

VJEROJATNOST I STATISTIKA – završni ispit

27. 01. 2020.

Zadatak 1.(10) Vrijeme izrade T nekog proizvoda je normalna slučajna varijabla s očekivanjem 36 sati. U 20% slučajeva ta je duljina veća od 42 sata.

- (a) Odredite parametre razdiobe varijable T .
- (b) Odredite simetričan interval oko srednje vrijednosti unutar kojeg se s vjerojatnošću 87% realizira varijabla T .
- (c) Što pravilo 3σ govori u ovom slučaju?
- (d) Kad se završi izrada jednog proizvoda, započinje se s novim istih karakteristika. Kolika je vjerojatnost da će se dva proizvoda završiti u vremenu manjem od 70 sati?

Zadatak 2.(10) Dana je gustoća slučajnog vektora (X, Y) , $f(x, y) = Cy$, $(x, y) \in [0, 1] \times [0, 2]$.

- (a) Odredite konstantu C .
- (b) Izračunajte marginalne gustoće slučajnih varijabli X i Y .
- (c) Jesu li komponente X i Y nezavisne? Obrazložite.
- (d) Izračunajte $P(X < Y)$.
- (e) Izračunajte $P(Y < 1 \mid X > 0.5)$.

Zadatak 3.(10) (a) Dokažite da je procjenitelj

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n - 1}$$

nepristran procjenitelj za disperziju σ^2 populacije X .

- (b) Rađena je provjera rada uređaja za punjenje vode. Na uzorku od 30 punjenja dobiveni su sljedeći rezultati u ml :

Količina(ml)	993	995	996	997	998	999	1000	1001	1002	1003
Frekvencija	1	1	2	3	5	7	6	2	2	1

Odredite nepristranu točkastu procjenu za disperziju i 95 postotnu intervalnu procjenu za očekivanje ako pretpostavljamo da se radi o uzorku iz normalne razdiobe.

Zadatak 4.(10) Nezavisne slučajne varijable X_1, \dots, X_{100} su zadane funkcijom gustoće

$$f(x) = \begin{cases} x, & x \in [0, 1], \\ 2 - x, & x \in [1, 2]. \end{cases}$$

- (a) Izračunajte $E(X_i)$ i $D(X_i)$.
- (b) Neka je $\bar{X} = \frac{1}{100} \sum_{i=1}^{100} X_i$. Koristeći centralni granični teorem, odredite vjerojatnost

$$P(0.9 < \bar{X} < 1.02).$$

Objasnite u kojem ste koraku i na koji način koristili centralni granični teorem.

Dopuštena je uporaba kalkulatora i službenog podsjetnika.

Napomena: Zadatke 1, 2(abc), 2(de), 3(a), 3(b), 4 rješavajte svaki na zasebnoj listi papira. Pišite čitko, a numeričke odgovore zaokružite.