# KRATKA PROVJERA ZNANJA 27.1.2020. Grupa A

zime, ime, JMBAG:
ute:
svakom od sljedećih zadataka trebate odabrati <b>jedan točan odgovor</b> od ukupno pet ponuđenih.
odabrani točan odgovor u svakom zadatku nosi <b>1 bod</b> , dok odabrani netočan odgovor te odabranih iše ili nijedan odgovor nose <b>0 bodova</b> . Nema negativnih bodova.
ve svoje odgovore i grupu testa obavezno morate zacrniti na odgovarajućem obrascu.
ove zadatke predajete u potpisanoj košuljici zajedno sa svim pomoćnim računima i skicama na rugim papirima. Obrazac za odgovore predajete odvojeno sa strane.
Tratka provjera znanja se piše <b>20 minuta</b> . Dozvoljena je upotreba kalkulatora i službenog podsjetika.
Dio A1 (zadaci 1 - 5)
generalnog skupa koji ima normalnu razdiobu s devijacijom $\sigma=0.5$ i nepoznatim očekivanjem $\mu$ i je uzorak volumena 8
16, 16, 16, 16.2, 16.2, 16.2, 16.5, 16.5.
izračunati 90%-ni interval povjerenja za matematičko očekivanje $\mu$ , u R-u smo izvršili sljedeće e
<pre>sample = c(16, 16, 16, 16.2, 16.2, 16.2, 16.5) sigma = 0.5 confidence = 0.9 n = length(sample) mean = mean(sample) var = var(sample) alpha = q =(1 - alpha / 2)</pre>

te smo dobili sljedeći ispis

d = var \* (n-1) / q

15.90923 16.49077

c(mean - d,mean + d)

[8] [9]

[10]

[11]

- 1. Varijabla mean u liniji [5] ima vrijednost
  - **(A)** 16.15
  - **(B)** 16.2
  - **(C)** 16.25
  - **(D)** 16.3
  - (E) Niti jedan od preostalih ponuđenih odgovora nije točan.
- 2. U liniji [7] na mjestu crtica treba stajati
  - (A) 1 confidence / 2
  - (B) 1 2 \* confidence
  - (C) 1 confidence
  - (D) (1 confidence) / 2
  - (E) Niti jedan od preostalih ponuđenih odgovora nije točan.
- 3. U liniji [8] na mjestu crtica treba stajati naredba
  - (A) pnorm
  - (B) dnorm
  - (C) rnorm
  - (D) qnorm
  - (E) Niti jedan od preostalih ponuđenih odgovora nije točan.
- 4. Vjerojatnost da je prava vrijednost od  $\mu$  manja od 15.90923 jednaka je
  - **(A)** 0.9
  - **(B)** 0.1
  - (C) 0.95
  - **(D)** 0.05
  - (E) Niti jedan od preostalih ponuđenih odgovora nije točan.
- 5. Na temelju gornjeg uzorka testiramo hipotezu  $H_0 \dots \mu = 15$  u odnosu na dvostranu alternativu  $H_1 \dots \mu \neq 15$ . Što možemo reći o p-vrijednosti p takvog testa?
  - **(A)**  $p \leq 0.1$
  - **(B)**  $p \ge 0.9$
  - (C) 0.1
  - (D) Nije moguće odgovoriti na temelju danih podataka.
  - (E) Niti jedan od preostalih ponuđenih odgovora nije točan.

Bacali smo 5 novčića ukupno n puta i svaki je put bilježen broj X pojavljivanja grbova

Kako bismo pomoću  $\chi^2$ -testa provjerili hipotezu o ispravnosti svih novčića uz razinu značajnosti  $\alpha=0.1,$  u R smo izvršili sljedeće naredbe

- [1] fi=c(6, 32, 71, 69, 35, 7)
- [2] probs =\_\_\_\_
- [3] chisq.test(fi, p = probs)

te smo dobili sljedeći ispis

- [4] Chi-squared test for given probabilities
- [5]
- [6] data: fi
- [7] X-squared = 0.36364, df = \_\_\_\_, p-value = 0.9963

