

ВАРИАНТЫ КУРСОВОЙ РАБОТЫ

1. В таблице 1 приведены определения трех множеств: U – множество геометрических векторов, V – множество действительных матриц (в частности, строк); W – множество действительных функций одной переменной (в частности, многочленов). Образует ли каждое из этих множеств векторное пространство над полем действительных чисел относительно обычных операций сложения элементов и умножения элемента на число? Если нет, то указать, какие именно свойства векторного пространства не выполнены. Если образует, то найти его размерность и базис.

Таблица 1.

Вар.	Мн-во	Определение множества
1	U	Множество всех геометрических векторов, являющихся линейными комбинациями данных ненулевых векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$.
	V	Множество всех строк из 4 чисел, сумма крайних элементов каждой из которых равна 1.
	W	Множество всех нечетных многочленов не выше третьей степени.
2	U	Множество всех единичных геометрических векторов пространства.
	V	Множество всех строк из 4 чисел.
	W	Множество всех четных многочленов не выше третьей степени.
3	U	Множество всех приложенных к точке O геометрических радиус-векторов, концы которых принадлежат плоскости, проходящей через точку O .
	V	Множество всех строк из 4 чисел, сумма элементов каждой из которых равна 1.
	W	Множество всех линейных комбинаций функций: $1, \sin^2 t, \cos^2 t, \sin 2t, \cos 2t$.
4	U	Множество всех приложенных к точке O геометрических радиус-векторов, концы которых принадлежат прямой, не проходящей через точку O .
	V	Множество всех строк из 4 чисел, сумма элементов каждой из которых равна 0.
	W	Множество всех линейных комбинаций функций: $1, e^t, e^{t+1}, e^{t-1}, te^t$.
5	U	Множество всех геометрических векторов, векторное произведение каждого из которых с данным вектором \vec{a} равно $\vec{0}$.
	V	Множество всех верхних треугольных матриц третьего порядка.
	W	Множество функций, монотонных на $[-1;1]$.
6	U	Множество всех приложенных к точке O геометрических радиус-векторов, концы которых принадлежат прямой, проходящей через точку O .
	V	Множество всех невырожденных квадратных матриц второго порядка.
	W	Множество многочленов $p(x)$ не выше второй степени, удовлетворяющих условию $p'(1) = 0$.

7	U	Множество всех геометрических векторов, скалярное произведение каждого из которых с данным вектором \bar{a} равно 1.
	V	Множество всех квадратных матриц третьего порядка с нулевыми элементами на главной диагонали.
	W	Множество многочленов $p(x)$ не выше второй степени, удовлетворяющих условию $p(1) = 0$.
8	U	Множество всех геометрических векторов пространства, перпендикулярных данной плоскости.
	V	Множество всех квадратных матриц второго порядка, сумма элементов каждой из которых равна 1.
	W	Множество многочленов $p(x)$ не выше второй степени, удовлетворяющих условию $p(0) + p'(0) = 0$.
9	U	Множество всех геометрических векторов пространства, перпендикулярных данной прямой.
	V	Множество всех вырожденных квадратных матриц второго порядка.
	W	Множество многочленов $p(x)$ не выше второй степени, удовлетворяющих условию $p(0) + p(1) = 0$.
10	U	Множество всех геометрических векторов пространства, принадлежащих данной прямой или параллельных ей.
	V	Множество всех строк из 4 чисел, произведение двух крайних элементов каждой из которых равно 0.
	W	Множество многочленов $p(x)$ не выше второй степени, удовлетворяющих условию $p(0) + p'(0) = 0$.
11	U	Множество всех геометрических векторов пространства, принадлежащих данной плоскости или параллельных ей.
	V	Множество всех квадратных матриц второго порядка, для каждой из которых столбец $(1 \ 2)^T$ является собственным вектором, соответствующим нулевому собственному значению.
	W	Множество многочленов $p(x)$ не выше второй степени, удовлетворяющих условию $p'(1) = 1$.
12	U	Множество всех приложенных к точке O геометрических радиус-векторов, являющихся аффинными комбинациями данных некопланарных векторов $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$.
	V	Множество всех строк из 5 чисел, два крайних элемента каждой из которых равны.
	W	Множество всех линейных комбинаций функций: $e^t, e^{t-1} \sin t, e^{t+1} \cos t$.
13	U	Множество всех приложенных к точке O геометрических радиус-векторов, являющихся неотрицательными линейными комбинациями данных некопланарных векторов $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$.
	V	Множество всех нижних треугольных матриц третьего порядка.
	W	Множество многочленов степени не выше второй, сумма коэффициентов каждого из которых равна нулю.
14	U	Множество всех геометрических векторов пространства, каждый из которых имеет равную нулю абсциссу.
	V	Множество всех диагональных матриц третьего порядка.
	W	Множество многочленов степени не выше второй, сумма коэффициентов каждого из которых равна 1.

15	U	Множество всех геометрических векторов пространства, каждый из которых имеет хотя бы одну нулевую координату.
	V	Множество всех матриц размеров 2×3 .
	W	Множество многочленов третьей степени.
16	U	Множество всех геометрических векторов пространства, все координаты каждого из которых равны.
	V	Множество всех кососимметрических матриц третьего порядка.
	W	Множество функций $f(x)$, удовлетворяющих условию $f(0) = 1$.
17	U	Множество всех геометрических векторов пространства, сумма координат каждого из которых равна 1.
	V	Множество всех симметрических матриц второго порядка.
	W	Множество многочленов $p(x)$ не выше третьей степени, удовлетворяющих условию $p''(1) = 0$.
18	U	Множество всех геометрических векторов пространства, сумма координат каждого из которых равна 0.
	V	Множество всех квадратных матриц второго порядка, для каждой из которых столбец $(1 \ 2)^T$ является собственным вектором, соответствующим собственному значению $\lambda = 1$.
	W	Множество многочленов $p(x)$ не выше второй степени, удовлетворяющих условию $p(1) = p'(1)$.
19	U	Множество всех геометрических векторов пространства, каждый из которых образует с данной прямой угол α ($0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$).
	V	Множество всех строк из 4 чисел, произведение крайних элементов каждой из которых равно 1.
	W	Множество многочленов $p(x)$ не выше второй степени, удовлетворяющих условию $p(-1) = p(1)$.
20	U	Множество всех геометрических векторов, являющихся линейными комбинациями данных ненулевых векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$.
	V	Множество всех строк из 4 чисел, сумма крайних элементов каждой из которых равна 1.
	W	Множество всех нечетных многочленов не выше третьей степени.
21	U	Множество всех единичных геометрических векторов пространства.
	V	Множество всех строк из 4 чисел.
	W	Множество всех четных многочленов не выше третьей степени.
22	U	Множество всех приложенных к точке O геометрических радиус-векторов, концы которых принадлежат плоскости, проходящей через точку O .
	V	Множество всех строк из 4 чисел, сумма элементов каждой из которых равна 1.
	W	Множество всех линейных комбинаций функций: $1, \sin^2 t, \cos^2 t, \sin 2t, \cos 2t$.
23	U	Множество всех приложенных к точке O геометрических радиус-векторов, концы которых принадлежат прямой, не проходящей через точку O .

