UTR – šalabahter

I. definicije

1) DKA

$dka = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$

Q – konačan skup stanja

Σ – konačan skup ulaznih znakova

δ – funkcija prijelaza : $Q \times \Sigma \rightarrow Q$

$q_0 \in Q$ – početno stanje

$F \subseteq Q$ – skup prihvatljivih stanja

$\hat{\delta} : Q \times \Sigma^* \rightarrow Q$

Σ^* – skup svih mogućih nizova ulaznih znakova + ε

- $\hat{\delta}(q, \varepsilon) = q$
- $\hat{\delta}(q, wa) = \delta(\hat{\delta}(q, w), a)$

$w \in \Sigma^*$ – niz ulaznih znakova

$a \in \Sigma$ – ulazni znak

2) NKA

$nka = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$

Q – konačan skup stanja

Σ – konačan skup ulaznih znakova

δ – funkcija prijelaza : $Q \times \Sigma \rightarrow 2^Q$

$q_0 \in Q$ – početno stanje

$F \subseteq Q$ – skup prihvatljivih stanja

$\hat{\delta} : Q \times \Sigma^* \rightarrow 2^Q$

$\hat{\delta}(q, \varepsilon) = \{q\}$

$\hat{\delta}(q, wa) = P = \{p \mid$ za neko stanje r iz $\hat{\delta}(q, w)$, p jest u $\delta(r, a)\}$

→ $w \in \Sigma^*$, $a \in \Sigma$ i $P \subseteq Q$

3) ε – NKA

ε – nka $= (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$

Q – konačan skup stanja

Σ – konačan skup ulaznih znakova

δ – funkcija prijelaza: $Q \times (\Sigma \cup \{\varepsilon\}) \to 2^Q$

$q_0 \in Q$ – početno stanje

$F \subseteq Q$ – skup prihvatljivih stanja

$\hat{\delta} : Q \times \Sigma^* \to 2^Q$

ε-okruženje $\{q\}$ – skup stanja u koje možemo doći iz q s n ε-prijelaza, $n \geq 0$

ε-okruženje $\{q_1, q_2\}$ = ε-okruženje $\{q_1\}$ $\cup$ ε-okruženje $\{q_2\}$

- $\hat{\delta}(q, \varepsilon) = \varepsilon$-okruženje $\{q\}$
- $\hat{\delta}(q, wa) = \varepsilon$-okruženje (P)

$P = \{p \mid$ za neko stanje r iz $\hat{\delta}(q, w)$, p jest u $\delta(r, a)\}$

$w \in \Sigma^*$, $a \in \Sigma$

R – skup stanja

- $\delta(R, a) = \bigcup_{q \in R} \delta(q, a)$, $R \subseteq Q$ i $a \in \Sigma$
- $\hat{\delta}(R, w) = \bigcup_{q \in R} \hat{\delta}(q, w)$, $R \subseteq Q$ i $w \in \Sigma^*$

4) MoDka

MoDka $= (Q, \Sigma, \Delta, \delta, \lambda, q_0)$

Q – konačan skup stanja

Σ – konačan skup ulaznih znakova

δ – funkcija prijelaza: $Q \times \Sigma \to Q$

$q_0 \in Q$ – početno stanje

λ – funkcija izlaza $Q \to \Delta$

Δ – konačan skup izlaznih znakova

$\to$ za prazan niz automat daje $\lambda(q_0)$

5) MeDka

$MeDka = (Q, \Sigma, \Delta, \delta, \lambda, q_0)$

Q – konačan skup stanja

Σ – konačan skup ulaznih znakova

δ – funkcija prijelaza : $Q \times \Sigma \rightarrow Q$

$q_0 \in Q$ – početno stanje

λ – funkcija izlaza : $Q \times \Sigma \rightarrow \Delta$

Δ – konačan skup izlaznih znakova

→ za prazan niz automat ne daje izlaz

6) Rekurzivna pravila za regularne izraze

1) ∅ jest regularni izraz i označava jezik $L(\varnothing)=\{\}$.

2) ε jest regularni izraz i označava jezik $L(\varepsilon)=\{\varepsilon\}$.

3) $\forall a \in \Sigma$, a jest regularni izraz i označava jezik $L(a)=\{a\}$. Treba biti pažljiv, jer je istom oznakom a označen znak abecede Σ, regularni izraz i niz jedinične duljine koji je element jezika $L(a)$.

