

KRATKA PROVJERA ZNANJA
14.6.2021.
Grupa A

Prezime, ime, JMBAG: _____

Upute:

- U svakom od sljedećih zadataka trebate odabrati **jedan točan odgovor** od ukupno pet ponuđenih.
- Odabrani točan odgovor u svakom zadatku nosi **1 bod**, dok odabrani netočan odgovor te odabranih više ili niti jedan odgovor nose **0 bodova**. Nema negativnih bodova.
- **Sve svoje odgovore i grupu testa obavezno morate zacrniti na odgovarajućem obrascu.**
- Kratka provjera znanja piše se **20 minuta**. Dozvoljena je upotreba kalkulatora i službenog podsjetnika.

.....**Dio A1 (zadaci 1 - 5)**.....

U svrhu ispitivanja preciznosti uređaja za mjerenje pH vrijednosti, mjerena je pH vrijednost neutralne supstance. Dobiveni su sljedeći podaci

7.07 7.00 7.10 6.97 7.00 7.03 7.01 7.01 6.98 7.08.

Kako bismo odredili 90%-tni interval pouzdanosti za očekivanje izmjerene pH vrijednosti neutralne supstance, u R-u smo izvršili sljedeće naredbe (pretpostavljamo da podaci prate normalnu razdiobu čiji parametri su nam nepoznati)

```
[1] alfa = 0.1
[2] uzorak = c(7.07, 7.00, 7.10, 6.97, 7.00, 7.03, 7.01, 7.01, 6.98, 7.08)
[3]
[4] mu = mean(uzorak)
[5] se = sd(uzorak) / sqrt(_____)
[6]
[7] q = _____(p = 1 - alfa/2, df = length(uzorak) - 1)
[8] mu + c(-1, 1) * q * se
```

te smo dobili sljedeći ispis

```
[9] 6.999475 7.050525
```

1. Kojim izrazom je potrebno zamijeniti crtice u liniji [5]?
 - (A) `alfa`
 - (B) `1 - alfa`
 - (C) `length(uzorak)`
 - (D) `length(uzorak) - 1`
 - (E) Niti jedan od preostalih ponuđenih odgovora nije točan.
2. Kojim izrazom je potrebno zamijeniti crtice u liniji [7]?
 - (A) `pt`
 - (B) `qt`
 - (C) `pnorm`
 - (D) `qnorm`
 - (E) Niti jedan od preostalih ponuđenih odgovora nije točan
3. Kojom bismo naredbom u R-u dobili ispis istog ovog intervala pouzdanosti iz linije [9] (bez da ga računamo sami)?
 - (A) `t.test(uzorak)`
 - (B) `conf.interval(uzorak)`
 - (C) `t.test(uzorak, conf.level = 0.9)`
 - (D) `conf.interval(uzorak, alpha = 0.1)`
 - (E) Niti jedan od preostalih ponuđenih odgovora nije točan.
4. Koji bi bio odnos 95%-tnog intervala pouzdanosti i 90%-tnog intervala pouzdanosti?
 - (A) 95%-tni interval pouzdanosti bi bio širi od 90%-tnog intervala pouzdanosti.
 - (B) 95%-tni interval pouzdanosti bi bio uži od 90%-tnog intervala pouzdanosti.
 - (C) 95%-tni interval pouzdanosti bi bio jednako širok kao i 90%-tni interval pouzdanosti.
 - (D) Ne možemo dati odgovor na temelju prikupljenih podataka.
 - (E) Niti jedan od preostalih ponuđenih odgovora nije točan.
5. Pomoću prikupljenih podataka, proveden je sljedeći test:

$$H_0 : \mu = 7.0,$$

$$H_1 : \mu \neq 7.0.$$

Što možemo zaključiti o rezultatu testa na temelju 90%-tnog intervala pouzdanosti ispisanog u liniji [9]?