- **6.** Odredite vrijednost varijable n.
  - (A) 220
  - **(B)** 556
  - (C) 214
  - **(D)** 75
  - (E) Niti jedan od preostalih ponuđenih odgovora nije točan.
- 7. Na mjestu crtica u liniji [2] treba stajati naredba
  - (A) dbinom(0:5,5,0.5)
  - (B) qbinom(0:5,5,0.5)
  - (C) pbinom(0:5,5,0.5)
  - (D) rbinom(0:5,5,0.5)
  - (E) Niti jedan od preostalih ponuđenih odgovora nije točan.
- 8. Uz pretpostavku da je nulta hipoteza  $H_0$  provedenog testa istinita, odredite očekivanje varijable X.
  - (A) 550
  - **(B)** 110
  - **(C)** 3
  - **(D)** 2.5
  - (E) Niti jedan od preostalih ponuđenih odgovora nije točan.

- 9. Možemo li na temelju dobivenog ispisa odbaciti nultu hipotezu  $H_0$  u korist alternativne  $H_1$ ?
  - (A) Možemo odbaciti  $H_0$  u korist  $H_1$ .
  - (B) Ne možemo odbaciti  $H_0$  u korist  $H_1$ .
  - (C) Odgovor ovisi o stvarnoj vjerojatnosti pojave grba.
  - (D) Odgovor ovisi o stvarnoj vrijednosti disperzije uzorka.
  - (E) Niti jedan od preostalih ponuđenih odgovora nije točan.
- 10. Odredite vrijednost koja treba stajati na mjestu crtica u liniji [7].
  - (A) 4
  - (B) 119
  - (C) 5
  - (D) 6
  - (E) Niti jedan od preostalih ponuđenih odgovora nije točan.

## KRATKA PROVJERA ZNANJA 27.1.2020. Grupa B

Prezime, ime, JMBAG:		
Frezime. ime. Jivi DAG:		

#### Upute:

- U svakom od sljedećih zadataka trebate odabrati jedan točan odgovor od ukupno pet ponuđenih.
- Odabrani točan odgovor u svakom zadatku nosi **1 bod**, dok odabrani netočan odgovor te odabranih više ili nijedan odgovor nose **0 bodova**. Nema negativnih bodova.
- Sve svoje odgovore i grupu testa obavezno morate zacrniti na odgovarajućem obrascu.
- Ove zadatke predajete u potpisanoj košuljici zajedno sa svim pomoćnim računima i skicama na drugim papirima. Obrazac za odgovore predajete odvojeno sa strane.
- Kratka provjera znanja se piše **20 minuta**. Dozvoljena je upotreba kalkulatora i službenog podsjetnika.

Rezultati 205 mjerenja slučajne varijable X dani su u tablici ispod.

U R smo prvo učitali podatke i procijenili prikladni parametar

- [1] xi = c(0,1,2,3,4)
- [2]  $fi = c(132, 48, n_3, 3, 2)$
- [3] sample = rep(xi, fi)
- [4] lambda\_est = mean(sample)

Zatim smo proveli odgovarajući test

- [5] probs = dpois(xi, lambda\_est)
- [6] probs[5] = 1 sum(probs[1:4])
- [7]  $new_fi = c(fi[1:2], sum(fi[3:5]))$
- [8]  $new_probs = c(probs[1:2], sum(probs[3:5]))$
- [9] chisq.test(new\_fi, p = new\_probs)

i dobili sljedeći ispis

- [10] Chi-squared test for given probabilities
- [11]
- [12] data: new\_fi
- [13] X-squared = 5.9341, df = 2, p-value = 0.05146

- 1. Odredite frekvenciju  $n_3$  u tablici podataka i u liniji [3] programa. (A) 10 **(B)** 15 (C) 20 (D) Nije moguće odgovoriti na temelju danih podataka. (E) Niti jedan od preostalih ponuđenih odgovora nije točan. 2. Duljina vektora sample u liniji [3] je jednaka (A) 4 **(B)** 8 **(C)** 32 **(D)** 205 (E) Niti jedan od preostalih ponuđenih odgovora nije točan. 3. Uz pretpostavku da je nulta hipoteza  $H_0$  provedenog testa istinita, odredite očekivanje varijable X. **(A)** 0.512 **(B)** 1.952 (C) 21 **(D)** 41 (E) Niti jedan od preostalih ponuđenih odgovora nije točan. 4. Uz pretpostavku da je nulta hipoteza  $H_0$  provedenog testa istinita, vrijednost probs [5] u liniji [6] jednaka je vjerojatnosti da varijabla X poprimi vrijednost (A) strogo veću od 4. (B) veću ili jednaku 4. (C) strogo manju od 4. (D) manju ili jednaku 4.
- 5. Je li gornji test korektno proveden?
  - (A) Ne, jer vrijednost df nije točna.
  - (B) Ne, jer smo grupirali ishode 2, 3 i 4 u jedan razred.
  - (C) Ne, jer je testna statistika samo aproksimativno  $\chi^2$  i stoga joj ne možemo vjerovati.
  - (D) Da, test je ispravno proveden.
  - (E) Niti jedan od preostalih ponuđenih odgovora nije točan.