	V	Множество всех строк из 4 чисел, сумма элементов каждой из которых равна 0.
	W	Множество всех линейных комбинаций функций: $1, e^t, e^{t+1}, e^{t-1}, te^t$.
24	U	Множество всех геометрических векторов, векторное произведение каждого из которых с данным вектором \bar{a} равно $\bar{0}$.
	V	Множество всех верхних треугольных матриц третьего порядка.
	W	Множество функций, монотонных на $[-1;1]$.
25	U	Множество всех приложенных к точке O геометрических радиус-векторов, концы которых принадлежат прямой, проходящей через точку O .
	V	Множество всех невырожденных квадратных матриц второго порядка.
	W	Множество многочленов $p(x)$ не выше второй степени, удовлетворяющих условию $p'(1) = 0$.
26	U	Множество всех геометрических векторов, скалярное произведение каждого из которых с данным вектором \bar{a} равно 1.
	V	Множество всех квадратных матриц третьего порядка с нулевыми элементами на главной диагонали.
	W	Множество многочленов $p(x)$ не выше второй степени, удовлетворяющих условию $p(1) = 0$.
27	U	Множество всех геометрических векторов пространства, перпендикулярных данной плоскости.
	V	Множество всех квадратных матриц второго порядка, сумма элементов каждой из которых равна 1.
	W	Множество многочленов $p(x)$ не выше второй степени, удовлетворяющих условию $p(0) + p'(0) = 0$.
28	U	Множество всех геометрических векторов пространства, перпендикулярных данной прямой.
	V	Множество всех вырожденных квадратных матриц второго порядка.
	W	Множество многочленов $p(x)$ не выше второй степени, удовлетворяющих условию $p(0) + p(1) = 0$.
29	U	Множество всех геометрических векторов пространства, принадлежащих данной прямой или параллельных ей.
	V	Множество всех строк из 4 чисел, произведение двух крайних элементов каждой из которых равно 0.
	W	Множество многочленов $p(x)$ не выше второй степени, удовлетворяющих условию $p(0) + p'(0) = 0$.
30	U	Множество всех геометрических векторов пространства, каждый из которых образует с данной плоскостью угол α ($0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$).
	V	Множество всех строк из 4 чисел, сумма крайних элементов каждой из которых равна 1.
	W	Множество многочленов $p(x)$ не выше третьей степени, удовлетворяющих условию $p'(-1) = p'(1)$.

2. Доказать, что каждая из систем векторов $(a) = (a_1, a_2, a_3)$ и $(b) = (b_1, b_2, b_3)$, приведенных в таблице 2, образует базис в пространстве \mathbb{R}^3 . Найти матрицу перехода от базиса (a) к базису (b) и координаты вектора x в базисе (a) и (b) , если известны его координаты в стандартном базисе $(e) = (e_1, e_2, e_3)$, где $e_1 = (1, 0, 0)^T$, $e_2 = (0, 1, 0)^T$, $e_3 = (0, 0, 1)^T$.

Таблица 2.

Вар.	a_1	a_2	a_3	b_1	b_2	b_3	x
1	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 \\ 7 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$
2	$\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -5 \\ 12 \\ -4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$
3	$\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 \\ -3 \\ 10 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$
4	$\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 11 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 \\ 7 \\ 6 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ -3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$
5	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -5 \\ -6 \\ -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3 \\ -8 \\ -8 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$
6	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 \\ -5 \\ -3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -7 \\ -10 \\ 14 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$
7	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -5 \\ -5 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3 \\ -5 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -4 \\ -6 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$
8	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -6 \\ -8 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3 \\ -8 \\ 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -7 \\ -18 \\ 9 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$
9	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -4 \\ -7 \\ -3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

10	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -4 \\ -7 \\ -3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -5 \\ -9 \\ 7 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$
11	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -4 \\ -7 \\ -3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -5 \\ -9 \\ -5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -7 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$
12	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3 \\ -5 \\ -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 \\ -7 \\ -6 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -4 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$
13	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3 \\ -5 \\ -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -4 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 \\ 7 \\ -3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ -11 \\ 6 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$
14	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -4 \\ -7 \\ -3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$
15	$\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 5 \\ -7 \\ -3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 \\ -5 \\ 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$
16	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -5 \\ -9 \\ -4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$
17	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 \\ -9 \\ -5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
18	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -6 \\ -8 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 8 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ -12 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$
19	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -4 \\ -7 \\ -3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$
20	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 \\ 7 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

21	$\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -5 \\ 12 \\ -4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$
22	$\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 \\ -3 \\ 10 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$
23	$\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 11 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 \\ 7 \\ 6 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ -3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$
24	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -5 \\ -6 \\ -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3 \\ -8 \\ -8 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$
25	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 \\ -5 \\ -3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -7 \\ -10 \\ 14 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$
26	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -5 \\ -5 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3 \\ -5 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -4 \\ -6 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$
27	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -6 \\ -8 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3 \\ -8 \\ 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -7 \\ -18 \\ 9 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$
28	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -4 \\ -7 \\ -3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$
29	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -4 \\ -7 \\ -3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -5 \\ -9 \\ 7 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$
30	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ -5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -5 \\ -11 \\ 15 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 8 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

3. Найти размерность и базис каждого из подпространств A , B , их алгебраической суммы $A+B$ и пересечения $A \cap B$, если подпространство A задано линейной оболочкой

своих образующих $A = \text{Lin}(a_1, a_2, a_3, a_4)$, а подпространство B – системой уравнений $Bx = 0$. Образующие a_1, a_2, a_3, a_4 и матрица B системы уравнений приведены в таблице 3.

Таблица 3.