- (A) Na razini značajnosti $\alpha = 0.1$ odbacujemo hipotezu H_0 u korist alternative H_1 .
- (B) Na razini značajnosti $\alpha = 0.1$ ne odbacujemo hipotezu H_0 u korist alternative H_1 .
- (C) Na razini značajnosti $\alpha = 0.05$ odbacujemo hipotezu H_0 u korist alternative H_1 .
- (D) Nije moguće donijeti zaključak na temelju intervala pouzdanosti.
- (E) Niti jedan od preostalih ponuđenih odgovora nije točan.

..... **Dio A2 (zadaci 6 - 10)**

Prikupljeni su podaci o tome koliko studenata FER-a unutar jednog sata dođe u knjižnicu posuditi knjigu. Podaci su prikazani u sljedećoj tablici:

broj studenata	0	1	2	3	4	5
frekvencija	14	32	26	13	8	7

Dakle, tijekom mjerenja, 14 puta se dogodilo da unutar sat vremena niti jedan student nije došao posuditi knjigu, 32 puta se dogodilo da je točno jedan student došao posuditi knjigu, 26 puta su točno dva studenta došla posuditi knjigu itd. Na temelju prošlih podataka, znamo da u prosjeku tijekom jednog sata 2 studenta dođu u knjižnicu posuditi knjigu. Kako bismo na razini značajnosti od $\alpha = 0.1$ testirali hipotezu o pripadnosti prikupljenih podataka Poissonovoj distribuciji (s parametrom 2) u R-u smo izvršili sljedeće naredbe

```
[1] frekvencije = c(14, 32, 26, 13, 8, 7)
[2] probs = dpois(x = 0:4, lambda = 2)
[3] probs = c(probs, ppois(q = 4, lambda = 2, lower.tail = _____))
[4] chisq.test(x = frekvencije, p = probs)
```

te dobili sljedeći ispis

```
[5]          Chi-squared test for given probabilities
[6] data:  frekvencije
[7] X-squared = 3.0549, df = _____, p-value = 0.6915
```

6. Kojim izrazom je potrebno zamijeniti crtice u liniji [3]?
- (A) pois
 - (B) rpois
 - (C) TRUE
 - (D) FALSE
 - (E) Niti jedan od preostalih ponuđenih odgovora nije točan.
7. Što se ispisuje na mjestu crtica u liniji [7]?
- (A) 4
 - (B) 5
 - (C) 6
 - (D) TRUE
 - (E) Niti jedan od preostalih ponuđenih odgovora nije točan.
8. Što možemo zaključiti na temelju provedenog testa?
- (A) Na razini značajnosti $\alpha = 0.1$ odbacujemo hipotezu H_0 u korist alternative H_1 .
 - (B) Na razini značajnosti $\alpha = 0.1$ ne odbacujemo hipotezu H_0 u korist alternative H_1 .
 - (C) Zaključak nije moguće donijeti jer podaci ne zadovoljavaju pretpostavke testa.
 - (D) Zaključak ne možemo donijeti jer R ne ispisuje kritični kvantil χ^2 razdiobe.
 - (E) Niti jedan od preostalih ponuđenih odgovora nije točan.
9. Koja od sljedećih linija koda u R-u bi nam dala testnu statistiku koju smo dobili pozivom funkcije `chisq.test`?
- (A) `sum((100 * probs - frekvencije)^2 / (100 * probs))`
 - (B) `sum((probs - frekvencije)^2 / probs)`
 - (C) `(100 * probs - frekvencije)^2 / (100 * probs)`
 - (D) `(probs - frekvencije)^2 / probs`
 - (E) Niti jedan od preostalih ponuđenih odgovora nije točan.
10. Koliki bi bio broj stupnjeva slobode da smo parametar λ Poissonove distribucije procijenili sami iz podataka?
- (A) 3
 - (B) 4
 - (C) 5
 - (D) 6
 - (E) Niti jedan od preostalih ponuđenih odgovora nije točan.

KRATKA PROVJERA ZNANJA

14.6.2021.