(E) Niti jedan od preostalih ponuđenih odgovora nije točan.

Iz populacije koja je normalno distribuirana izvučen je uzorak volumena 50. U R-u je proveden jednostrani test na disperziju

- [1] Chi-Squared Test on Variance
- [2]
- [3] data: sample
- [4] Chi-Squared = 45.075, df =\_\_\_\_, p-value = 0.367
- [5] alternative hypothesis: true variance is less than 256
- [6] 95 percent confidence interval:
- [7] 0.0000 340.0853
- [8] sample estimates:
- [9] variance
- [10] 235.5

- 6. Odredite vrijednost koja treba stajati na mjestu crtica u liniji [4].
  - (A) 50
  - **(B)** 49
  - **(C)** 48
  - (D) Nije moguće odrediti na temelju zadanih podataka.
  - (E) Niti jedan od preostalih ponuđenih odgovora nije točan.
- 7. Koliko iznosi gornja granica dvostranog intervala povjerenja reda 90% za disperziju?
  - **(A)** 291.5
  - **(B)** 306.0
  - (C) 340.1
  - (D) Nije moguće odrediti na temelju zadanih podataka.
  - (E) Niti jedan od preostalih ponuđenih odgovora nije točan.
- 8. Što možemo zaključiti na temelju provedenog testa?
  - (A) Disperzija uzorka je značajno veća od 256.
  - (B) Disperzija populacije je značajno manja od 340.0853.
  - (C) Disperzija populacije nije značajno manja od 256.
  - (D) Disperzija uzorka je značajno veća od 340.0853.
  - (E) Niti jedan od preostalih ponuđenih odgovora nije točan.

- 9. Koja će od sljedećih naredbi u R-u ispisati kvantil  $\chi^2$ -distribucije reda 0.95?
  - (A) pchisq(1-0.95,df)
  - (B) pchisq(0.95,df)
  - (C) qchisq(1-0.95,df)
  - (D) 1-pchisq(0.95,df)
  - (E) Niti jedan od preostalih ponuđenih odgovora nije točan.
- 10. Iz iste populacije izvukli smo 1000 ovakvih uzoraka i za svaki od njih proveli isti test na razini značajnosti  $\alpha = 0.05$ . Uz pretpostavku da je nulta hipoteza  $H_0$  tog testa istinita, očekivani broj testova među provedenima u kojima smo pogrešno odbacili nultu hipotezu u korist alternativne iznosi
  - **(A)** 50
  - **(B)** 367
  - **(C)** 25
  - (D) Nije moguće odrediti na temelju zadanih podataka.
  - (E) Niti jedan od preostalih ponuđenih odgovora nije točan.

## KRATKA PROVJERA ZNANJA 27.1.2020. Grupa C

Prezime, ime.	e. JMBAG:	

#### Upute:

- U svakom od sljedećih zadataka trebate odabrati **jedan točan odgovor** od ukupno pet ponuđenih.
- Odabrani točan odgovor u svakom zadatku nosi **1 bod**, dok odabrani netočan odgovor te odabranih više ili nijedan odgovor nose **0 bodova**. Nema negativnih bodova.
- Sve svoje odgovore i grupu testa obavezno morate zacrniti na odgovarajućem obrascu.
- Ove zadatke predajete u potpisanoj košuljici zajedno sa svim pomoćnim računima i skicama na drugim papirima. Obrazac za odgovore predajete odvojeno sa strane.
- Kratka provjera znanja se piše **20 minuta**. Dozvoljena je upotreba kalkulatora i službenog podsjetnika.