Вар.	a_1	a_2	a_3	a_4	B
1	$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 5 \\ 9 \\ 0 \\ -7 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ 9 \\ -6 \\ -3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & -1 \\ 3 & -3 & -3 & -2 \\ 2 & -2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$
2	$\begin{pmatrix} -2 \\ 9 \\ 7 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 8 \\ 6 \\ -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3 \\ 5 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 \\ 3 & 2 & -5 & -4 \\ 5 & 6 & -9 & 2 \end{pmatrix}$
3	$\begin{pmatrix} 1 \\ -5 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 \\ 8 \\ 6 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & 1 \\ 3 & -1 & 0 & -2 \\ 5 & -1 & -1 & -3 \end{pmatrix}$
4	$\begin{pmatrix} -1 \\ 7 \\ -6 \\ -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 5 \\ -8 \\ 6 \\ -5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ -6 \\ -9 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \\ -7 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 & 0 \\ -4 & -1 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}$
5	$\begin{pmatrix} -1 \\ 6 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 5 \\ -6 \\ 7 \\ 7 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & -4 & 2 \\ 1 & 6 & -2 & 8 \end{pmatrix}$
6	$\begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -4 \\ 8 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & -2 & 2 \\ -2 & 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$
7	$\begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 9 \\ 7 \\ -7 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -2 & -3 \\ 3 & 2 & -3 & -4 \end{pmatrix}$
8	$\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 8 \\ -5 \\ 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 1 \\ 3 & 5 & 6 & 7 \\ -1 & -1 & 2 & -5 \end{pmatrix}$

9	$\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 7 \\ -2 \\ 9 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & -1 & 1 \\ 3 & 4 & -1 & 2 \end{pmatrix}$
10	$\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -5 \\ 7 \\ 7 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ -5 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3 \\ 6 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 & 1 \\ -3 & 1 & -4 & 1 \\ 5 & -2 & 7 & -1 \end{pmatrix}$
11	$\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 7 \\ -4 \\ -8 \\ -3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ -4 \\ -5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 2 \\ -3 & 0 & -4 & 3 \\ 2 & 1 & 4 & -5 \end{pmatrix}$
12	$\begin{pmatrix} 2 \\ 9 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 11 \\ 3 \\ -8 \\ 7 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & -2 \\ -2 & -3 & 7 & 1 \\ 3 & 4 & -8 & -3 \end{pmatrix}$
13	$\begin{pmatrix} 2 \\ 8 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & -1 \\ -3 & 1 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & -1 & 2 \end{pmatrix}$
14	$\begin{pmatrix} 3 \\ 7 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 \\ 9 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 5 \\ -4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 5 & 4 \\ 4 & -5 & 3 & -3 \\ 3 & -4 & -2 & -7 \end{pmatrix}$
15	$\begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ -4 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & -4 \\ 3 & -4 & 2 & 3 \\ 4 & -3 & 3 & -1 \end{pmatrix}$
16	$\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ 8 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & 1 \\ 3 & -1 & 4 & -2 \\ 4 & -2 & 5 & -3 \end{pmatrix}$
17	$\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 9 \\ -4 \\ 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & -1 \\ 5 & -4 & -1 & -6 \\ 3 & -2 & -1 & -4 \end{pmatrix}$

18	$\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 8 \\ -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & -6 & -1 & 2 \\ 2 & 5 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
19	$\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & -1 \\ 3 & -1 & 6 & -4 \\ 2 & 1 & 7 & -3 \end{pmatrix}$
20	$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 5 \\ 9 \\ 0 \\ -7 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ 9 \\ -6 \\ -3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & -1 \\ 3 & -3 & -3 & -2 \\ 2 & -2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$
21	$\begin{pmatrix} -2 \\ 9 \\ 7 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 8 \\ 6 \\ -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3 \\ 5 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 \\ 3 & 2 & -5 & -4 \\ 5 & 6 & -9 & 2 \end{pmatrix}$
22	$\begin{pmatrix} 1 \\ -5 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 \\ 8 \\ 6 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & 1 \\ 3 & -1 & 0 & -2 \\ 5 & -1 & -1 & -3 \end{pmatrix}$
23	$\begin{pmatrix} -1 \\ 7 \\ -6 \\ -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 5 \\ -8 \\ 6 \\ -5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ -6 \\ -9 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \\ -7 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 & 0 \\ -4 & -1 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}$
24	$\begin{pmatrix} -1 \\ 6 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 5 \\ -6 \\ 7 \\ 7 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & -4 & 2 \\ 1 & 6 & -2 & 8 \end{pmatrix}$
25	$\begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -4 \\ 8 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & -2 & 2 \\ -2 & 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$
26	$\begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 9 \\ 7 \\ -7 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -2 & -3 \\ 3 & 2 & -3 & -4 \end{pmatrix}$

27	$\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 8 \\ -5 \\ 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 1 \\ 3 & 5 & 6 & 7 \\ -1 & -1 & 2 & -5 \end{pmatrix}$
28	$\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 7 \\ -2 \\ 9 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & -1 & 1 \\ 3 & 4 & -1 & 2 \end{pmatrix}$
29	$\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -5 \\ 7 \\ 7 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ -5 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3 \\ 6 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 & 1 \\ -3 & 1 & -4 & 1 \\ 5 & -2 & 7 & -1 \end{pmatrix}$
30	$\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ -4 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & 0 & -4 & 5 \\ 3 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -2 & 6 \end{pmatrix}$

4. Можно ли в векторных пространствах \mathbb{R}^2 (столбцов из двух действительных чисел) и P_2 (многочленов степени не выше второй) задать скалярное произведение формулами (1) или (2), приведенными в таблице 4? Если можно, то найти угол между первыми двумя векторами стандартного базиса.

Таблица 4.

Вар.	Пр-во	Формула (1)	Формула (2)
1	\mathbb{R}^2	$(x, y) = x_1 y_1 - x_1 y_2 - x_2 y_1 + 3x_2 y_2$	$(x, y) = 2x_1 y_1 + x_2 y_2 + 1$
	P_2	$(p, q) = p(0)q(0) + p(1)q(1)$	$(p, q) = \int_{-1}^1 p(x)q(x)dx + p'(0)q'(0)$
2	\mathbb{R}^2	$(x, y) = x_1 y_1 + x_1 y_2 + x_2 y_1 + x_2 y_2$	$(x, y) = 2x_1 y_1 - x_1 y_2 - x_2 y_1 + x_2 y_2$
	P_2	$(p, q) = p(0)q(0) + p^2(1)q^2(1)$	$(p, q) = \int_0^1 [p(x)q(x) + p'(x)q'(x)]dx$
3	\mathbb{R}^2	$(x, y) = x_1 y_1 - x_1 y_2 - x_2 y_1 + 2x_2 y_2$	$(x, y) = x_1 y_1 - x_2 y_2$
	P_2	$(p, q) = p(0)q(0) + p(1)q(1) + 2p(2)q(2)$	$(p, q) = \int_0^1 [p(x)q(x) - p'(x)q'(x)]dx$

