

# VJEROJATNOST I STATISTIKA – pismeni ispit

8. 2. 2021.

Ime i prezime: \_\_\_\_\_

JMBAG: \_\_\_\_\_

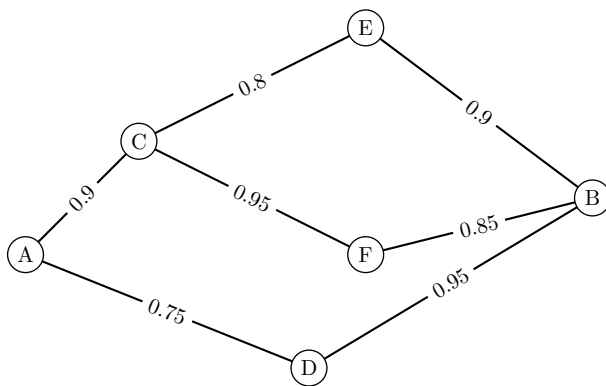
Grupa: \_\_\_\_\_

Tijekom ove provjere znanja neću od drugoga primiti niti drugome pružiti pomoć te se neću koristiti nedopuštenim sredstvima. Ove su radnje povreda Kodeksa ponašanja te mogu uzrokovati trajno isključenje s Fakulteta.

Zdravstveno stanje dozvoljava mi pisanje ovog ispita.

Vlastoručni potpis studenta: \_\_\_\_\_

- Zadatak 1.(10)**
- a) U posudi se nalazi 100 kuglica označenih brojevima od 1 do 100. Izvlačimo četiri kuglice, jednu po jednu bez vraćanja. Odredite vjerojatnost da je broj na zadnjoj kuglici manji nego broj na prvoj izvučenoj kuglici.
- b) Računalna mreža povezuje dva čvora  $A$  i  $B$  putem međučvorova  $C$ ,  $D$ ,  $E$  i  $F$  kao na slici. Za svaki par susjednih čvorova  $i$  i  $j$  dana je vjerojatnost  $p_{ij}$  da je direktna veza uspostavljena. Pretpostavimo da su prekidi u vezama međusobno nezavisni. Odredite vjerojatnost da čvorovi  $A$  i  $B$  mogu komunicirati, tj. da postoji put između  $A$  i  $B$  gdje sve veze funkcioniraju.



- Zadatak 2.(10)** Baca se kocka. Slučajna varijabla  $X$  poprima vrijednost koja je tri puta veća od broja okrenutog na kocki, dok slučajna varijabla  $Y$  poprima vrijednost 3 kad je okrenuti broj na kocki veći od 2, a vrijednost 0 kad okrenuti broj nije veći od 2. Izračunajte varijancu slučajne varijable  $Z = X + Y$ .

**OKRENITE STRANICU!**

**Zadatak 3.(10)** Pretpostavimo da je 220 grešaka raspoređeno slučajno unutar knjige od 200 stranica. Odredite vjerojatnost da dana stranica sadrži:

- a) niti jednu grešku,
- b) točno jednu grešku,
- c) barem dvije greške.

**Zadatak 4.(10)** Slučajne varijable  $X_1$  i  $X_2$  su nezavisne s eksponencijalnom razdiobom s parametrima  $\lambda_1$  i  $\lambda_2$ . Odredite funkciju razdiobe slučajne varijable  $Y = \frac{X_1}{X_1 + X_2}$ .

**Zadatak 5.(10)** Zaokružujemo 108 brojeva na najbliži cijeli broj, a zatim ih zbrajamo. Pretpostavimo da su greške zaokruživanja  $X_i$  nezavisne slučajne varijable s jednolikom razdiobom na intervalu  $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ .

- a) Kolika je vjerojatnost da se suma nakon zaokruživanja razlikuje od stvarne sume za više od 3?
- b) Neka je  $Y_i = |X_i|$  apsolutna pogreška prilikom zaokruživanja  $i$ -tog broja. Izračunajte vjerojatnost da ukupna apsolutna pogreška  $(Y_1 + \dots + Y_{108})$  nije veća od 30.

**Zadatak 6.(10)** Pretpostavimo da je  $X_1, \dots, X_n$  slučajan uzorak iz uniformne distribucije na intervalu  $(\vartheta, \vartheta + 1)$ , gdje je parametar  $\vartheta$  nepoznat. Pokažite da je procjenitelj najveće izglednosti za parametar  $\vartheta$  nije jedinstven i navedite sve procjenitelje najveće izglednosti za  $\vartheta$ .

**Dopuštena je uporaba kalkulatora i službenog podsjetnika.**