

VJEROJATNOST I STATISTIKA - završni ispit
24.01.2022.

Ime i prezime: _____

JMBAG: _____

Tijekom ove provjere znanja neću od drugoga primiti niti drugome pružiti pomoć te se neću koristiti nedopuštenim sredstvima. Ove su radnje povreda Kodeksa ponašanja te mogu uzrokovati trajno isključenje s Fakulteta.

Zdravstveno stanje dozvoljava mi pisanje ovog ispita.

Vlastoručni potpis studenta: _____

1. (10 bodova)

- (a) Odredite konstantu C tako da funkcija

$$f(x) = Ce^{-2(x-1)}, \quad x > 0,$$

bude gustoća eksponencijalne razdiobe. Izračunajte očekivanje i disperziju te razdiobe. Ako slučajna varijabla X ima tu razdiobu, izračunajte $P(X < 2 | X > 1)$

- (b) Odredite konstantu C tako da funkcija

$$g(x) = Ce^{-(x^2-2x)}, \quad x \in \mathbb{R},$$

bude gustoća normalne razdiobe. Izračunajte očekivanje i disperziju te razdiobe. Ako slučajna varijabla Y ima tu razdiobu, izračunajte $P(Y < 2 | Y > 1)$.

2. (10 bodova) Neka su X_1, X_2 nezavisne, jednako distribuirane slučajne varijable s eksponencijalnom rasziobom s parametrom $\lambda > 0$.

- (a) Odredite funkciju gustoće slučajnog vektora (Y_1, Y_2) , pri čemu je $Y_1 = X_1 + X_2$ i $Y_2 = e^{X_1}$, te gustoće od Y_1 i Y_2 .
- (b) Odredite funkciju gustoće slučajne varijable $Y_1 | Y_2 = y_2$.
- (c) Jesu li Y_1 i Y_2 nezavisne?
- (d) Izračunajte $P(Y_1 < 2 | Y_2 = e)$.

3. (10 bodova) Očekivano vrijeme koje je Josipu potrebno da prepliva 25 metara (opuštenim tempom kojeg može držati satima) je 35 sekundi uz standardnu devijaciju od 2 sekunde

- (a) Pokažite da je vjerojatnost da Josip prepliva 25 metara u vremenu između 30 i 40 sekundi veća od 84%.
- (b) Kolika bi vjerojatnost u a) dijelu zadatka bila kad bismo pretpostavili da je vrijeme potrebno da Josip prepliva 25 metara normalna slučajna varijabla?
- (c) Kolika je vjerojatnost da Josip ovim tempom prepliva 2 km za manje od 45 minuta?

OKRENITE STRANICU!

4. (10 bodova) Slučajna varijabla X ima normalnu razdiobu s poznatom varijancom σ^2 i nepoznatim očekivanjem μ .

- (a) Pomoću kriterija najveće izglednosti odredite procjenu nepoznatog parametra.
- (b) Ispitajte nepristranost dobivenog procjenitelja.
- (c) Ispitajte valjanost dobivenog procjenitelja. Objasnite koji ste kriterij za valjanost procjenitelja koristili.
- (d) Koji je procjenitelj najveće izglednosti za μ^2 ? Je li on nepristran?

Normalna razdioba, funkcija $\Phi^*(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-x}^x e^{-\frac{1}{2}t^2} dt$