4	\mathbb{R}^2	$(x, y) = 2x_1y_1 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + 3x_2y_2$	$(x, y) = 2x_1y_1 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + x_2y_2$
	P_2	$(p, q) = p(0)q(0) + p'(1)q'(1)$	$(p, q) = \int_{-1}^1 [p(x)q(x) + p''(x)q''(x)]dx$
5	\mathbb{R}^2	$(x, y) = x_1y_1 + x_1y_2 - x_2y_1 + 3x_2y_2$	$(x, y) = 2x_1y_1 + x_2y_2$
	P_2	$(p, q) = p(1)q(1) + p'(1)q'(1) + p''(1)q''(1)$	$(p, q) = \int_0^1 [p'(x)q'(x) + p''(x)q''(x)]dx$
6	\mathbb{R}^2	$(x, y) = -x_1y_1 + x_1y_2 + x_2y_1 + 2x_2y_2$	$(x, y) = 2x_1y_1 + x_1y_2 + x_2y_1 + 2x_2y_2$
	P_2	$(p, q) = p(1)q(1) - p'(1)q'(1) + p''(1)q''(1)$	$(p, q) = \int_0^1 [p(x)q(x) + 2p'(x)q'(x)]dx$
7	\mathbb{R}^2	$(x, y) = x_1y_1 + 2x_1y_2 + 2x_2y_1 + 5x_2y_2$	$(x, y) = x_1y_1 + x_1y_2 + x_2y_1$
	P_2	$(p, q) = p(0)q(0) + p(1)q(1) + p'(2)q'(2)$	$(p, q) = \int_{-1}^1 p(x)q'(x)dx$
8	\mathbb{R}^2	$(x, y) = x_1y_2 + x_2y_1 + 2x_2y_2$	$(x, y) = x_1y_1 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + 5x_2y_2$
	P_2	$(p, q) = p(0)q(0) + p(1)q(1) + p''(1)q''(1)$	$(p, q) = \int_{-1}^1 p'(x)q''(x)dx$
9	\mathbb{R}^2	$(x, y) = 5x_1y_1 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + x_2y_2$	$(x, y) = 2x_1y_1 + x_2y_1 + x_2y_2$
	P_2	$(p, q) = p'(0)q'(0) + p'(1)q'(1) + p(1)q(1)$	$(p, q) = \int_{-1}^1 p''(x)q''(x)dx$
10	\mathbb{R}^2	$(x, y) = x_1y_1 + x_1y_2 + 2x_2y_2$	$(x, y) = 5x_1y_1 + 2x_1y_2 + 2x_2y_1 + x_2y_2$
	P_2	$(p, q) = p(0)q(0) + p''(1)q''(1)$	$(p, q) = \int_{-1}^1 p(x)q(x)dx + p(0)q(0)$
11	\mathbb{R}^2	$(x, y) = x_1 + y_1 + x_2y_2$	$(x, y) = 3x_1y_1 - x_1y_2 - x_2y_1 + 2x_2y_2$
	P_2	$(p, q) = p(0)q(0) + 2p(1)q(1) + p(2)q(2)$	$(p, q) = \int_{-1}^1 p'(x)q'(x)dx$
12	\mathbb{R}^2	$(x, y) = 4x_1y_1 - x_1y_2 - x_2y_1 + x_2y_2$	$(x, y) = x_1 + y_1 + x_2y_2 $
	P_2	$(p, q) = p'(0)q'(0) + p(1)q(1) - p(2)q(2)$	$(p, q) = \int_{-1}^1 p'(x)q'(x)dx + p(0)q(0)$

13	\mathbb{R}^2	$(x, y) = x_1^2 + y_1^2 + x_2^2 + y_2^2$	$(x, y) = 4x_1y_1 + x_1y_2 + x_2y_1 + x_2y_2$
	P_2	$(p, q) = p'(0)q'(0) + p(1)q(1) + p'(2)q'(2)$	$(p, q) = \int_{-1}^1 p''(x)q''(x)dx + p(0)q(0)$
14	\mathbb{R}^2	$(x, y) = 4x_1y_1 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + 2x_2y_2$	$(x, y) = x_1^2y_1^2 + x_2^2y_2^2$
	P_2	$(p, q) = p'(0)q'(0) + p''(1)q''(1)$	$(p, q) = \int_0^1 p'(x)q'(x)dx + 2p(0)q(0)$
15	\mathbb{R}^2	$(x, y) = x_1^2y_1^2 + x_2y_2$	$(x, y) = 4x_1y_1 + 2x_1y_2 + 2x_2y_1 + 2x_2y_2$
	P_2	$(p, q) = p''(0)q''(0) + p''(1)q''(1)$	$(p, q) = \int_0^1 p(x)q(x)dx + 2p(0)q(0)$
16	\mathbb{R}^2	$(x, y) = x_1y_1 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + 5x_2y_2$	$(x, y) = x_1y_1 + 2x_2y_2 + 1$
	P_2	$(p, q) = p(1)q'(1) + p'(1)q(1)$	$(p, q) = \int_0^1 p(x)q(x)dx + p'(0)q'(0)$
17	\mathbb{R}^2	$(x, y) = x_1 \cdot y_1 + x_2y_2$	$(x, y) = x_1y_1 + 2x_1y_2 + 2x_2y_1 + 5x_2y_2$
	P_2	$(p, q) = p(1)q(1) + p(1)q'(1) + p'(1)q(1)$	$(p, q) = \int_{-1}^1 p(x)q(x)dx + p''(0)q''(0)$
18	\mathbb{R}^2	$(x, y) = 2x_1y_1 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + 3x_2y_2$	$(x, y) = x_1y_2 - x_2y_1$
	P_2	$(p, q) = p(0)q(0) + 2p(1)q(1) + 3p(2)q(2)$	$(p, q) = \int_{-1}^1 p'(x)q'(x)dx + p''(0)q''(0)$
19	\mathbb{R}^2	$(x, y) = x_1y_1 + x_1y_2 + x_2y_1 - x_2y_2$	$(x, y) = 2x_1y_1 + 2x_1y_2 + 2x_2y_1 + 3x_2y_2$
	P_2	$(p, q) = p(1)q(1) + 2p(2)q(2) + 3p(3)q(3)$	$(p, q) = \int_{-1}^1 p(x)q(x)dx + p(-1)q(1)$
20	\mathbb{R}^2	$(x, y) = x_1y_1 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3x_2y_2$	$(x, y) = 2x_1y_1 + x_2y_2 + 1$
	P_2	$(p, q) = p(0)q(0) + p(1)q(1)$	$(p, q) = \int_{-1}^1 p(x)q(x)dx + p'(0)q'(0)$
21	\mathbb{R}^2	$(x, y) = x_1y_1 + x_1y_2 + x_2y_1 + x_2y_2$	$(x, y) = 2x_1y_1 - x_1y_2 - x_2y_1 + x_2y_2$