4) Ako su r i s regularni izrazi koji označavaju jezike $L(r)$ i $L(s)$, onda:

   a) $(r)+(s)$ jest regularni izraz koji označava jezik $L((r)+(s))=L(r)\cup L(s)$. Jezik $L((r)+(s))$ nastaje unijom jezika $L(r)$ i $L(s)$. Često se koristi i oznaka $(r)|(s)$. Druga oznaka koristi se za definiranje aritmetičkih izraza kako bi se ta oznaka razlikovala od oznake aritmetičkog operatora zbrajanja +.

   b) $(r)(s)$ jest regularni izraz koji označava jezik $L((r)(s))=L(r)L(s)$. Jezik $L((r)(s))$ nastaje nadovezivanjem jezika $L(r)$ i $L(s)$.

   c) $(r)^*$ jest regularni izraz koji označava jezik $L((r)^*)=L(r)^*$. Jezik $L((r)^*)$ nastaje primjenom Kleeneovog operatora nad jezikom $L(r)$.

7) Kontekstno neovisna gramatika

$G = (V, T, P, S)$

V – konačan skup nezavršnih znakova

T – konačan skup završnih znakova, $P \cap T = \varnothing$

P – konačan skup produkcija oblika $A \rightarrow \alpha$; $A \in V$, α je niz znakova skupa $(V \cup T)^*$

S – početni nezavršni znak

8) Generativno stablo za gramatiku $G = (V, T, P, S)$

1) Čvorovi stabla označeni su znakovima iz $V \cup T \cup \{\varepsilon\}$.
2) Korijen stabla označen je početnim nezavršnim znakom S.
3) Unutrašnji čvorovi označeni su nezavršnim znakovima $A \in V$.
4) Neka su čvorovi $n_1, n_2, \ldots, n_k$ svi čvorovi djeca čvora n. Ako je čvor n označen znakom A i ako su čvorovi $n_1, n_2, \ldots, n_k$ označeni znakovima $X_1, X_2, \ldots, X_k$, onda je:

   $$A \rightarrow X_1 X_2 \ldots X_k$$

   produkcija iz skupa P.
5) Znakom ε moguće je označiti samo list stabla. List stabla označen znakom ε je jedino dijete svog roditelja, odnosno dijete jednog od unutarnjih čvorova.
6) Listovi stabla označeni su znakovima iz skupa $T \cup \{\varepsilon\}$ i čitani s lijeva na desno čine generirani niz jezika $L(G)$.

9) Desno / lijevo linearna gramatika

- desno linearna: $A \rightarrow wB$ ili $A \rightarrow w$
- lijevo linearna: $A \rightarrow Bw$ ili $A \rightarrow w$

w – niz završnih znakova

10) Chomskyev normalni oblik

$A \rightarrow BC$

$A \rightarrow a$

11) Greibachin normalni oblik

$A \rightarrow a\alpha$, $\alpha \in V^*$

12) Potisni automat

$PA = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F)$

Q – konačan skup stanja

Σ – konačan skup ulaznih znakova

Γ – konačan skup znakova stoga

δ – funkcija prijelaza: $Q \times (\Sigma \cup \{\varepsilon\}) \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma^*$

$q_0 \in Q$ – početno stanje

$Z_0 \in Z$ – početni znak stoga

$F \subseteq Q$ – skup prihvatljivih stanja

→ konfiguraciju PA čine trenutno stanje, nepročitani dio ulaznog niza i stog

Legenda 13) – 18):

:) → rezultat kontekstno neovisni jezik

:(→ rezultat nije kontekstno neovisni jezik

13) Unija dva kontekstno neovisna jezika :)

Gramatika $G_3=(V_3, T_3, P_3, S_3)$ koja generira jezik $L(G_1)\cup L(G_2)$ konstruira se na sljedeći način:

1) $V_3 = V_1\cup V_2\cup\{S_3\}$, gdje je $S_3\notin V_1$ i $S_3\notin V_2$, $V_1\cap V_2=\emptyset$.

2) $T_3 = T_1\cup T_2$.

3) U skup produkcija $P_3=P_1\cup P_2$ dodaju se produkcije:

$S_3 \to S_1 \mid S_2$.