x	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0080	0.0160	0.0240	0.0320	0.0398	0.0478	0.0558	0.0638	0.0718
0.1	0.0796	0.0876	0.0956	0.1034	0.1114	0.1192	0.1272	0.1350	0.1428	0.1506
0.2	0.1586	0.1664	0.1742	0.1820	0.1896	0.1974	0.2052	0.2128	0.2206	0.2282
0.3	0.2358	0.2434	0.2510	0.2586	0.2662	0.2736	0.2812	0.2886	0.2960	0.3034
0.4	0.3108	0.3182	0.3256	0.3328	0.3400	0.3472	0.3544	0.3616	0.3688	0.3758
0.5	0.3830	0.3900	0.3970	0.4038	0.4108	0.4176	0.4246	0.4314	0.4380	0.4448
0.6	0.4514	0.4582	0.4648	0.4714	0.4778	0.4844	0.4908	0.4972	0.5034	0.5098
0.7	0.5160	0.5222	0.5284	0.5346	0.5406	0.5468	0.5528	0.5588	0.5646	0.5704
0.8	0.5762	0.5820	0.5878	0.5934	0.5990	0.6046	0.6102	0.6156	0.6212	0.6266
0.9	0.6318	0.6372	0.6424	0.6476	0.6528	0.6578	0.6630	0.6680	0.6730	0.6778
1.0	0.6826	0.6876	0.6922	0.6970	0.7016	0.7062	0.7108	0.7154	0.7198	0.7242
1.1	0.7286	0.7330	0.7372	0.7416	0.7458	0.7498	0.7540	0.7580	0.7620	0.7660
1.2	0.7698	0.7738	0.7776	0.7814	0.7850	0.7888	0.7924	0.7960	0.7994	0.8030
1.3	0.8064	0.8098	0.8132	0.8164	0.8198	0.8230	0.8262	0.8294	0.8324	0.8354
1.4	0.8384	0.8414	0.8444	0.8472	0.8502	0.8530	0.8558	0.8584	0.8612	0.8638
1.5	0.8664	0.8690	0.8714	0.8740	0.8764	0.8788	0.8812	0.8836	0.8858	0.8882
1.6	0.8904	0.8926	0.8948	0.8968	0.8990	0.9010	0.9030	0.9050	0.9070	0.9090
1.7	0.9108	0.9128	0.9146	0.9164	0.9182	0.9198	0.9216	0.9232	0.9250	0.9266
1.8	0.9282	0.9298	0.9312	0.9328	0.9342	0.9356	0.9372	0.9386	0.9398	0.9412
1.9	0.9426	0.9438	0.9452	0.9464	0.9476	0.9488	0.9500	0.9512	0.9522	0.9534
2.0	0.9544	0.9556	0.9566	0.9576	0.9586	0.9596	0.9606	0.9616	0.9624	0.9634
2.1	0.9642	0.9652	0.9660	0.9668	0.9676	0.9684	0.9692	0.9700	0.9708	0.9714
2.2	0.9722	0.9728	0.9736	0.9742	0.9750	0.9756	0.9762	0.9768	0.9774	0.9780
2.3	0.9786	0.9792	0.9796	0.9802	0.9808	0.9812	0.9818	0.9822	0.9826	0.9832
2.4	0.9836	0.9840	0.9844	0.9850	0.9854	0.9858	0.9862	0.9864	0.9868	0.9872
2.5	0.9876	0.9880	0.9882	0.9886	0.9890	0.9892	0.9896	0.9898	0.9902	0.9904
2.6	0.9906	0.9910	0.9912	0.9914	0.9918	0.9920	0.9922	0.9924	0.9926	0.9928
2.7	0.9930	0.9932	0.9934	0.9936	0.9938	0.9940	0.9942	0.9944	0.9946	0.9948
2.8	0.9948	0.9950	0.9952	0.9954	0.9954	0.9956	0.9958	0.9958	0.9960	0.9962
2.9	0.9962	0.9964	0.9964	0.9966	0.9968	0.9968	0.9970	0.9970	0.9972	0.9972
3.0	0.9974	0.9974	0.9974	0.9976	0.9976	0.9978	0.9978	0.9978	0.9980	0.9980
3.1	0.9980	0.9982	0.9982	0.9982	0.9984	0.9984	0.9984	0.9984	0.9986	0.9986
3.2	0.9986	0.9986	0.9988	0.9988	0.9988	0.9988	0.9988	0.9990	0.9990	0.9990
3.3	0.9990	0.9990	0.9990	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9994
3.4	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9996
3.5	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996
3.6	0.9996	0.9996	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.7	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.8	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
