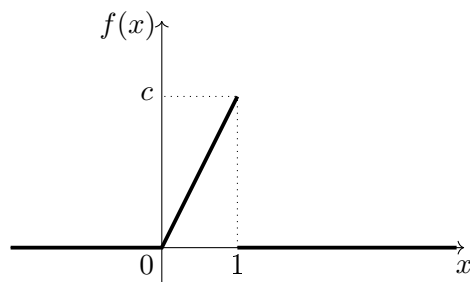


VJEROJATNOST I STATISTIKA - Zimski ispitni rok
9.2.2020.

1. (10 bodova) Na sreću biramo dvije točke, P i R , svaku na po jednoj od dvije nasuprotne stranice kvadrata stranice duljine 1. Kolika je vjerojatnost da je duljina dužine \overline{PR} veća od 1.2?
2. (10 bodova)
 - (a) Precizno iskažite i dokažite Bayesovu formulu.
 - (b) Antun gađa metu puškom s vjerojatnošću 0.25, a Bartol s vjerojatnošću 0.45. Oba strijelca su ispalila po četiri hitca i nakon svih gađanja je ustanovljeno da je meta pogođena s ukupno dva metka. Kolika je vjerojatnost da je oba pogotka ostvario Bartol?
3. (10 bodova) Bacamo četiri igraće kocke sve dok se ne pojave barem dvije šestice. Neka je X broj potrebnih bacanja. Odredite zakon razdiobe slučajne varijable X , $\mathbb{E}(X)$ te $\mathbb{P}(X > \mathbb{E}(X))$.
4. (10 bodova)
 - (a) Definirajte eksponencijalnu razdiobu s parametrom $\lambda > 0$.
 - (b) Neka je X eksponencijalna slučajna varijabla s parametrom λ . Izračunajte $\mathbb{E}(X)$.
 - (c) Poznato je da je vrijeme X rješavanja ovog zadatka (u minutama) slučajna varijabla s ekponencijalnom razdiobom sa standardnom devijacijom jednakom 10. Ako je jedan student rješavao ovaj zadatak više od 7 minuta, izračunajte vjerojatnost da je zadatak rješavao najviše 9 minuta.
 - (d) Odredite vjerojatnost da je prosječno vrijeme rješavanja ovog zadatka među 500 studenata bude veće od 11 minuta.
5. (10 bodova) Neka su X i Y nezavisne slučajne varijable čiji je graf funkcije gustoće dan na sljedećoj slici:



- (a) Odredite funkciju gustoće slučajnog vektora (X, Y) .
- (b) Izračunajte $\mathbb{P}(X^2 + Y^2 > 1)$.
- (c) Izračunajte $\mathbb{P}(X^2 + Y^2 > 1 \mid X > \frac{1}{2})$.

OKRENITE STRANICU!

6. (10 bodova)

- (a) Neka je X_1, \dots, X_n slučajan uzorak iz razdiobe s parametrom ϑ . Kada kažemo da je statistika $\Theta_n = \Theta(X_1, \dots, X_n)$ valjan procjenitelj za ϑ ? Navedite odgovarajuću definiciju.
- (b) Koji dovoljan uvjet treba zadovoljavati nepristran procjenitelj za ϑ da bi on bio i valjan? Iskažite i dokažite odgovarajući rezultat.
- (c) Uzorak x_1, \dots, x_n izvučen je iz populacije koja ima Rayleighovu razdiobu s gustoćom

$$f_\lambda(x) = 2\lambda^2 x e^{-\lambda^2 x^2}, \quad x > 0.$$

Pomoću kriterija najveće izglednosti odredite procjenu za parametar λ .