14) Nadovezivanje dva kontekstno neovisna jezika :)

Neka gramatika $G_1=(V_1, T_1, P_1, S_1)$ generira jezik $L(G_1)$, a gramatika $G_2=(V_2, T_2, P_2, S_2)$ neka generira jezik $L(G_2)$. Gramatika $G_4=(V_4, T_4, P_4, S_4)$ koja generira jezik $L(G_4)=L(G_1)L(G_2)$ konstruira se na sljedeći način:

1) $V_4 = V_1\cup V_2\cup\{S_4\}$, gdje je $S_4\notin V_1$ i $S_4\notin V_2$, $V_1\cap V_2=\emptyset$.

2) $T_4 = T_1\cup T_2$.

3) U skup produkcija $P_4=P_1\cup P_2$ doda se produkcija:

$S_4 \to S_1\, S_2$.

15) Kleenov operator :)

Neka gramatika $G_1=(V_1, T_1, P_1, S_1)$ generira jezik $L(G_1)$. Gramatika $G_5=(V_5, T_5, P_5, S_5)$ koja generira jezik $L(G_5)=L(G_1)^*$ konstruira se na sljedeći način:

1) $V_5 = V_1\cup\{S_5\}$, gdje je $S_5\notin V_1$.

2) $T_5 = T_1$.

3) U skup produkcija $P_5=P_1$ dodaju se produkcije:

$S_5 \to S_1\, S_5 \mid \varepsilon$.

16) Supstitucija :)

Kontekstno neovisni jezici zatvoreni su s obzirom na supstituciju.

Pretpostavimo da gramatika $G=(V, T, P, S)$ generira kontekstno neovisni jezik $L(G)$. Neka se svi završni znakovi a_i jezika $L(G)$ zamijene nizovima kontekstno neovisnog jezika $L(G_i)$, gdje $1\le i\le k$. Broj k jest kardinalni broj skupa završnih znakova T. Neka gramatika $G_i=(V_i, T_i, P_i, S_i)$ generira jezik $L(G_i)$. Nastali jezik L' jest kontekstno neovisni jezik za koji je moguće konstruirati gramatiku $G'=(V', T', P', S')$ na sljedeći način:

1) U skup nezavršnih znakova V' stave se svi nezavršni znakovi gramatike G i nezavršni znakovi svih gramatika G_i:

$V' = V\cup V_1\cup V_2$ - - - V_k, $V\cap V_i=\emptyset$, $V_i\cap V_j=\emptyset$, za $1\le i\le k$, $1\le j\le k$, $i\ne j$

2) U skupu završnih znakova T' su samo završni znakovi gramatika G_i:

$T' = T_1\cup T_2$ - - - T_k.

3) Početni nezavršni znak S' jest početni nezavršni znak S gramatike G:

$S' = S$.

4) U skup produkcija $P'=P_1\cup P_2$ - - - P_k dodaju se produkcije gramatike G koje se prethodno preurede na sljedeći način:

U produkcijama gramatike G svaki završni znak a_i zamijeni se početnim nezavršnim znakom S_i gramatike G_i.

17) Presjek i komplement :(

18) Presjek kontekstno neovisnog i regularnog jezika :)

Presjek kontekstno neovisnog jezika i regularnog jezika jest kontekstno neovisni jezik.

Pretpostavimo da kontekstno neovisni jezik L_1 prihvaća PA $M_1=(Q_1, \Sigma, \Gamma, \delta_1, q_0, Z_1, F_1)$, a da regularni jezik L_2 prihvaća DKA $M_2=(Q_2, \Sigma, \delta_2, p_0, F_2)$. Moguće je izgraditi PA $M'=(Q', \Sigma, \Gamma, \delta', q'_0, Z_0, F')$ koji prihvaća jezik prihvatljivm stanjem $L=L_1 \cap L_2$:

1) $Q' = Q_2 \times Q_1$.

2) $q'_0=[p_0, q_0]$.

3) $F' = F_2 \times F_1$.

4) Skup:

   $\delta'([p, q], a, X)$ sadrži $([p', q'], \gamma)$

   ako i samo ako za funkciju prijelaza DKA M_2 vrijedi:

   $\delta_2(p, a)=p'$,

   a za funkciju prijelaza PA M_1 vrijedi:

   $(q', \gamma) \in \delta_1(q, a, X)$.