Grupa B

Prezime, ime, JMBAG: _____

Upute:

- U svakom od sljedećih zadataka trebate odabrati **jedan točan odgovor** od ukupno pet ponuđenih.
- Odabrani točan odgovor u svakom zadatku nosi **1 bod**, dok odabrani netočan odgovor te odabranih više ili niti jedan odgovor nose **0 bodova**. Nema negativnih bodova.
- Sve svoje odgovore i grupu testa obavezno morate zacrniti na odgovarajućem obrascu.
- Kratka provjera znanja se piše **20 minuta**. Dozvoljena je upotreba kalkulatora i službenog podsjetnika.

.....Dio B1 (zadaci 1 – 5).....

Proizvođač automobilskih baterija tvrdi da je životni vijek njihovih baterija približno normalno distribuiran sa standardnom devijacijom od 0.9 godina. Dan je slučajni uzorak od 10 ovakvih baterija:

8.4, 8.5, 11.5, 7.5, 9.2, 9.7, 9.7, 9.2, 10.5, 10.7.

Da bismo odredili 95%-tni interval pouzdanosti za disperziju izvršili smo sljedeće naredbe:

```
[1] alpha = _____
[2] uzorak = c(8.4, 8.5, 11.5, 7.5, 9.2, 9.7, 9.7, 9.2, 10.5, 10.7)
[3] s = sd(uzorak)
[4] df = _____
[4] q1 = qchisq(p = alpha/2, df)
[5] q2 = qchisq(p = 1 - alpha/2, df)
[6] (n - 1) * s^2 * c(1 / q2 , 1 / q1)
```

i dobili ispis

```
[7] 0.6786079 4.7804215
```

.....

1. Kojim izrazom je potrebno zamijeniti crtice u liniji [1]?
 - (A) $1-0.95$
 - (B) 0.95
 - (C) $(1-0.95)/2$
 - (D) $2*(1-0.95)$
 - (E) Niti jedan od preostalih ponuđenih odgovora nije točan.
2. U liniji [4] nadopunite ispravnu vrijednost broja stupnjeva slobode df .
 - (A) 10
 - (B) 9
 - (C) 8
 - (D) 7
 - (E) Niti jedan od preostalih ponuđenih odgovora nije točan.

3. Pomoću prikupljenih podataka, proveden je sljedeći test:

$$H_0 : \sigma^2 = 0.9^2,$$

$$H_1 : \sigma^2 \neq 0.9^2.$$

Što možemo zaključiti o rezultatu testa na temelju 95%-tnog intervala pouzdanosti ispisanog u liniji [7]?

- (A) Na razini značajnosti $\alpha = 0.05$ ne odbacujemo hipotezu H_0 u korist alternative H_1 .
 - (B) Na razini značajnosti $\alpha = 0.05$ odbacujemo hipotezu H_0 u korist alternative H_1 .
 - (C) Na razini značajnosti $\alpha = 0.025$ odbacujemo hipotezu H_0 u korist alternative H_1 .
 - (D) Nije moguće donijeti zaključak na temelju intervala pouzdanosti.
 - (E) Niti jedan od preostalih ponuđenih odgovora nije točan.
4. Iz iste populacije baterija izvukli smo 20 ovakvih uzoraka, i izračunali pripadne intervale pouzdanosti na istoj razini od 90%. Koja je tvrdnja točna?
 - (A) Točan broj intervala pouzdanosti koji sadrže disperziju uzorka je 18.
 - (B) Očekivani broj intervala pouzdanosti koji sadrže disperziju uzorka je 18.
 - (C) Točan broj intervala pouzdanosti koji sadrže disperziju populacije je 18.
 - (D) Očekivani broj intervala pouzdanosti koji sadrže disperziju populacije je 18.
 - (E) Niti jedan od preostalih ponuđenih odgovora nije točan.
5. Koji bi bio odnos 95%-tnog intervala pouzdanosti i 99%-tnog intervala pouzdanosti?
 - (A) 95%-tni interval pouzdanosti bi bio širi od 99%-tnog intervala pouzdanosti.
 - (B) 95%-tni interval pouzdanosti bi bio uži od 99%-tnog intervala pouzdanosti.
 - (C) 95%-tni interval pouzdanosti bi bio jednako širok kao i 99%-tni interval pouzdanosti.
 - (D) Ne možemo dati odgovor na temelju prikupljenih podataka.
 - (E) Niti jedan od preostalih ponuđenih odgovora nije točan.

