

# VJEROJATNOST I STATISTIKA – ljetni ispitni rok

13. 07. 2020.

---

Ime i prezime: \_\_\_\_\_

JMBAG: \_\_\_\_\_

Grupa: \_\_\_\_\_

Datum: \_\_\_\_\_

Tijekom ove provjere znanja neću od drugoga primiti niti drugome pružiti pomoć te se neću koristiti nedopuštenim sredstvima. Ove su radnje povreda Kodeksa ponašanja te mogu uzrokovati trajno isključenje s Fakulteta.

Zdravstveno stanje dozvoljava mi pisanje ovog ispita.

Vlastoručni potpis studenta: \_\_\_\_\_

---

**Zadatak 1.(10)** Iz špila od 52 karte (4 boje, 13 jačina) na sreću izabiremo 3 karte. Definiramo sljedeće događaje:

$A = \{\text{Među izabranim kartama je točno jedan as}\},$

$B = \{\text{Među izabranim kartama su tri karte iste jačine}\},$

$C = \{\text{Među izabranim kartama nema karata iste boje}\},$

$D = \{\text{Među izabranim kartama nema karata iste jačine}\}.$

(a) Izračunajte  $P(A), P(B), P(A \cup B), P(C), P(D), P(C \cup D).$

(b) Jesu li događaji  $A$  i  $B$  nezavisni?

(c) Jesu li događaji  $C$  i  $D$  nezavisni?

**Zadatak 2.(10)** U kutiji se nalaze dva novčića, jedan regularni simetrični novčić i jedan lažni novčić s dvije glave. Odaberemo nasumični novčić i bacimo ga 5 puta.

(a) Ako je novčić svaki put pao na glavu, kolika je vjerojatnost da će u idućem bacanju opet pasti na glavu?

(b) Ako je novčić svaki put pao na glavu, kolika je vjerojatnost da smo izvukli lažni novčić?

**Zadatak 3.(10)** (a) Definirajte geometrijsku razdiobu slučajne varijable  $X$ .

(b) Neka je  $X \sim \mathcal{G}(p)$  slučajna varijabla s geometrijskom razdiobom. Izračunajte očekivanje  $E\left(\frac{1}{2^X}\right)$ .

(c) U proizvodnji antena, vjerojatnost pojave defektne antene je 0.01. Odredite vjerojatnost da će se prvi defekt pojaviti tek na devetoj proizvedenoj anteni.

**Zadatak 4.(10)** (a) Definirajte funkciju razdiobe slučajne varijable koja ima jednoliku razdiobu na intervalu  $[0, 1]$ .

(b) Neka su  $X$  i  $Y$  nezavisne slučajne varijable s eksponencijalnom razdiobom s parametrom  $\lambda = 1$ . Dokažite da slučajna varijabla  $Z = \frac{X}{X+Y}$  ima uniformnu razdiobu na intervalu  $[0, 1]$ .

**Zadatak 5.(10)** Biramo na sreću broj iz skupa  $\{1, 2, 3, 4\}$ . Označimo s  $X_k$  rezultat odabira u  $k$ -tom ponavljanju pokusa.

- (a) Odredite karakterističnu funkciju slučajne varijable  $X_k$ .
- (b) Označimo sa  $S = X_1 + X_2 + \dots + X_n$ . Odredite karakterističnu funkciju slučajne varijable  $S$ .
- (c) Za dovoljno veliki  $n$ , slučajna varijabla  $S$  ima približno normalnu razdiobu. Odredite očekivanje i standardnu devijaciju te razdiobe.
- (d) Ako je  $n = 100$ , kolika je vjerojatnost događaja  $\{S > 220\}$ ?

**Zadatak 6.(10)** (a) Neka je  $X_1, \dots, X_n$  slučajan uzorak iz neke razdiobe s parametrom  $\Theta$ . Definirajte nepristran procjenitelj za  $\Theta$ .

- (b) Neka je  $X_1, \dots, X_n$  slučajan uzorak iz neke razdiobe. Dokažite da je

$$\bar{X} = \frac{X_1 + \dots + X_n}{n}$$

nepristran procjenitelj za očekivanje te razdiobe, a

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n (X_k - \bar{X})^2$$

nepristran procjenitelj za disperziju te razdiobe.

**Dopuštena je uporaba kalkulatora i službenog podsjetnika.**