	P_2	$(p, q) = p(0)q(0) + p^2(1)q^2(1)$	$(p, q) = \int_0^1 [p(x)q(x) + p'(x)q'(x)]dx$
22	\mathbb{R}^2	$(x, y) = x_1y_1 - x_1y_2 - x_2y_1 + 2x_2y_2$	$(x, y) = x_1y_1 - x_2y_2$
	P_2	$(p, q) = p(0)q(0) + p(1)q(1) + 2p(2)q(2)$	$(p, q) = \int_0^1 [p(x)q(x) - p'(x)q'(x)]dx$
23	\mathbb{R}^2	$(x, y) = 2x_1y_1 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + 3x_2y_2$	$(x, y) = 2x_1y_1 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + x_2y_2$
	P_2	$(p, q) = p(0)q(0) + p'(1)q'(1)$	$(p, q) = \int_{-1}^1 [p(x)q(x) + p''(x)q''(x)]dx$
24	\mathbb{R}^2	$(x, y) = x_1y_1 + x_1y_2 - x_2y_1 + 3x_2y_2$	$(x, y) = 2x_1y_1 + x_2y_2$
	P_2	$(p, q) = p(1)q(1) + p'(1)q'(1) + p''(1)q''(1)$	$(p, q) = \int_0^1 [p'(x)q'(x) + p''(x)q''(x)]dx$
25	\mathbb{R}^2	$(x, y) = -x_1y_1 + x_1y_2 + x_2y_1 + 2x_2y_2$	$(x, y) = 2x_1y_1 + x_1y_2 + x_2y_1 + 2x_2y_2$
	P_2	$(p, q) = p(1)q(1) - p'(1)q'(1) + p''(1)q''(1)$	$(p, q) = \int_0^1 [p(x)q(x) + 2p'(x)q'(x)]dx$
26	\mathbb{R}^2	$(x, y) = x_1y_1 + 2x_1y_2 + 2x_2y_1 + 5x_2y_2$	$(x, y) = x_1y_1 + x_1y_2 + x_2y_1$
	P_2	$(p, q) = p(0)q(0) + p(1)q(1) + p'(2)q'(2)$	$(p, q) = \int_{-1}^1 p(x)q'(x)dx$
27	\mathbb{R}^2	$(x, y) = x_1y_2 + x_2y_1 + 2x_2y_2$	$(x, y) = x_1y_1 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + 5x_2y_2$
	P_2	$(p, q) = p(0)q(0) + p(1)q(1) + p''(1)q''(1)$	$(p, q) = \int_{-1}^1 p'(x)q''(x)dx$
28	\mathbb{R}^2	$(x, y) = 5x_1y_1 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + x_2y_2$	$(x, y) = 2x_1y_1 + x_2y_1 + x_2y_2$
	P_2	$(p, q) = p'(0)q'(0) + p'(1)q'(1) + p(1)q(1)$	$(p, q) = \int_{-1}^1 p''(x)q''(x)dx$
29	\mathbb{R}^2	$(x, y) = x_1y_1 + x_1y_2 + 2x_2y_2$	$(x, y) = 5x_1y_1 + 2x_1y_2 + 2x_2y_1 + x_2y_2$

	P_2	$(p, q) = p(0)q(0) + p''(1)q''(1)$	$(p, q) = \int_{-1}^1 p(x)q(x)dx + p(0)q(0)$
20	\mathbb{R}^2	$(x, y) = 3x_1y_1 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + 2x_2y_2$	$(x, y) = x_1y_1 - x_1y_2 - x_2y_1 - x_2y_2$
	P_2	$(p, q) = p'(1)q'(1) + p(1)q'(1) + p'(1)q(1)$	$(p, q) = \int_0^1 p(x)q(x)dx + 2p(0)q(0)$

5. Элементы a_1, a_2, a_3, a_4 евклидова пространства \mathbb{R}^4 со стандартным скалярным произведением $(x, y) = x^T y$ приведены в таблице 5. Применяя процесс ортогонализации к системе элементов a_1, a_2, a_3, a_4 , найти ортогональный базис подпространства $A = \text{Lin}(a_1, a_2, a_3, a_4)$. Дополнить этот базис до ортогонального базиса всего пространства \mathbb{R}^4 .

Таблица 5.

Вар.	a_1	a_2	a_3	a_4	Вар.	a_1	a_2	a_3	a_4
1	$\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 6 \\ 7 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3 \\ -4 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$	2	$\begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$
3	$\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 8 \\ 3 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$	4	$\begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$
5	$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	6	$\begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ -4 \\ -3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -4 \\ -2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$
7	$\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$	8	$\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 5 \\ -6 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 7 \\ -2 \\ 1 \\ -6 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \\ -8 \end{pmatrix}$

9	$\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ -3 \\ -4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 \\ 6 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 \\ 6 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$	10	$\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$
11	$\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -6 \\ -9 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -7 \\ 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}$	12	$\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ -5 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ -5 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -3 \\ -7 \end{pmatrix}$
13	$\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 5 \\ -4 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$	14	$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ -4 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$
15	$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -5 \\ 0 \end{pmatrix}$	16	$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$
17	$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$	18	$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3 \\ -2 \\ 4 \\ -4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$
19	$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$	20	$\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 6 \\ 7 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3 \\ -4 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$
21	$\begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$	22	$\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 8 \\ 3 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$
23	$\begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$	24	$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
25	$\begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ -4 \\ -3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -4 \\ -2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$	26	$\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$

27	$\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 5 \\ -6 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 7 \\ -2 \\ 1 \\ -6 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \\ -8 \end{pmatrix}$	28	$\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ -3 \\ -4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 \\ 6 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 \\ 6 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$
29	$\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$	30	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -5 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 8 \\ -7 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix}$

6. В пространстве \mathbb{R}^4 со стандартным скалярным произведением $(x, y) = x^T y$ заданы столбцы a_1, a_2, a_3 и подпространство \mathbf{B} – множество решений однородной системы $Bx = 0$. Столбцы a_1, a_2, a_3 и матрица B приведены в таблице 6. Найти:

а) величину угла между вектором x (см. табл.6) и подпространством $\text{Lin}(a_1, a_2, a_3)$;

б) ортогональную проекцию $b \in \mathbf{B}$ вектора y (см. табл.6) на подпространство \mathbf{B} и его ортогональную составляющую (перпендикуляр) $h \in \mathbf{B}^\perp$ относительно подпространства \mathbf{B} .

Таблица 6.