.....Dio B2 (zadaci 6 – 10)

Gradska uprava tvrdi da je do kraja mandata dostavila kante za odvojeno prikupljanje otpada u ukupno 70% kućanstva. Kako bismo provjerili ovu tvrdnju, proveli smo istraživanje na 15 slučajano odabranih kućanstva od kojih je 8 imalo kante za odvojeno prikupljanje otpada. Zatim je proveden sljedeći test

```
[1] binom.test(x = 8, n = 15, p = 0.7, alternative = _____)
```

koji je ispisao

```
[2] _____test
```

```
[3] data: 8 and 15
```

```
[4] number of successes = 8, number of trials = 15, p-value = 0.1311
```

```
[5] alternative hypothesis: true probability of success is _____ 0.7
```

```
[6] 95 percent confidence interval:
```

```
[7] 0.0000000 0.7562726
```

```
[8] sample estimates:
```

```
[9] probability of success
```

```
[10] 0.5333333
```

.....

6. Koji test smo ovdje koristili?
- (A) t-test
 - (B) u-test
 - (C) χ^2 -test
 - (D) Test o proporciji
 - (E) Niti jedan od preostalih ponuđenih odgovora nije točan.
7. Kako treba glasiti temeljna (H_0), a kako alternativna (H_1) hipoteza provedenog testa?
- (A) $H_0 : p \geq 0.7$, $H_1 : p < 0.7$.
 - (B) $H_0 : p \leq 0.7$, $H_1 : p > 0.7$.
 - (C) $H_0 : p \geq \frac{8}{15}$, $H_1 : p < \frac{8}{15}$.
 - (D) $H_0 : p \leq \frac{8}{15}$, $H_1 : p > \frac{8}{15}$.
 - (E) Niti jedan od preostalih ponuđenih odgovora nije točan.
8. Što možemo zaključiti na temelju provedenog testa?
- (A) Na razini značajnosti $\alpha = 0.1$ ne odbacujemo hipotezu H_0 u korist alternative H_1 .
 - (B) Na razini značajnosti $\alpha = 0.1$ odbacujemo hipotezu H_0 u korist alternative H_1 .
 - (C) Zaključak nije moguće donijeti jer podaci ne zadovoljavaju pretpotavke testa.
 - (D) Zaključak ne možemo donijeti jer ovisi o stvarnoj proporciji u populaciji.
 - (E) Niti jedan od preostalih ponuđenih odgovora nije točan (jer se gradska uprava promijenila).
9. Provedeno je novo istraživanje na 30 kućanstva od kojih je 16 imalo kante. Provedemo li isti test na novim podacima što možemo reći o p -vrijednosti tog testa u odnosu na vrijednost iz prvog testa?
- (A) p -vrijednost je sada manja.
 - (B) p -vrijednost je ostala ista.
 - (C) p -vrijednost je sada veća.
 - (D) Odnos između dvije p -vrijednosti nije moguće odrediti.
 - (E) Niti jedan od preostalih ponuđenih odgovora nije točan.
10. Umjesto provođenja ovog testa moguće je provesti i aproksimativni test. Kojom funkcijom u R-u bismo odredili kritičnu vrijednost potrebnu za taj test uz zadanu razinu značajnosti `alpha`?
- (A) `pnorm(alpha)`
 - (B) `qnorm(alpha)`
 - (C) `pbinom(alpha,15,8/15)`
 - (D) `qbinom(alpha,15,8/15)`
 - (E) Niti jedan od preostalih ponuđenih odgovora nije točan.

Rješenja - grupa A

- | | |
|------|-------|
| 1. C | 6. D |
| 2. B | 7. B |
| 3. C | 8. B |
| 4. A | 9. A |
| 5. B | 10. B |

Rješenja - grupa B

- | | |
|------|-------|
| 1. A | 6. D |
| 2. B | 7. A |
| 3. A | 8. A |
| 4. D | 9. A |
| 5. B | 10. B |