

# VJEROJATNOST I STATISTIKA – međuispit

18. 11. 2019.

**Zadatak 1. (10)** Iz posude u kojoj se nalazi 6 crnih, 8 plavih i 10 bijelih kuglica izvlačimo redom kuglice.

- (a) Izračunajte vjerojatnost da, ako vraćamo kuglice u posudu, izvučemo prije plavu nego bijelu. Modelirajte vjerojatnosni prostor.
- (b) Izračunajte vjerojatnost da, ako ne vraćamo kuglice u posudu, izvučemo prije plavu nego bijelu. Modelirajte vjerojatnosni prostor.
- (c) Izračunajte vjerojatnost da među 3 izvučene kuglice (bez vraćanja) bude više plavih nego bijelih kuglica.
- (d) Izračunajte vjerojatnost da među 3 izvučene kuglice (uz vraćanje) bude više plavih nego bijelih kuglica.

**Zadatak 2. (10)** U jednoj posudi se nalazi 6 bijelih i 4 crne kuglice, a u drugoj posudi 5 bijelih i 6 crnih kuglica. Igrač iz svake od dvije posude izvlači 3 puta po jednu kuglicu bez vraćanja (ukupno 6 izvlačenja). Ako su ukupno izvučene 2 bijele kuglice, izračunajte vjerojatnost da:

- (a) iz prve posude nije izvučena niti jedna bijela kuglica.
- (b) je iz prve posude izvučena jedna bijela kuglica.
- (c) su iz prve posude izvučene dvije bijele kuglice.

**Zadatak 3. (10)** Pokus se sastoji od bacanja triju novčića. Neka je  $X_k$  broj pisama u  $k$ -tom ponavljanju pokusa, a  $Y_k$  broj glava u istom ponavljanju.

- (a) Neka je  $S_n = X_1 + X_2 + \dots + X_n$ . Odredite razdiobu, očekivanje i disperziju varijable  $S_n$ .
- (b) Odredite zakon razdiobe slučajnog vektora  $(X_1, Y_1)$ .
- (c) Izračunajte koeficijent korelacije  $r(X_1, Y_1)$ .
- (d) Odredite zakon razdiobe slučajnog vektora  $(X_1, Y_2)$ .
- (e) Izračunajte koeficijent korelacije  $r(X_1, Y_2)$ .
- (f) Dokažite da za koeficijent korelacije  $r$  slučajnih varijabli  $X$  i  $Y$  vrijedi

$$|r(X, Y)| \leq 1.$$

**Zadatak 4. (10)** Neka su  $X_1, \dots, X_n$  nezavisne slučajne varijable koje imaju geometrijsku razdiobu s parametrima  $p_1, \dots, p_n$ , redom.

- (a) Dokažite da slučajna varijabla  $Y = \min(X_1, \dots, X_n)$  također ima geometrijsku razdiobu. Koliko iznosi parametar te razdiobe?  
(Uputa: Izrazite  $\mathbf{P}(Y = k)$  preko  $\mathbf{P}(Y > k - 1)$  i  $\mathbf{P}(Y > k)$ .)
- (b) Odredite očekivanje i karakterističnu funkciju od  $Y$ .

**Okrenite!**

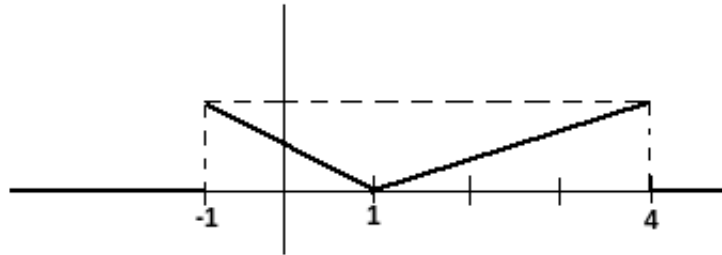
**Zadatak 5. (10)**

- (a) Pokažite da vrijedi

$$\mathbf{P}(X = x) = F_X(x^+) - F_X(x),$$

pri čemu  $F_X(x^+)$  označava limes zdesna u točki  $x \in \mathbb{R}$  funkcije razdiobe  $F_X$  slučajne varijable  $X$ .

- (b) Zadana je funkcija gustoće slučajne varijable  $f_X$  na slici:



Odredite formulu za funkciju gustoće  $f_X$  i funkciju razdiobe  $F_X$ . Nađite očekivanje i disperziju slučajne varijable  $X$ .

**Dopuštena je uporaba kalkulatora.**