   Ako a jest ε, onda je $p' = p$.

II. primjeri zadataka

1) minimizacija DKA, algoritam 1.

1) miču se nedohvatljiva stanja

2) algoritam 1.:

→ za svaka dva stanja provjeravamo jesu li istovjetna na sljedeći način:

	c	d	
p_0	p_0	p_3	0
p_1	p_2	p_5	0
p_2	p_2	p_7	0
p_3	p_6	p_7	0
p_4	p_1	p_6	1
p_5	p_6	p_5	0
p_6	p_6	p_3	1
p_7	p_6	p_3	0

Slika 2.10: DKA s istovjetnim stanjima

	c	d	
1) (p_0, p_1)	p_0, p_2	p_3, p_5	$p_0, p_1 \notin F$
2) (p_0, p_2)	p_0, p_2	p_3, p_7	$p_0, p_2 \notin F$
2) (p_3, p_5)	p_6	p_5, p_7	$p_3, p_5 \notin F$
3) (p_3, p_7)	p_6	p_3, p_7	$p_3, p_7 \notin F$
3) (p_5, p_7)	p_6	p_3, p_5	$p_5, p_7 \notin F$

→ nema novih stanja → p_0 i p_1 su istovjetna stanja

2) minimizacija DKA, algoritam 2.

1) izbaci nedohvatljiva

2) algoritam 2 → stanja dijelimo u grupe i odvajamo ona koja za isti znak ne prelaze u istu grupu sve dok prođemo sva stanja bez promjene podjele u grupe

3) minimizacija DKA, algoritam 3.

1) izbaci nedohvatljiva

2) algoritam 3.:

	a	b	c	
q_0	q_4	q_1	q_5	0
q_1	q_2	q_3	q_4	0
q_2	q_1	q_3	q_2	1
q_3	q_4	q_1	q_4	0
q_4	q_3	q_1	q_2	1
q_5	q_2	q_4	q_1	1

	0	1	2	3	4
1	3				
2	1	1			
3	3		1		
4	1	1		1	
5	1	1	2	1	2

1) označi X kod onih koja nisu iste prihvatljivosti: 1

2) radimo liste za neoznačene parove (a,b):

→ ako par stanja (a,b) za neki ulazni znak prelazi u par stanja (c,d) ≠ (a,b) koji nije označen, onda u listu od (c,d) dodajemo (a,b)

↓

ako (a,b) ne dodamo ni u jednu listu, označimo (a,b): 2

(2,4) : (0,1), (1,3)

(1,3) : (0,1), (2,4)

(4,5) : (0,1), (0,3)

3) označili smo (a,b) za kojeg postoji lista pa označimo i sve iz liste od (a,b): 3

4) ponovimo 2) i 3) dok u 2 ne označimo ni jedno stanje

5) ne označeni parovi su istovjetni

4) NKA → DKA

NKA : $M(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$

DKA : $M'(Q', \Sigma', \delta', q_0', F')$

1. $Q' = 2^Q$, tj. skup svih podskupova skupa stanja NKA Q označenih kao $[p_0, p_1, \dots p_j] \in Q'$, a $p_k \in Q$
2. DKA F' je skup svih $[p_0, p_1, \dots, p_j] \in Q$ gdje je barem jedan $p_k \in F$
3. $q_0' = [q_0]$
4. $\delta'([p_0, p_1, \dots, p_j], a) = [r_0, r_1, \dots, r_j] \iff \delta(\{p_0, p_1, \dots, p_j\}, a) = \{r_0, r_1, \dots, r_j\}$

   $a \in \Sigma$

5) ε−NKA → NKA

ε−NKA: $M(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$

NKA: $M'(Q' \Sigma' \delta' q_0', F')$

1. $Q' = Q$
2. $q_0' = q_0$
3. $F' = F \cup q_0$ ako $\exists q \in \varepsilon$-okruženje $\{q_0\}$ t.d. $q \in F$
4. $\delta'(q,a) = \hat{\delta}(q,a) = \varepsilon(\delta(\varepsilon(q), a))$, $\forall a \in \Sigma$ i $\forall q \in Q$