Kontrolom 100 žarulja iz određene velike pošiljke ustanovljeno je da ima 6 neispravnih žarulja. Želeći odrediti aproksimativni interval povjerenja za postotak neispravnih žarulja u toj pošiljci, u R-u smo izvršili sljedeće naredbe

```
[1]
       xi = c('I', 'N')
[2]
       fi = c(94, 6)
[3]
       sample = rep(xi, fi)
[4]
       n = length(sample)
[5]
       confidence = 0.95
       alpha = 1 - confidence
[6]
[7]
       p_est = sum(sample == 'N') / n
[8]
       d = ____(1 - alpha / 2) * sqrt(p_est * (1 - p_est) / n)
[9]
       c(p_{est} - d, p_{est} + d)
```

te dobili ispis

[10] 0.01345343 0.10654657

- 1. Kojeg je reda dobiveni aproksimativni interval povjerenja? **(A)** 0.1 **(B)** 0.9 (C) 0.05 **(D)** 0.95 (E) Niti jedan od preostalih ponuđenih odgovora nije točan. 2. Pozivom naredbe p\_est u R-u dobit ćemo ispisanu vrijednost (A) 0.0638297872 (B) 0.94(C) 0.06 (D) Nije moguće odrediti na temelju zadanih podataka. (E) Niti jedan od preostalih ponuđenih odgovora nije točan. 3. Odredite naredbu koja treba stajati umjesto crtica u liniji [8] programa. (A) dnorm (B) qnorm (C) dbinom (D) qbinom (E) Niti jedan od preostalih ponuđenih odgovora nije točan. 4. Kontrolom 400 novih žarulja iz iste pošiljke ustanovili smo da je među njima 24 neispravnih te smo neispravnih žarulja. Za duljinu novodobivenog intervala vrijedi (A) duplo je veća od duljine intervala ispisanog u liniji [10].
  - za te podatke uz istu razinu značajnosti odredili novi aproksimativni interval povjerenja za postotak
    - (B) duplo je manja od duljine intervala ispisanog u liniji [10].
    - (C) jednaka je duljini intervala ispisanog u liniji [10].
    - (D) četiri puta je manja od duljine intervala ispisanog u liniji [10].
    - (E) Niti jedan od preostalih ponuđenih odgovora nije točan.
  - 5. Kojom bismo naredbom u R-u dobili ispisan egzaktni interval povjerenja za postotak neispravnih žarulja?
    - (A) t.test
    - (B) f.test
    - (C) wilcox.test
    - (D) binom.test
    - (E) Niti jedan od preostalih ponuđenih odgovora nije točan.

One Sample t-test

U okviru istraživanja o potrošnji električne energije, iz populacije od 2000 kućanstava nekog grada odabran je nasumičan uzorak od 30 kućanstava te je zabilježena prosječna potrošnja od 321.68 kWh uz standardnu devijaciju od 74.85 kWh. Provođenjem prikladnog testa u R-u dobili smo sljedeći ispis

```
[2]
[3]
      data:
             sample
[4]
      t = -2.0723, df = _____, p-value = 0.04723
[5]
      alternative hypothesis: true mean is _____ 350
[6]
      90 percent confidence interval:
[7]
           298.4582 344.9000
[8]
      sample estimates:
[9]
      mean of x
[10]
            321,6791
```

- 6. Kolika je bila ukupna potrošnja svih kućanstava iz uzorka zaokružena na najbližih 100 kWh?
  - (A) 700000 kWh

[1]

- (B) 643400 kWh
- (C) 10500 kWh
- (**D**) 9700 kWh
- (E) Nije moguće odrediti na temelju zadanih podataka.
- 7. Odredite broj koji treba stajati na mjestu crtica u liniji [4].
  - (A) 28
  - (B) 29
  - (C) 1998
  - (D) 1999
  - (E) Niti jedan od preostalih ponuđenih odgovora nije točan.
- 8. Neka je a prava vrijednost očekivanja populacije. Odredite frazu koja treba stajati na mjestu crtica u liniji [5] ispisa.
  - (A) not equal to (tj.  $a \neq 350$ )
  - **(B)** equal to (tj. a = 350)
  - (C) greater than (tj. a > 350)
  - (D) less than (tj. a < 350)
  - (E) Niti jedan od preostalih ponuđenih odgovora nije točan.

