrow A \in F$



Zadatak br. 14

4. Konstruirati NKA M_2 koji prihvaca nizove koji su obrnuto napisani od onih koje prihvaca NKA M_1

$$\text{NKA } M_1 = (Q, \Sigma, \delta_1, q_{01}, F_1)$$



$$\text{NKA } M_2 = (Q, \Sigma, \delta_2, q_{02}, F_2)$$

- $\delta(A, b) = C \Rightarrow \delta(C, b) = A$
- $q_{02} = F_1$
- $F_2 = q_{01}$

Zadatak br. 15

- Zadanu gramatiku G pretvoriti u lijevo-linearnu gramatiku.

$$S \rightarrow xyA \quad A \rightarrow S \quad B \rightarrow xS$$

$$S \rightarrow yxB \quad A \rightarrow y \quad B \rightarrow x$$

$$S \rightarrow B$$

$$S \rightarrow \varepsilon$$

Desno-linearna gramatika (DLG) \Rightarrow generira niz slijeva na desno,
odnosno od početka prema kraju

$$S \Rightarrow u_1 A_1 \Rightarrow u_1 u_2 A_2 \Rightarrow \dots \Rightarrow u_1 u_2 \dots u_n A_n \Rightarrow u_1 u_2 \dots u_n u_{n+1}$$

Lijevo-linearna gramatika (LLG) \Rightarrow generira niz zdesna na lijevo,
odnosno od kraja prema početku

$$S \Rightarrow B_1 v_1 \Rightarrow B_2 v_2 v_1 \Rightarrow \dots \Rightarrow B_n v_n \dots v_2 v_1 \Rightarrow v_{n+1} v_n \dots v_2 v_1$$



Zadatak br. 15

- Zadanu gramatiku G pretvoriti u lijevo-linearnu gramatiku.

$$\begin{array}{lll} S \rightarrow xyA & A \rightarrow S & B \rightarrow xS \\ S \rightarrow yxB & A \rightarrow y & B \rightarrow x \\ S \rightarrow B \\ S \rightarrow \varepsilon \end{array}$$

Gramatika G \Rightarrow desno-linearna gramatika

Zadatak \Rightarrow konstruirati gramatiku koja generira nizove obrnutim smjerom

1. korak:

U skup nezavršnih znakova LLG dodaje se novi nezavršni znak F koji započinje generiranje niza od kraja prema početku.

$$LLG = (V_{LLG}, T_{LLG}, P_{LLG}, F)$$

$$V_{LLG} = V_{DLG} \cup \{F\} = \{S, A, B, F\}$$

$$T_{LLG} = T_{DLG}$$

F je početni nezavršni znak u LLG



Zadatak br. 15

- Zadanu gramatiku G pretvoriti u lijevo-linearnu gramatiku.

$$S \rightarrow xyA \quad A \rightarrow S \quad B \rightarrow xS$$

$$S \rightarrow yxB \quad A \rightarrow y \quad B \rightarrow x$$

$$S \rightarrow B$$

$$S \rightarrow \varepsilon$$

2. korak:

Dodaju se prijelazi iz znaka F u sve nezavršne znakove koji na desnoj strani imaju isključivo završne znakove ili ε -produkcijske:

$$\text{za } A \rightarrow \varepsilon \Rightarrow F \rightarrow A \quad A \in V$$

$$\text{za } A \rightarrow a_1 a_2 \dots a_n \Rightarrow F \rightarrow A a_1 a_2 \dots a_n \quad A \in V, a_i \in T$$

Zadatak br. 15

- Zadanu gramatiku G pretvoriti u lijevo-linearnu gramatiku.

$$S \rightarrow xyA$$

$$S \rightarrow yxB$$

$$S \rightarrow B$$

$$S \rightarrow \varepsilon$$

$$A \rightarrow S$$

$$A \rightarrow y$$

$$B \rightarrow xS$$

$$B \rightarrow x$$

3. korak:

U svim ostalim produkcijama okrene se redoslijed generiranja međunizova tako da produkcije generiraju nizove od kraja prema početku:

$$\text{za } A \rightarrow B \Rightarrow B \rightarrow A \quad A, B \in V$$

$$\text{za } A \rightarrow a_1 a_2 \dots a_n B \Rightarrow B \rightarrow A a_1 a_2 \dots a_n \quad A, B \in V, a_i \in T$$

$$F \rightarrow S$$

$$F \rightarrow Ay$$

$$F \rightarrow Bx$$



Zadatak br. 15

- Zadanu gramatiku G pretvoriti u lijevo-linearnu gramatiku.