Вар.	a_1	a_2	a_3	x	B	y
1	$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 2 \\ -1 & -4 & -2 & -6 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$
2	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -3 & -2 & -1 & -4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$
3	$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -5 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$
4	$\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}$

5	$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -4 \\ -1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & -2 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$
6	$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$
7	$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$
8	$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$
9	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & -2 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$
10	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$
11	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$
12	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$
13	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -4 \\ -1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

14	$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -5 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & -2 \\ 2 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$
15	$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3 \\ -2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$
16	$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 2 \\ -1 & -1 & -1 & -3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$
17	$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$
18	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$
19	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix}$
20	$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 2 \\ -1 & -4 & -2 & -6 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$
21	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -3 & -2 & -1 & -4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$
22	$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -5 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

23	$\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}$
24	$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -4 \\ -1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & -2 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$
25	$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$
26	$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$
27	$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$
28	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & -2 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$
29	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$
30	$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ -4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

7. Отображение $\mathcal{A}: P_1 \rightarrow P_2$ пространства P_1 многочленов не выше первой степени с действительными коэффициентами в пространство P_2 многочленов не выше второй степени задано в таблице 7. Для отображения \mathcal{A} :

а) выяснить является ли оно инъективным, сюръективным, биективным, обратимым;

б) доказать линейность;

в) найти ядро, образ, дефект, ранг;

г) составить матрицу отображения относительно стандартных базисов.

Таблица 7.

Вар.	Отображение	Вар.	Отображение
1	$\mathcal{A}(p(x)) = 2 \int_0^x tp'(t)dt + 3p(x)$	2	$\mathcal{A}(p(x)) = 4 \int_0^x p(t)dt - xp'(x)$
3	$\mathcal{A}(p(x)) = 4 \int_0^x tp'(t)dt + xp'(x)$	4	$\mathcal{A}(p(x)) = 2 \int_0^x p(t)dt + 5xp(x)$
5	$\mathcal{A}(p(x)) = 6 \int_0^x tp'(t)dt - 2p(x)$	6	$\mathcal{A}(p(x)) = 6 \int_0^x p(t)dt - x^2 p'(x)$
7	$\mathcal{A}(p(x)) = \int_0^x tp'(t)dt - x^2 p'(x)$	8	$\mathcal{A}(p(x)) = 2 \int_0^x p(t)dt + 3xp(x)$
9	$\mathcal{A}(p(x)) = 4 \int_0^x tp'(t)dt + p'(x)$	10	$\mathcal{A}(p(x)) = 4 \int_0^x p(t)dt - xp'(x)$
11	$\mathcal{A}(p(x)) = 6 \int_0^x tp'(t)dt + x^2 p'(x)$	12	$\mathcal{A}(p(x)) = 2 \int_0^x p(t)dt + xp(x)$
13	$\mathcal{A}(p(x)) = 4 \int_0^x tp'(t)dt - 3xp(x)$	14	$\mathcal{A}(p(x)) = 4 \int_0^x p(t)dt - x^2 p'(x)$
15	$\mathcal{A}(p(x)) = 2 \int_0^x tp'(t)dt + x^2 p'(x)$	16	$\mathcal{A}(p(x)) = 6 \int_0^x p(t)dt - xp(x)$
17	$\mathcal{A}(p(x)) = 6 \int_0^x tp'(t)dt + 2xp(x)$	18	$\mathcal{A}(p(x)) = 4 \int_0^x p(t)dt + x^2 p'(x)$
19	$\mathcal{A}(p(x)) = 4 \int_0^x tp'(t)dt + 3p'(x)$	20	$\mathcal{A}(p(x)) = 2 \int_0^x tp'(t)dt + 3p(x)$
21	$\mathcal{A}(p(x)) = 4 \int_0^x p(t)dt - xp'(x)$	22	$\mathcal{A}(p(x)) = 4 \int_0^x tp'(t)dt + xp'(x)$

23	$\mathcal{A}(p(x)) = 2 \int_0^x p(t)dt + 5xp(x)$	24	$\mathcal{A}(p(x)) = 6 \int_0^x tp'(t)dt - 2p(x)$
25	$\mathcal{A}(p(x)) = 6 \int_0^x p(t)dt - x^2 p'(x)$	26	$\mathcal{A}(p(x)) = \int_0^x tp'(t)dt - x^2 p'(x)$
27	$\mathcal{A}(p(x)) = 2 \int_0^x p(t)dt + 3xp(x)$	28	$\mathcal{A}(p(x)) = 4 \int_0^x tp'(t)dt + p'(x)$
29	$\mathcal{A}(p(x)) = 4 \int_0^x p(t)dt - xp'(x)$	30	$\mathcal{A}(p(x)) = 2 \int_0^x p(t)dt - 3xp(x)$

8. Преобразование $\mathcal{A}: V_3 \rightarrow V_3$ пространства V_3 геометрических векторов задано в таблице 8. Для этого преобразования:

- выяснить является ли оно инъективным, сюръективным, биективным, обратимым;
- доказать линейность;
- найти ядро, образ, дефект, ранг;
- составить матрицу A преобразования относительно стандартного базиса.

Таблица 8.

Вар.	Преобразование
1	Ортогональное проектирование на плоскость, содержащую векторы \bar{i} и \bar{j} .
2	Зеркальное отражение в плоскости, содержащей векторы \bar{i} и \bar{j} .
3	Поворот на угол $\frac{\pi}{2}$ вокруг оси, содержащей вектор \bar{i} в направлении от вектора \bar{j} к вектору \bar{k} .
4	Ортогональное проектирование на ось, содержащую вектор $\bar{i} + \bar{k}$.
5	Зеркальное отражение в оси, содержащей вектор $\bar{i} + \bar{k}$.
6	Ортогональное проектирование на плоскость, содержащую векторы $\bar{i} + \bar{k}$ и \bar{j} .
7	Зеркальное отражение в плоскости, содержащей векторы $\bar{i} + \bar{k}$ и \bar{j} .
8	Поворот на угол $\frac{\pi}{2}$ вокруг оси, содержащей вектор \bar{i} в направлении от вектора \bar{k} к вектору \bar{j} .
9	Ортогональное проектирование на ось, содержащую вектор $\bar{i} + \bar{j}$.
10	Зеркальное отражение в оси, содержащей вектор $\bar{j} - \bar{k}$.
11	Ортогональное проектирование на плоскость, содержащую векторы $\bar{i} - \bar{k}$ и \bar{j} .
12	Зеркальное отражение в плоскости, содержащей векторы $\bar{i} - \bar{k}$ и \bar{j} .
13	Поворот на угол $\frac{2\pi}{3}$ вокруг оси, содержащей вектор $\bar{i} + \bar{j} + \bar{k}$ в направлении от вектора \bar{i} к вектору \bar{j} .

