

**VJEROJATNOST I STATISTIKA - međuispit**  
**25.4.2022.**

---

**Ime i prezime:** \_\_\_\_\_

**JMBAG:** \_\_\_\_\_

Tijekom ove provjere znanja neću od drugoga primiti niti drugome pružiti pomoć te se neću koristiti nedopuštenim sredstvima. Ove su radnje povreda Kodeksa ponašanja te mogu uzrokovati trajno isključenje s Fakulteta.

Zdravstveno stanje dozvoljava mi pisanje ovog ispita.

**Vlastoručni potpis studenta:** \_\_\_\_\_

---

**1. (10 bodova)**

Dane su točke  $O(0,0)$ ,  $P_1(2,0)$  i  $P_2(5,0)$ . Biramo na sreću točke  $A$  i  $B$  na dužini  $\overline{OP_1}$  i točku  $C$  na dužini  $\overline{P_1P_2}$ .

- (a) Kolika je vjerojatnost da duljina dužine  $\overline{AB}$  bude manja od 1?
- (b) Kolika je vjerojatnost da duljina dužine  $\overline{AC}$  bude manja od 1?

**2. (10 bodova)**

- (a) Napišite definiciju potpunog sustava događaja i napišite Bayesovu formulu.
- (b) U prvom snopu se nalazi 6 crvenih i 4 plave karte, a u drugom 4 crvene i 6 plavih karata. Iz svakog snopa izvlačimo na sreću po dvije karte. Ukoliko su izvučene 2 crvene i 2 plave karte, kolika je vjerojatnost da su obje crvene karte izvučene iz prvog snopa?

**3. (10 bodova)**

- (a) Dokažite da je  $D(X + Y) = D(X) + D(Y) + 2cov(X, Y)$ .
- (b) Ako je  $D(X) = 1$  i  $D(Y) = 4$ , koliko najviše može iznositi  $D(X+Y)$ ? Ako  $D(X+Y)$  poprima maksimalnu moguću vrijednost, kakav mora biti odnos slučajnih varijabli  $X$  i  $Y$ ?

**OKRENITE STRANICU!**

**4. (10 bodova)**

- (a) Tri igraće kocke na sreću bacamo 10 puta. Slučajnu varijablu  $X_1$  definiramo kao broj bacanja u kojem su te tri kocke pokazale tri uzastopna broja. Odredite zakon razdiobe slučajne varijable  $X_1$  i izračunajte  $P(X_1 \geq 2)$ .
- (b) Tri igraće kocke bacamo na sreću sve dok ne pokažu tri uzastopna broja. Slučajnu varijablu  $X_2$  definiramo kao broj bacanja. Odredite zakon razdiobe slučajne varijable  $X_2$  i izračunajte  $P(X_2 \geq 10)$ .

**5. (10 bodova)** Slučajna varijabla  $X$  zadana je funkcijom gustoće

$$f(x) = \frac{C}{x^3}, \quad x \geq 1.$$

- (a) Odredite  $C$ ,  $E(X)$  i  $P(X > E(X))$ .
- (b) Odredite i skicirajte funkciju gustoće slučajne varijable  $Y = \frac{1}{X}$ .