$$S \rightarrow xyA \quad A \rightarrow S \quad B \rightarrow xS$$

$$S \rightarrow yxB \quad A \rightarrow y \quad B \rightarrow x$$

$$S \rightarrow B$$

$$S \rightarrow \varepsilon$$

4. korak:

U skup produkcija LLG dodaje se produkcija $S \rightarrow \varepsilon$ koja u LLG jedina završava generiranje niza.

$$F \rightarrow S$$

$$S \rightarrow Bx$$

$$A \rightarrow Sxy$$

$$B \rightarrow S$$

$$F \rightarrow Ay$$

$$S \rightarrow A$$

$$B \rightarrow Syx$$

$$F \rightarrow Bx$$

$$\textcolor{red}{S \rightarrow \varepsilon}$$



Zadatak br. 15

- Zadanu gramatiku G pretvoriti u lijevo-linearnu gramatiku.

$$S \rightarrow xyA \quad A \rightarrow S \quad B \rightarrow xS$$

$$S \rightarrow yxB \quad A \rightarrow y \quad B \rightarrow x$$

$$S \rightarrow B$$

$$S \rightarrow \varepsilon$$

Dodatni (neobvezni) korak:

Zamjenom $F \Rightarrow S'$ i $S \Rightarrow F'$ dobiva se LLG u kojoj je S' početni nezavršni znak.

$$F \rightarrow S \quad S \rightarrow Bx \quad A \rightarrow Sxy \quad B \rightarrow S$$

$$F \rightarrow Ay \quad S \rightarrow A \quad B \rightarrow Syx$$

$$F \rightarrow Bx \quad S \rightarrow \varepsilon$$

$$S' \rightarrow F' \quad F' \rightarrow Bx \quad A \rightarrow F'xy \quad B \rightarrow F'$$

$$S' \rightarrow Ay \quad F' \rightarrow A \quad B \rightarrow F'yx$$

$$S' \rightarrow Bx \quad F' \rightarrow \varepsilon$$



Zadatak br. 16

- Izbaciti sve beskorisne znakove iz zadane gramatike.

$$S \rightarrow bAbE$$

$$B \rightarrow DC$$

$$D \rightarrow cDAaB$$

$$S \rightarrow aABC$$

$$B \rightarrow ad$$

$$D \rightarrow bDaE$$

$$A \rightarrow beA$$

$$C \rightarrow eA$$

$$E \rightarrow ed$$

$$A \rightarrow \epsilon$$

$$C \rightarrow \epsilon$$

$$E \rightarrow ac$$

Postupak izbacivanja beskorisnih znakova:

- Izbacivanje mrtvih znakova
- Izbacivanje nedohvatljivih znakova

Zadatak br. 16

a) Izbacivanje mrtvih znakova

$$S \rightarrow bAbE$$

$$S \rightarrow aABC \quad B \rightarrow ad$$

$$A \rightarrow beA \quad C \rightarrow eA \quad E \rightarrow ed$$

$$A \rightarrow \epsilon \quad C \rightarrow \epsilon \quad E \rightarrow ac$$

Lista živih znakova: { a, b, c, d, e, E, C, B, A, S }

- a) U listu živih znakova stavljamo završne znakove
- b) Ako su s desne strane neke produkcije isključivo živi znakovi, u listu živih znakova stavljamo nezavršni znak s lijeve strane produkcije
- c) Ponavljamo korak b) dok se lista živih znakova mijenja

Lista mrtvih znakova: { D }

Izbacujemo produkcije koje sadrže mrtve znakove.



Zadatak br. 16

b) Izbacivanje nedohvatljivih znakova

$$S \rightarrow bAbE \quad A \rightarrow \epsilon$$

$$S \rightarrow aABC \quad B \rightarrow ad \quad E \rightarrow ed$$

$$A \rightarrow beA \quad E \rightarrow ac$$

Lista dohvativljivih znakova: { S, a, b, c, A, B, E, d, e }

- a) U listu dohvativljivih znakova stavljamo početni nezavršni znak
- b) Ako je s lijeve strane produkcije dohvativivi znak, u listu dohvativljivih znakova stavljamo znakove s desne strane produkcije
- c) Ponavljamo korak b) dok se lista dohvativljivih znakova mijenja

Lista nedohvatljivih znakova: { C }

Izbacujemo produkcije koje sadrže nedohvatljive znakove.