14	Ортогональное проектирование на ось, содержащую вектор $\bar{k} - \bar{j}$.
15	Зеркальное отражение в оси, содержащей вектор $\bar{k} - \bar{j}$.
16	Ортогональное проектирование на плоскость, содержащую векторы $\bar{i} + \bar{j}$ и \bar{k} .
17	Зеркальное отражение в плоскости, содержащей векторы $\bar{i} + \bar{j}$ и \bar{k} .
18	Поворот на угол $\frac{2\pi}{3}$ вокруг оси, содержащей вектор $\bar{i} + \bar{j} + \bar{k}$ в направлении от вектора \bar{j} к вектору \bar{i} .
19	Ортогональное проектирование на ось, содержащую вектор $\bar{i} - \bar{j}$.
20	Ортогональное проектирование на плоскость, содержащую векторы \bar{i} и \bar{j} .
21	Зеркальное отражение в плоскости, содержащей векторы \bar{i} и \bar{j} .
22	Поворот на угол $\frac{\pi}{2}$ вокруг оси, содержащей вектор \bar{i} в направлении от вектора \bar{j} к вектору \bar{k} .
23	Ортогональное проектирование на ось, содержащую вектор $\bar{i} + \bar{k}$.
24	Зеркальное отражение в оси, содержащей вектор $\bar{i} + \bar{k}$.
25	Ортогональное проектирование на плоскость, содержащую векторы $\bar{i} + \bar{k}$ и \bar{j} .
26	Зеркальное отражение в плоскости, содержащей векторы $\bar{i} + \bar{k}$ и \bar{j} .
27	Поворот на угол $\frac{\pi}{2}$ вокруг оси, содержащей вектор \bar{i} в направлении от вектора \bar{k} к вектору \bar{j} .
28	Ортогональное проектирование на ось, содержащую вектор $\bar{i} + \bar{j}$.
29	Зеркальное отражение в оси, содержащей вектор $\bar{j} - \bar{k}$.
30	Зеркальное отражение в оси, содержащей вектор $\bar{i} - \bar{j}$.

9. Преобразование $\mathcal{A}: V_3 \rightarrow V_3$ пространства V_3 геометрических векторов задано в таблице 8. Для этого преобразования:

- найти собственные векторы и собственные значения;
- определить алгебраическую и геометрическую кратности собственных значений;
- указать одномерные и двумерные инвариантные подпространства.

10. Линейные преобразования \mathcal{A} и \mathcal{B} в некотором базисе имеют соответственно матрицы A , B , приведенные в таблице 9. Найти жордановы нормальные формы J_A и J_B матриц этих преобразований, а также матрицы перехода S_A и S_B к жорданову базису. Выполнить проверку, используя равенства $S_A J_A = A S_A$ и $S_B J_B = B S_B$.

Таблица 9.

Bap.	A	B	Bap.	A	B
1	$\begin{pmatrix} 7 & -4 & 4 \\ 7 & -4 & 7 \\ 3 & -3 & 6 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 & -1 & 1 \\ 3 & -1 & 1 \\ -3 & -1 & 0 \end{pmatrix}$	2	$\begin{pmatrix} 0 & -2 & 2 \\ 3 & -5 & 3 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -5 & 1 & 5 \\ 3 & -2 & -4 \\ -4 & 1 & 4 \end{pmatrix}$
3	$\begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & -3 \\ -1 & 2 & 8 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ -1 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$	4	$\begin{pmatrix} 2 & -4 & 4 \\ 7 & -9 & 7 \\ 3 & -3 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3 & 3 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \\ 1 & -4 & -5 \end{pmatrix}$
5	$\begin{pmatrix} -3 & -2 & 2 \\ 3 & -8 & 3 \\ 1 & -1 & -4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 & 4 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$	6	$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & -3 \\ -1 & 2 & 6 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \\ -5 & -3 & -2 \end{pmatrix}$
7	$\begin{pmatrix} -6 & 2 & 3 \\ 1 & -7 & -3 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 5 & -4 & -5 \\ 3 & -2 & -4 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$	8	$\begin{pmatrix} -3 & 7 & 7 \\ -3 & 7 & 3 \\ -4 & 4 & 8 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & 1 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$
9	$\begin{pmatrix} -1 & -2 & 2 \\ 3 & -6 & 3 \\ 1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	10	$\begin{pmatrix} 5 & -8 & 4 \\ 1 & -1 & 2 \\ 1 & -4 & 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ -2 & 2 & 1 \\ -2 & 3 & 2 \end{pmatrix}$
11	$\begin{pmatrix} -3 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & -2 \\ 3 & 3 & -7 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -3 \\ 1 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$	12	$\begin{pmatrix} -2 & 7 & 7 \\ -3 & 8 & 3 \\ -4 & 4 & 9 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 & 1 & -1 \\ -3 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & -4 \end{pmatrix}$
13	$\begin{pmatrix} 7 & -8 & 4 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 7 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -8 & 5 & 9 \\ -3 & 1 & 4 \\ -4 & 3 & 4 \end{pmatrix}$	14	$\begin{pmatrix} 4 & 1 & -4 \\ 4 & 4 & -8 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 5 & 4 & -3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$
15	$\begin{pmatrix} -3 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & -2 \\ 3 & 3 & -7 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3 & 9 & 5 \\ -4 & 9 & 3 \\ -3 & 4 & 6 \end{pmatrix}$	16	$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 \\ 4 & 2 & -4 \\ 7 & 7 & -9 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3 & -3 & 4 \\ 1 & -5 & -1 \\ 0 & 1 & -7 \end{pmatrix}$
17	$\begin{pmatrix} 5 & 1 & -4 \\ 4 & 5 & -8 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 & -4 & 3 \\ 9 & -8 & 5 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix}$	18	$\begin{pmatrix} -2 & -2 & 2 \\ 3 & -7 & 3 \\ 1 & -1 & -3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -5 & 5 & 9 \\ -3 & 4 & 4 \\ -4 & 3 & 7 \end{pmatrix}$
19	$\begin{pmatrix} -5 & -3 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & -4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 & 1 & -1 \\ -2 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	20	$\begin{pmatrix} 7 & -4 & 4 \\ 7 & -4 & 7 \\ 3 & -3 & 6 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 & -1 & 1 \\ 3 & -1 & 1 \\ -3 & -1 & 0 \end{pmatrix}$
21	$\begin{pmatrix} 0 & -2 & 2 \\ 3 & -5 & 3 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -5 & 1 & 5 \\ 3 & -2 & -4 \\ -4 & 1 & 4 \end{pmatrix}$	22	$\begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & -3 \\ -1 & 2 & 8 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ -1 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