- 9. Koja je tvrdnja točna?
  - (A) Možemo odbaciti  $H_0$  u korist  $H_1$  na razini značajnosti 1%.
  - (B) Ne možemo odbaciti  $H_0$  na razini značajnosti 90%.
  - (C) Ne možemo odbaciti  $H_0$  na razini značajnosti 10%.
  - (**D**) Možemo odbaciti  $H_0$  u korist  $H_1$  na razini značajnosti 5%.
  - (E) Niti jedan od preostalih ponuđenih odgovora nije točan.
- 10. Odredite 95%-ni jednostrani interval povjerenja za očekivanje a.
  - (A) [0,344.9]
  - **(B)**  $[321.6791, \infty)$
  - (C)  $\langle -\infty, 344.9 \rangle$
  - **(D)**  $\langle -\infty, 321.6791 |$
  - (E) Niti jedan od preostalih ponuđenih odgovora nije točan.

[17]

0.512

# KRATKA PROVJERA ZNANJA 27.1.2020. Grupa D

Pre	ezime, ime, JMBAG:
$\mathbf{U}\mathbf{p}$	oute:
• Ţ	J svakom od sljedećih zadataka trebate odabrati <b>jedan točan odgovor</b> od ukupno pet ponuđenih
	Odabrani točan odgovor u svakom zadatku nosi <b>1 bod</b> , dok odabrani netočan odgovor te odabranil riše ili nijedan odgovor nose <b>0 bodova</b> . Nema negativnih bodova.
• 5	Sve svoje odgovore i grupu testa obavezno morate zacrniti na odgovarajućem obrascu
	Ove zadatke predajete u potpisanoj košuljici zajedno sa svim pomoćnim računima i skicama na Irugim papirima. Obrazac za odgovore predajete odvojeno sa strane.
	Kratka provjera znanja se piše <b>20 minuta</b> . Dozvoljena je upotreba kalkulatora i službenog podsjet iika.
Pse	
[1] [2] [3] [4] [5] [6]	<pre>xi = c('P', 'G') fi = c(5120, broj_glava) sample = rep(xi, fi) no_of_succeses = sum(sample == 'P') n = length(sample) binom.test(no_of_succeses, n)</pre>
te dob	ili ispis
[7] [8]	Exact binomial test
[9] [10] [11] [12] [13]	<pre>data: no_of_succeses and n number of successes = 5120, number of trials = 10000, p-value = 0.01684 alternative hypothesis: true probability of success is 0.5 95 percent confidence interval: 0.5218423</pre>
[14] [16]	<pre>sample estimates: probability of success</pre>

- 1. Odredite vrijednost varijable broj\_glava u liniji [2] programa.
  - **(A)** 4880
  - **(B)** 5120
  - (C) 10000
  - (D) Nije moguće odrediti iz zadanih podataka.
  - (E) Niti jedan od preostalih ponuđenih odgovora nije točan.
- 2. Neka je p prava vjerojatnost pojave pisma. Odredite frazu koja treba stajati na mjestu crtica u liniji [11] ispisa.
  - (A) greater than (tj. p > 0.5)
  - (B) less than (tj. p < 0.5)
  - (C) not equal to (tj.  $p \neq 0.5$ )
  - (D) equal to (tj. p = 0.5)
  - (E) Niti jedan od preostalih ponuđenih odgovora nije točan.
- 3. Odredite lijevi rub 95%-nog intervala povjerenja ispisanog u liniji [13] (vrijednost koja treba stajati na mjestu crtica).
  - (A) -Inf
  - (B) 0.4781577
  - (C) 0.5021507
  - (D) Nije moguće odrediti na temelju zadanih podataka.
  - (E) Niti jedan od preostalih ponuđenih odgovora nije točan.
- 4. Možemo li na razini značajnosti  $\alpha = 0.05$  odbaciti nultu hipotezu testa  $H_0$  u korist alternativne  $H_1$ ?
  - (A) Na zadanoj razini značajnosti možemo odbaciti  $H_0$  u korist  $H_1$ .
  - (B) Na zadanoj razini značajnosti ne možemo odbaciti  $H_0$  u korist  $H_1$ .
  - (C) Na zadanoj razini značajnosti ne možemo sprovesti zadani test.
  - (D) Za zadanu razinu značajnosti nema dovoljno podataka za donošenje odluke o odbacivanju  $H_0$  u korist  $H_1$ .
  - (E) Niti jedan od preostalih ponuđenih odgovora nije točan.
- 5. Uz pretpostavku da ste na prethodno pitanje odgovorili točno, kolika je vjerojatnost da ste donijeli statistički pogrešan zaključak?
  - (A) 0.01684
  - **(B)** 0.98316
  - **(C)** 0.95
  - **(D)** 0.05
  - (E) Niti jedan od preostalih ponuđenih odgovora nije točan.