Zadatak br. 16

- Da su se prvo tražili dohvatičivi znakovi onda bi bilo:

$$S \rightarrow bAbE$$

$$B \rightarrow DC$$

$$D \rightarrow cDAaB$$

$$S \rightarrow aABC$$

$$B \rightarrow ad$$

$$D \rightarrow bDaE$$

$$A \rightarrow beA$$

$$C \rightarrow eA$$

$$E \rightarrow ed$$

$$A \rightarrow \epsilon$$

$$C \rightarrow \epsilon$$

$$E \rightarrow ac$$

Lista dohvatičivih znakova: { S, b, A, E, a, B, c, e, D, C, d }

Nema nedohvatljivih znakova

Lista živih znakova: { E, C, B, A, S }

D je mrtav znak

Nije točno jer u gramatici ostaje znak C koji je nedohvatljiv!



Zadatak br. 17

- Iz zadane gramatike izbaciti jedinične i ϵ produkcije.

$$\begin{array}{lllll} S \rightarrow xABz & A \rightarrow zyA & B \rightarrow wC & C \rightarrow zx\bar{C} & D \rightarrow yB \\ & A \rightarrow BC & B \rightarrow \epsilon & C \rightarrow D & D \rightarrow \epsilon \end{array}$$

Iterativno izbacujemo jedinične pa ϵ produkcije, budući da se izbacivanjem ϵ produkcija mogu pojaviti nove jedinične produkcije.

Zadatak br. 17

a) Izbacivanje jediničnih produkcija.

$$\begin{array}{lllll} S \rightarrow xABz & A \rightarrow zyA & B \rightarrow wC & C \rightarrow zxC & C \rightarrow yB \\ & A \rightarrow BC & B \rightarrow \varepsilon & & C \rightarrow \varepsilon \end{array}$$

Izbacujemo produkciju: $C \rightarrow D$

Supstitucija nezavršnog znaka D desnim stranama svih produkacija u kojima je s lijeve strane nezavršni znak D

Nezavršni znak D je postao nedohvatljiv pa ga je moguće izbaciti iz gramatike radi jednostavnosti



Zadatak br. 17

b) Izbacivanje ϵ produkcija.

$$S \rightarrow xABz \quad A \rightarrow zyA \quad B \rightarrow wC \quad C \rightarrow zxC \quad C \rightarrow yB$$

$$S \rightarrow xAz \quad A \rightarrow zy \quad B \rightarrow w \quad C \rightarrow ZX \quad C \rightarrow y$$

$$S \rightarrow xBz \quad A \rightarrow BC$$

$$S \rightarrow xZ \quad A \rightarrow B$$

$$A \rightarrow C$$

Izbacujemo produkcije: $B \rightarrow \epsilon$, $C \rightarrow \epsilon$, $A \rightarrow BC$

Prazni znakovi: { B, C, A }

Svaku produkciju koja sadrži n praznih znakova zamjenjujemo sa 2^n novih produkcija.



Zadatak br. 17

- Izbacivanje jediničnih produkcija.

$$S \rightarrow xABz$$

$$A \rightarrow zyA$$

$$B \rightarrow wC$$

$$C \rightarrow zx C$$

$$A \rightarrow wC$$

$$S \rightarrow xAz$$

$$A \rightarrow zy$$

$$B \rightarrow w$$

$$C \rightarrow zx$$

$$A \rightarrow w$$

$$S \rightarrow xBz$$

$$A \rightarrow BC$$

$$C \rightarrow yB$$

$$A \rightarrow zx C$$

$$S \rightarrow xz$$

$$C \rightarrow y$$

$$A \rightarrow zx$$

$$A \rightarrow yB$$

$$A \rightarrow y$$

Izbacujemo produkcijske pravile: $A \rightarrow B$, $A \rightarrow C$

Supstitucija nezavršnog znaka B desnim stranama svih produkcijskih pravila u kojima je s lijeve strane nezavršni znak B

Supstitucija nezavršnog znaka C desnim stranama svih produkcijskih pravila u kojima je s lijeve strane nezavršni znak C



Zadatak br. 18

- Zadanu gramatiku pretvoriti u Chomskyev oblik.