6) regularni izrazi

$$x^+ + \varepsilon = x^* \qquad x x^* = x^+$$

$$x^* x^* = x^* \qquad (x^* + yy^*)^* = (x+y)^*$$

$$(x^*)^* = x^* \qquad y^*(x+y)^* = (x+y)^*$$

7) Mooreov automat koji ispisuje ostatak dijeljenja

$ostatak_{n+1} = (ostatak_n * baza + znamenka_{n+1}) \% djelitelj$

8) Moore → Mealy

1. $\lambda'(q,a) = \lambda(\delta(q,a))$

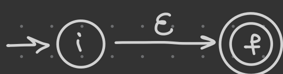
9) Mealy → Moore

1. $Q' = Q \times \Delta$, $[q,b] \in Q'$, $q \in Q$ i $b \in \Delta$
2. $q_0' = [q_0, b_0]$, b_0 proizvoljni element skupa Δ
3. $\delta'([q,b],a) = [\delta(q,a), \lambda(q,a)]$; $q \in Q, b \in \Delta, a \in \Sigma$
4. $\lambda'([q,b]) = b$; $q \in Q, b \in \Delta$

10) Konstrukcija ε-NKA na temelju reg. izraza

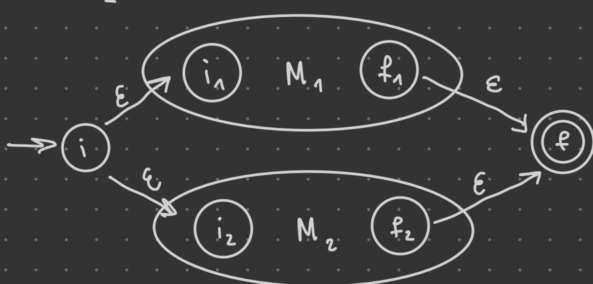
1) $\emptyset \rightarrow L(\emptyset) = \{\}$

2) $\varepsilon \rightarrow L(\varepsilon) = \{\varepsilon\}$

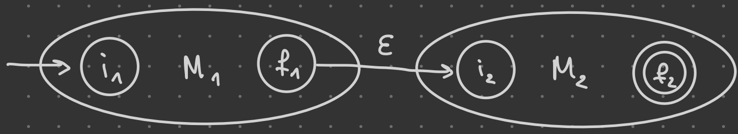


3) $a \rightarrow L(a) = \{a\}$

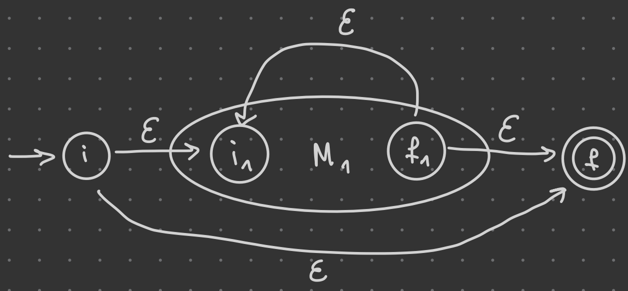
4) $r_1 + r_2 \rightarrow L(r_1 + r_2) = L(r_1) \cup L(r_2)$



5) $r_1 r_2 \rightarrow L(r_1 r_2) = L(r_1)L(r_2)$



6) $r_1^* \rightarrow L(r_1^*) = L(r_1)^*$



11) DKA → G

$DKA = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$

$G = (V, T, P, S)$

1. $T = \Sigma$
2. $V = Q$
3. $S = q_0$
4. $\delta(A, a) = B \Rightarrow A \rightarrow aB$
5. $A \in F \Rightarrow A \rightarrow \varepsilon$

12) jednostavna gramatika → NKA

$G = (V, T, P, S)$ $\qquad$ $P = \{$ oblika $A \rightarrow aB$ ili $A \rightarrow \varepsilon\}$

$NKA = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$

1. $\Sigma = T$
2. $Q = V$
3. $q_0 = S$
4. $A \rightarrow aB \Rightarrow \delta(A, a) = \delta(A, a) \cup \{B\}$
5. $A \rightarrow \varepsilon \Rightarrow A \in F$

13) desno - linearna → NKA

1. $A \to w \Rightarrow A \to w[\varepsilon] + [\varepsilon] \to \varepsilon$

2. $A \to a_1 \dots a_n B \quad n > 1$:

   npr. $A \to bbaB \Rightarrow A \to b[baB] + [baB] \to b[aB] + [aB] \to aB$

3. primjeni tranzitivnost:

   $A \to B + B \to B \Rightarrow A \to B$

   $A \to B + B \to y \Rightarrow A \to y$

14) lijevo - linearna → ε-NKA

1) obrni sve prijelaze $A \to \alpha \Rightarrow A \to \alpha^R$
2) izvedi postupak 13
3) zamijeni početno i prihvatljivo stanje i okreni grane

15) traženje živih znakova

→ idi u nazad od produkcija koje desno imaju samo završne znakove pa do onih koje imaju desno samo završne i/ili žive nezavršne

16) izbacivanje beskorisnih znakova

1) izbaci mrtve
2) izbaci nedohvatljive

17) desno - linearna → lijevo linearna

Dodaju se prijelazi iz znaka F u sve nezavršne znakove koji na desnoj strani imaju isključivo završne znakove ili ε-produkcije:

za $A \to \varepsilon$	$\Rightarrow$	$F \to A$	$A \in V$
za $A \to a_1 a_2 \dots a_n$	$\Rightarrow$	$F \to A\ a_1 a_2 \dots a_n$	$A \in V,\ a_i \in T$

U svim ostalim produkcijama okrene se redoslijed generiranja međunizova tako da produkcije generiraju nizove od kraja prema početku:

za $A \to B$	$\Rightarrow$	$B \to A$	$A, B \in V$
za $A \to a_1 a_2 \dots a_n B$	$\Rightarrow$	$B \to A\ a_1 a_2 \dots a_n$	$A, B \in V,\ a_i \in T$

U skup produkcija LLG dodaje se produkcija $S \to \varepsilon$ koja u LLG jedina završava generiranje niza.

$+ \; F \to S'$ i $S \to F$

18) pretvorba u Chomskya

1) sve završne znakove s desnih strana produkcija zamijeni nezavršnim i dodaj produkciju za taj nezavršni

npr. $S \to 1BC \Rightarrow S \to JBC + J \to 1$

2) sve nizove s >2 nezavršna znaka s desne strane zamijeni i grupiraj u produkcije po 2

npr. $S \to ABC \Rightarrow S \to D_1 C + D_1 \to AB$

19) pretvorba u Greibachin

npr. $S \to AB$ $\quad A \to BS$ $\quad B \to SA$

$A \to b$ $\quad B \to a$

1) $S \to D_1$, $A \to D_2$, $B \to D_3$

$D_1 \to D_2 D_3$ $\quad D_2 \to D_3 D_1$ $\quad D_3 \to D_1 D_2$

$D_2 \to b$ $\quad D_3 \to a$

2) za svaku $D_i \to D_j D_k$ mora biti $j > i$, ako nije radimo zamjene

$D_3 \to D_1 D_2$ $\quad 1 < 3!$ $\to$ uvrstimo $D_1 \to D_2 D_3$

- $D_3 \to D_2 D_3 D_2$ $\quad 2 < 3!$ $\to$ uvrstimo $D_2 \to D_3 D_1$ i $D_2 \to b$
- $D_3 \to D_3 D_1 D_3 D_2$ $\quad 3 = 3$ $\to$ lijeva rekurzija

$D_3 \to b D_3 D_2$

3) rješavamo lijevu rekurziju stvaranjem nove produkcije C_3

$D_3 \to D_3 \underline{D_1 D_3 D_2}$ $\to$ ovu produkciju izbacujemo

$C_3 \to D_1 D_3 D_2$

$C_3 \to D_1 D_3 D_2 C_3$

\+ za sve s D_3 na lijevoj strani dodamo kopiju s C_3 na kraju

$D_3 \to b D_3 D_2 D_3 C_3$

$D_3 \to a C_3$

4) D_3 je riješen:

$D_3 \to bD_3D_2D_3$ ✓ $\quad D_3 \to a$ ✓

$D_3 \to bD_3D_2D_3C_3$ ✓ $\quad D_3 \to aC_3$ ✓

5) rješavamo ostale D_i u nazad

- rješimo D_2 uvrštavanjem D_3

$D_2 \to \underline{D_3}D_1 \Rightarrow D_2 \to \underline{bD_3D_2D_3}D_1$ ✓ $\quad D_2 \to \underline{a}D_1$ ✓