U Mendelovim eksperimentima s graškom ispitano je 560 zrna i dobiveno je

- 317 okruglih i žutih
- 109 okruglih i zelenih
- 102 smežuranih i žutih
- 32 smežurana i zelena.

Prema Mendelovoj teoriji o nasljeđivanju, ovi bi brojevi morali biti u omjeru 9:3:3:1. Kako bismo na razini značajnosti od  $\alpha=0.1$  ispitali hipotezu o ispravnosti ove pretpostavke, pozvali smo u R-u naredbe

```
[1] fi=c(317, 109, 102, 32)
```

- [2] probs = \_\_\_\_\_
- [3] chisq.test(fi, p = probs)

te dobili sljedeći ispis

```
[4] Chi-squared test for given probabilities
```

[5]

[6] data: f:

```
[7] X-squared = 0.50794, df = _____, p-value = 0.9171
```

- 6. Koja naredba treba stajati na mjestu crtica u liniji [2]?
  - (A) c(9,3,3,1)/16
  - (B) c(317,109,102,32)/16
  - (C) c(317,109,102,32)/560
  - (D) c(1/9,1/3,1/3,1)
  - (E) Niti jedan od preostalih ponuđenih odgovora nije točan.
- 7. Koja vrijednost treba stajati na mjestu crtica u liniji [7]?
  - (A) 4
  - **(B)** 560
  - (C) 3
  - (D) 559
  - (E) Niti jedan od preostalih ponuđenih odgovora nije točan.
- 8. Možemo li na temelju dobivenog ispisa odbaciti nultu hipotezu  $H_0$  u korist alternativne  $H_1$ ?
  - (A) Možemo odbaciti  $H_0$  u korist  $H_1$ .
  - (B) Ne možemo odbaciti  $H_0$  u korist  $H_1$ .
  - (C) Odgovor ovisi o stvarnoj vrijednosti očekivanja uzorka.
  - (D) Odgovor ovisi o stvarnoj vrijednosti disperzije uzorka.
  - (E) Niti jedan od preostalih ponuđenih odgovora nije točan.

- 9. Uz pretpostavku da je nulta hipoteza istinita, odredite vjerojatnost da testna statistika gornjeg testa poprimi vrijednost veću od 0.50794.
  - **(A)** 0.95
  - **(B)** 0.05
  - (C) 0.9171
  - **(D)** 0.0829
  - (E) Niti jedan od preostalih ponuđenih odgovora nije točan.
- 10. Isti pokus smo ponovili za 2000 ovakvih uzoraka graška i za svaki od njih proveli isti test na istoj razini značajnosti. Uz pretpostavku da je nulta hipoteza  $H_0$  tog testa istinita, očekivani broj testova među provedenima u kojima smo pogrešno odbacili nultu hipotezu u korist alternativne iznosi
  - (A) 1800
  - **(B)** 200
  - (C) 1834
  - **(D)** 166
  - (E) Niti jedan od preostalih ponuđenih odgovora nije točan.

### Rješenja - grupa A

- **1.** B
- **2.** C
- **3.** D
- **4.** D
- **5.** A
- Rješenja grupa B

Rješenja - grupa C

- 1. C
- **2.** D
- **3.** A
- **4.** B
- **5.** A
- **1.** D
- **2.** C
- **3.** B
- **4.** B
- **5.** D
- Rješenja grupa D
- **1.** A
- **2.** C
- **3.** C
- **4.** A
- **5.** D

- **6.** A
- **7.** A
- 8. D
- **9.** B
- **10.** C
- **6.** B
- **7.** C
- 8. C
- **9.** E
- **10.** A
- **6.** D
- **7.** B
- **8.** A
- **9.** D
- **10.** C
- **6.** A **7.** C
- **8.** B
- **9.** C
- **10.** B