$$S \rightarrow 0S1 \quad A \rightarrow 1B0 \quad B \rightarrow 1BA \quad C \rightarrow B0$$

$$S \rightarrow 0SBS \quad A \rightarrow SB \quad B \rightarrow SA \quad C \rightarrow A$$

$$S \rightarrow 1C0 \quad A \rightarrow 0 \quad B \rightarrow 1 \quad C \rightarrow \varepsilon$$

Chomskyev oblik produkcija: $A \rightarrow BC$ i $A \rightarrow d$

Postupak pretvorbe u Chomskyev oblik:

- Izbacivanje jediničnih i ε produkcija
- Završni znakovi koji se nalaze u produkcijama koje imaju više od jednog znaka na desnoj strani zamijene se nezavršnim znakovima koji su zamjene za te završne znakove
- Produkcije koje s desne strane imaju više od dva znaka razbijaju se u podprodukcije



Zadatak br. 18

a) Izbacivanje jediničnih i ϵ produkacija.

$$S \rightarrow 0S1 \quad A \rightarrow 1B0 \quad B \rightarrow 1BA \quad C \rightarrow B0$$

$$S \rightarrow 0SBS \quad A \rightarrow SB \quad B \rightarrow SA \quad C \rightarrow A$$

$$S \rightarrow 1C0 \quad A \rightarrow 0 \quad B \rightarrow 1 \quad C \rightarrow \epsilon$$

Izbacuju se produkcije: $C \rightarrow A$ i $C \rightarrow \epsilon$

$$S \rightarrow 0S1 \quad A \rightarrow 1B0 \quad B \rightarrow 1BA \quad C \rightarrow B0$$

$$S \rightarrow 0SBS \quad A \rightarrow SB \quad B \rightarrow SA \quad C \rightarrow 1B0$$

$$S \rightarrow 1C0 \quad A \rightarrow 0 \quad B \rightarrow 1 \quad C \rightarrow SB$$

$$S \rightarrow 10 \quad C \rightarrow 0$$



Zadatak br. 18

- b) Završni znakovi koji se nalaze u produkcijama koje imaju više od jednog znaka na desnoj strani zamijene se nezavršnim znakovima koji su zamjene za te završne znakove

$S \rightarrow NSJ$	$A \rightarrow JBN$	$B \rightarrow JBA$	$C \rightarrow BN$	$N \rightarrow 0$
$S \rightarrow NSBS$	$A \rightarrow SB$	$B \rightarrow SA$	$C \rightarrow JBN$	$J \rightarrow 1$
$S \rightarrow JCN$	$A \rightarrow 0$	$B \rightarrow 1$	$C \rightarrow SB$	
$S \rightarrow JN$			$C \rightarrow 0$	

Završni znak "0" zamjenjuje se nezavršnim znakom **N**.

Završni znak "1" zamjenjuje se nezavršnim znakom **J**.

Zadatak br. 18

- c) Producije koje s desne strane imaju više od dva znaka
razbijaju se u podproducije

		C→BN	N→0
	A→SB	B→SA	J→1
	A→0	B→1	C→SB
S→JN			C→0
S→ND ₁	A→JD ₅	B→JD ₆	C→JD ₅
D ₁ →SJ	D ₅ →BN	D ₆ →BA	
S→ND ₂			
D ₂ →SD ₃			
D ₃ →BS			
S→JD ₄			
D ₄ →CN			

Zadatak br. 19

- Pokazati nejednoznačnost zadane gramatike.

- 1) $S \rightarrow aSbS$
- 2) $S \rightarrow bSaS$
- 3) $S \rightarrow \epsilon$

Nejednoznačnost se pokazuje generiranjem niza ***abab*** na dva ili više načina zamjenom krajne lijevog (desnog) nezavršnog znaka

Prvi način generiranja niza:

$$S \xrightarrow{1} a\underline{S}bS \xrightarrow{3} ab\underline{S} \xrightarrow{1} aba\underline{S}bS \xrightarrow{3} abab\underline{S} \xrightarrow{3} abab$$

Drugi način generiranja niza:

$$S \xrightarrow{1} a\underline{S}bS \xrightarrow{2} ab\underline{S}aSbS \xrightarrow{3} aba\underline{S}bS \xrightarrow{3} abab\underline{S} \xrightarrow{3} abab$$