$D_2 \to \underline{bD_3D_2D_3C_3}D_1$ ✓ $\quad D_2 \to \underline{aC_3}D_1$ ✓

$D_2 \to b$ ✓

- rješimo D_1 uvrštavanjem D_2 i/ili D_3

$D_1 \to \underline{D_2}D_3 \Rightarrow D_1 \to \underline{bD_3D_2D_3D_1}D_3$ ✓ $\quad D_1 \to \underline{aD_1}D_3$ ✓

$D_1 \to \underline{bD_3D_2D_3C_3D_1}D_3$ ✓ $\quad D_1 \to \underline{aC_3D_1}D_3$ ✓

$D_1 \to \underline{b}D_3$ ✓

6) rješimo produkcije dodane rješavanjem lijevih rekurzija

$C_3 \to \underline{D_1}D_3D_2 \Rightarrow C_3 \to \underline{bD_3D_2D_3D_1D_3}D_3D_2$ ✓ $\quad C_3 \to \underline{aD_1D_3}D_3D_2$ ✓

$C_3 \to \underline{bD_3D_2D_3C_3D_1D_3}D_3D_2$ ✓ $\quad C_3 \to \underline{aC_3D_1D_3}D_3D_2$ ✓

$C_3 \to \underline{bD_3}D_3D_2$ ✓

$C_3 \to \underline{D_1}D_3D_2C_3 \Rightarrow C_3 \to \underline{bD_3D_2D_3D_1D_3}D_3D_2C_3$ ✓ $\quad C_3 \to \underline{aD_1D_3}D_3D_2C_3$ ✓

$C_3 \to \underline{bD_3D_2D_3C_3D_1D_3}D_3D_2C_3$ ✓ $\quad C_3 \to \underline{aC_3D_1D_3}D_3D_2C_3$ ✓

$C_3 \to \underline{bD_3}D_3D_2C_3$ ✓

7) produkcije ✓ su u Greibachinom normalnom obliku

20) PA prihvatljivim stanjem → PA praznim stogom

1) dodajemo znak Z kojeg PA M_1 ne može skinuti sa stoga

$\downarrow$

početni znak PA M_2

dodajemo i stanje q_p koje omogućuje prelazak PA M_2 u početnu konfig. PA M_1

↘ početno stanje PA M_2

$\rightarrow \delta'(q_p, \varepsilon, Z) = (q_0, kZ)$

2) u skup $\delta'(q, a, Z)$ stavimo sve elemente skupa $\delta(q, a, Z)$

3) u skup $\delta'(q, \varepsilon, Z)$ dodajemo (q_e, ε) $\forall q \in F \; \forall Z \in \Gamma$

4) u skup $\delta'(q_e, \varepsilon, Z)$ dodajemo (q_e, ε) $\forall Z \in \Gamma$

21) PA praznim stogom → PA prihvatljivim stanjem

1) $\delta'(q_0', \varepsilon, X_0) = \{(q_0, Z_0 Z_0')\}$ → isto kao 1) ↑

2) u skup $\delta'(q, a, Z)$ stavimo sve elemente skupa $\delta(q, a, Z)$

3) u skup $\delta'(q, \varepsilon, Z_0')$ dodajemo (q_F, ε) $\forall q \in Q$

22) G → PA

1) pretvorimo G u Greibachin normalni oblik

2) za svaki prijelaz u obliku $A \rightarrow a\alpha$ dodajemo prijelaz

$\delta(q, a, A) \rightarrow (q, \alpha)$

3) za svaki prijelaz u obliku $A \rightarrow a$ dodajemo prijelaz

$\delta(q, a, A) \rightarrow (q, \varepsilon)$

23) PA → G

1) za početno stanje S definiramo prijelaze

$S \rightarrow [q_0 Z_0 q] \quad \forall q \in Q$

2) za svaki $\delta(q_j, a, X) = (q_k, ABC \ldots Z)$ dodajemo prijelaze

$[q_j X q_e] \rightarrow a [q_k A q_f][q_f B q_g] \ldots [q_j Z q_e]$

3) za svaki $\delta(q_j, a, X) = (q_k, \varepsilon)$ dodajemo prijelaz

$[q_j X q_k] \to a$

4) izbacimo mrtva i nedohvatljiva stanja

5) zamijenimo oznake stanja s $A, B, \dots, Z$