VJEROJATNOST I STATISTIKA - završni ispit
25.01.2021.

Ime i prezime: _____
JMBAG: _____

Tijekom ove provjere znanja neću od drugoga primiti niti drugome pružiti pomoć te se neću koristiti nedopuštenim sredstvima. Ove su radnje povreda Kodeksa ponašanja te mogu uzrokovati trajno isključenje s Fakulteta.
Zdravstveno stanje dozvoljava mi pisanje ovog ispita.

Vlastoručni potpis studenta: _____

---

1. (10 bodova) Slučajni vektor (X, Y) zadan je funkcijom gustoće

$$f_{X,Y}(x, y) = \frac{12}{5}xy(1 + y), \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 1.$$

(a) Izračunajte vjerojatnost $\mathbb{P}(\frac{1}{4} \leq X < \frac{1}{2}, \frac{1}{3} \leq Y < \frac{2}{3})$.

(b) Odredite funkciju razdiobe slučajnog vektora (X, Y).

(c) Odredite funkciju razdiobe F_X slučajne varijable X.

(d) Jesu li slučajne varijable X i Y nezavisne? Obrazložite.

(e) Izračunajte vjerojatnost $\mathbb{P}(X < Y)$.

2. (10 bodova) Nezavisne, jednako distribuirane, slučajne varijable X i Y imaju eksponencijalnu razdiobu s parametrom λ. Dokažite da slučajne varijable

$$Z = \max\{X, Y\}, \quad W = X + \frac{1}{2}Y$$

imaju jednaku razdiobu. Odredite tu razdiobu.

3. (10 bodova) Student rješava ispit koji se sastoji od 116 pitanja za kojeg ima na raspolaganju 1 sat. Student odluči ne potrošiti više od jedne minute po pitanju te su vremena koja provede odgovarajući na svako pitanje nezavisna, s funkcijom gustoće

$$f(x) = 6x(1 - x), \quad 0 \leq x \leq 1.$$

(a) Izračunajte vjerojatnost da student neće stići odgovoriti na sva pitanja.

(b) Koliki treba biti broj pitanja kako bi student s vjerojatnošću 98% stigao odgovoriti na sve?

OKRENITE STRANICU!

4. (10 bodova) Paretova distribucija koristi se u ekonomiji kao model za distribuciju s teškim repom i dana je sa

$$f(x|a,\theta) = \theta a^{\theta} x^{-\theta-1}, \quad x \geq a, \quad \theta > 1.$$

Pretpostavimo da je parametar $a > 0$ poznat i neka je dan uzorak $x_1, x_2, ..., x_n$. Pronađite procjenitelja najveće izglednosti za parametar θ.

Normalna razdioba, funkcija $\Phi^*(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-x}^{x} e^{-\frac{1}{2}t^2} dt$

x	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0080	0.0160	0.0240	0.0320	0.0398	0.0478	0.0558	0.0638	0.0718
0.1	0.0796	0.0876	0.0956	0.1034	0.1114	0.1192	0.1272	0.1350	0.1428	0.1506
0.2	0.1586	0.1664	0.1742	0.1820	0.1896	0.1974	0.2052	0.2128	0.2206	0.2282
0.3	0.2358	0.2434	0.2510	0.2586	0.2662	0.2736	0.2812	0.2886	0.2960	0.3034
0.4	0.3108	0.3182	0.3256	0.3328	0.3400	0.3472	0.3544	0.3616	0.3688	0.3758
0.5	0.3830	0.3900	0.3970	0.4038	0.4108	0.4176	0.4246	0.4314	0.4380	0.4448
0.6	0.4514	0.4582	0.4648	0.4714	0.4778	0.4844	0.4908	0.4972	0.5034	0.5098
0.7	0.5160	0.5222	0.5284	0.5346	0.5406	0.5468	0.5528	0.5588	0.5646	0.5704
0.8	0.5762	0.5820	0.5878	0.5934	0.5990	0.6046	0.6102	0.6156	0.6212	0.6266
0.9	0.6318	0.6372	0.6424	0.6476	0.6528	0.6578	0.6630	0.6680	0.6730	0.6778
1.0	0.6826	0.6876	0.6922	0.6970	0.7016	0.7062	0.7108	0.7154	0.7198	0.7242
1.1	0.7286	0.7330	0.7372	0.7416	0.7458	0.7498	0.7540	0.7580	0.7620	0.7660
1.2	0.7698	0.7738	0.7776	0.7814	0.7850	0.7888	0.7924	0.7960	0.7994	0.8030
1.3	0.8064	0.8098	0.8132	0.8164	0.8198	0.8230	0.8262	0.8294	0.8324	0.8354
1.4	0.8384	0.8414	0.8444	0.8472	0.8502	0.8530	0.8558	0.8584	0.8612	0.8638
1.5	0.8664	0.8690	0.8714	0.8740	0.8764	0.8788	0.8812	0.8836	0.8858	0.8882
1.6	0.8904	0.8926	0.8948	0.8968	0.8990	0.9010	0.9030	0.9050	0.9070	0.9090
1.7	0.9108	0.9128	0.9146	0.9164	0.9182	0.9198	0.9216	0.9232	0.9250	0.9266
1.8	0.9282	0.9298	0.9312	0.9328	0.9342	0.9356	0.9372	0.9386	0.9398	0.9412
1.9	0.9426	0.9438	0.9452	0.9464	0.9476	0.9488	0.9500	0.9512	0.9522	0.9534
2.0	0.9544	0.9556	0.9566	0.9576	0.9586	0.9596	0.9606	0.9616	0.9624	0.9634
2.1	0.9642	0.9652	0.9660	0.9668	0.9676	0.9684	0.9692	0.9700	0.9708	0.9714
2.2	0.9722	0.9728	0.9736	0.9742	0.9750	0.9756	0.9762	0.9768	0.9774	0.9780
2.3	0.9786	0.9792	0.9796	0.9802	0.9808	0.9812	0.9818	0.9822	0.9826	0.9832
2.4	0.9836	0.9840	0.9844	0.9850	0.9854	0.9858	0.9862	0.9864	0.9868	0.9872
2.5	0.9876	0.9880	0.9882	0.9886	0.9890	0.9892	0.9896	0.9898	0.9902	0.9904
2.6	0.9906	0.9910	0.9912	0.9914	0.9918	0.9920	0.9922	0.9924	0.9926	0.9928
2.7	0.9930	0.9932	0.9934	0.9936	0.9938	0.9940	0.9942	0.9944	0.9946	0.9948
2.8	0.9948	0.9950	0.9952	0.9954	0.9954	0.9956	0.9958	0.9958	0.9960	0.9962
2.9	0.9962	0.9964	0.9964	0.9966	0.9968	0.9968	0.9970	0.9970	0.9972	0.9972
3.0	0.9974	0.9974	0.9974	0.9976	0.9976	0.9978	0.9978	0.9978	0.9980	0.9980
3.1	0.9980	0.9982	0.9982	0.9982	0.9984	0.9984	0.9984	0.9984	0.9986	0.9986
3.2	0.9986	0.9986	0.9988	0.9988	0.9988	0.9988	0.9988	0.9990	0.9990	0.9990
3.3	0.9990	0.9990	0.9990	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9994
3.4	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9996
3.5	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996
3.6	0.9996	0.9996	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.7	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.8	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

Ispit se piše 120 minuta. Dozvoljeno je korištenje kalkulatora. Sretno!