

VJEROJATNOST I STATISTIKA – međuispit

22. 11. 2021.

Ime i prezime: _____

JMBAG: _____

Grupa: _____

Tijekom ove provjere znanja neću od drugoga primiti niti drugome pružiti pomoć te se neću koristiti nedopuštenim sredstvima. Ove su radnje povreda Kodeksa ponašanja te mogu uzrokovati trajno isključenje s Fakulteta.

Zdravstveno stanje dozvoljava mi pisanje ovog ispita.

Vlastoručni potpis studenta: _____

Zadatak 1.(10) (a) Špil od 52 karte, koji sadrži četiri asa, na slučajan način se dijeli na četiri hrpe od po 13 karata. Označimo događaje

$$A_i = \{i\text{-ta hrpa sadrži točno jednog asa}\}, i \in \{1, 2, 3, 4\}.$$

Odredite $P(A_i)$, te vjerojatnost $P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4)$ da svaka hrpa ima točno jednog asa.

(b) Neka su $A, B \in \Omega$ događaji za koje vrijedi $P(A), P(B) \in \langle 0, 1 \rangle$. Dokažite ili opovrgnite tvrdnju: Ako su A i B nezavisni, onda su nezavisni i njihovi komplementi.

Zadatak 2.(10) Neki izvor emitira tri vrste poruka: AAAA, BBBB, i CCCC. Vjerojatnosti njihovog emitiranja iznose redom 0.3, 0.4 i 0.3. Kao posljedica smetnji u kanalu, svaki se znak A, B ili C prima ispravno s vjerojatnošću 0.6. Vjerojatnost da znak bude pogrešno interpretiran iznosi 0.2 za obje preostale mogućnosti. Pretpostavlja se da je prijem svakog znaka u poruci nezavisan jedan od drugog. Izračunajte vjerojatnost da je emitirana poruka AAAA, ukoliko je primljena ACAB.

Zadatak 3.(10) Distribucija slučajne varijable X dana je s

$$X \sim \begin{pmatrix} -1 & 0 & 4 \\ 2a & 5a & b \end{pmatrix},$$

gdje su $a, b \in \langle 0, \frac{1}{2} \rangle$ realni parametri.

(a) Ako je poznato da je $\text{Var}X = 4$, odredite parametre a i b , te vjerojatnost $P(X > EX)$.

(b) Neka su X_1 i X_2 nezavisne i jednako distribuirane kao X . Odredite distribuciju njihove sume te izračunajte koeficijent korelacije $r(X_1, X_2^2)$.

OKRENITE STRANICU!

- Zadatak 4.(10)** (a) Odredite karakterističnu funkciju, a zatim i očekivanje i varijancu slučajne varijable s geometrijskom razdiobom.
- (b) Ponavljamo pokus sve dok se ne realizira jedan od disjunktih događaja A ili B . Neka je $p_A = P(A)$ i $p_B = P(B)$. Odredite vjerojatnost da se A dogodio prije B .

Zadatak 5.(10) Točka T bira se na sreću na stranici \overline{AB} jednakostraničnog trokuta ABC duljine stranice 2 cm. Slučajna varijabla X predstavlja kvadrat udaljenosti točke T do vrha C . Odredite funkciju razdiobe, očekivanje i varijancu varijable X .

Dopuštena je uporaba kalkulatora.