23	$\begin{pmatrix} 2 & -4 & 4 \\ 7 & -9 & 7 \\ 3 & -3 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3 & 3 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \\ 1 & -4 & -5 \end{pmatrix}$	24	$\begin{pmatrix} -3 & -2 & 2 \\ 3 & -8 & 3 \\ 1 & -1 & -4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 & 4 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$
25	$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & -3 \\ -1 & 2 & 6 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \\ -5 & -3 & -2 \end{pmatrix}$	26	$\begin{pmatrix} -6 & 2 & 3 \\ 1 & -7 & -3 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 5 & -4 & -5 \\ 3 & -2 & -4 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$
27	$\begin{pmatrix} -3 & 7 & 7 \\ -3 & 7 & 3 \\ -4 & 4 & 8 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & 1 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$	28	$\begin{pmatrix} -1 & -2 & 2 \\ 3 & -6 & 3 \\ 1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$
29	$\begin{pmatrix} 5 & -8 & 4 \\ 1 & -1 & 2 \\ 1 & -4 & 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ -2 & 2 & 1 \\ -2 & 3 & 2 \end{pmatrix}$	30	$\begin{pmatrix} 7 & 3 & -3 \\ 4 & 8 & -4 \\ 7 & 7 & -3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 \\ -2 & -6 & 13 \\ -1 & -4 & 8 \end{pmatrix}$

11. Найти степень A^{20} матрицы, заданной в таблице 10, двумя способами:

а) приводя матрицу к жордановой нормальной форме;

б) используя характеристический многочлен матрицы как аннулирующий.

Таблица 10.

Вар.	A	Вар.	A	Вар.	A	Вар.	A	Вар.	A
1	$\begin{pmatrix} 8 & -4 \\ 1 & 12 \end{pmatrix}$	2	$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -8 & 9 \end{pmatrix}$	3	$\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$	4	$\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 4 & -6 \end{pmatrix}$	5	$\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -8 & 6 \end{pmatrix}$
6	$\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$	7	$\begin{pmatrix} -4 & 1 \\ -4 & 0 \end{pmatrix}$	8	$\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 12 & -10 \end{pmatrix}$	9	$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -4 & 6 \end{pmatrix}$	10	$\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 4 & -7 \end{pmatrix}$
11	$\begin{pmatrix} -9 & -1 \\ 1 & -11 \end{pmatrix}$	12	$\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 6 & -8 \end{pmatrix}$	13	$\begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 8 & -3 \end{pmatrix}$	14	$\begin{pmatrix} 12 & -1 \\ 4 & 8 \end{pmatrix}$	15	$\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 8 & -5 \end{pmatrix}$
16	$\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 8 & -6 \end{pmatrix}$	17	$\begin{pmatrix} -7 & -2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$	18	$\begin{pmatrix} -6 & 1 \\ -4 & -2 \end{pmatrix}$	19	$\begin{pmatrix} 8 & -2 \\ 8 & 0 \end{pmatrix}$	20	$\begin{pmatrix} 8 & -4 \\ 1 & 12 \end{pmatrix}$
21	$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -8 & 9 \end{pmatrix}$	22	$\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$	23	$\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 4 & -6 \end{pmatrix}$	24	$\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -8 & 6 \end{pmatrix}$	25	$\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$
26	$\begin{pmatrix} -4 & 1 \\ -4 & 0 \end{pmatrix}$	27	$\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 12 & -10 \end{pmatrix}$	28	$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -4 & 6 \end{pmatrix}$	29	$\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 4 & -7 \end{pmatrix}$	30	$\begin{pmatrix} 9 & -2 \\ 8 & 1 \end{pmatrix}$

12. Ортогональное преобразование \mathcal{A} и самосопряженное преобразование \mathcal{B} пространства геометрических векторов V_3 в ортонормированном базисе $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ имеют соответственно

матрицы A и B , приведенные в таблице 11. Каждое преобразование привести к каноническому виду, т.е. найти ортонормированный базис $\bar{s}_1, \bar{s}_2, \bar{s}_3$, в котором матрица преобразования имеет канонический вид (8.1) или (8.2), и найти эту матрицу. Выяснить геометрический смысл каждого преобразования.

Таблица 11.

Вар.	A	B	Вар.	A	B
1	$\frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	2	$\frac{1}{27} \begin{pmatrix} 2 & 25 & 10 \\ 10 & -10 & 23 \\ 25 & 2 & -10 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$
3	$\frac{1}{9} \begin{pmatrix} 1 & 8 & 4 \\ 4 & -4 & 7 \\ 8 & 1 & -4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & 2 & -2 \\ 2 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$	4	$\frac{1}{11} \begin{pmatrix} 6 & 2 & 9 \\ -6 & 9 & 2 \\ 7 & 6 & -6 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 5 \end{pmatrix}$
5	$\frac{1}{19} \begin{pmatrix} 1 & 18 & 6 \\ 6 & -6 & 17 \\ 18 & 1 & -6 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$	6	$\frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$
7	$\frac{1}{27} \begin{pmatrix} 25 & 2 & 10 \\ -10 & 10 & 23 \\ 2 & 25 & -10 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$	8	$\frac{1}{9} \begin{pmatrix} 8 & 1 & 4 \\ -4 & 4 & 7 \\ 1 & 8 & -4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & -1 & -2 \\ -1 & 0 & 2 \\ -2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$
9	$\frac{1}{11} \begin{pmatrix} 2 & 6 & 9 \\ 9 & -6 & 2 \\ 6 & 7 & -6 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$	10	$\frac{1}{19} \begin{pmatrix} 18 & 1 & 6 \\ -6 & 6 & 17 \\ 1 & 18 & -6 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$
11	$\frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 & -2 & 2 \\ -2 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$	12	$\frac{1}{27} \begin{pmatrix} 10 & 25 & 2 \\ 23 & -10 & 10 \\ -10 & 2 & 25 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$
13	$\frac{1}{9} \begin{pmatrix} 4 & 1 & 8 \\ 7 & 4 & -4 \\ -4 & 8 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$	14	$\frac{1}{11} \begin{pmatrix} 9 & 2 & 6 \\ 2 & 9 & -6 \\ -6 & 6 & 7 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -4 & 4 & -2 \\ 4 & -4 & 2 \\ -2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$
15	$\frac{1}{19} \begin{pmatrix} 6 & 18 & 1 \\ 17 & -6 & 6 \\ -6 & 1 & 18 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$	16	$\frac{1}{27} \begin{pmatrix} 10 & 2 & 25 \\ 23 & 10 & -10 \\ -10 & 25 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 \\ -1 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$
17	$\frac{1}{9} \begin{pmatrix} 4 & 8 & 1 \\ 7 & -4 & 4 \\ -4 & 1 & 8 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 2 & -2 \\ 2 & 5 & 1 \\ -2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$	18	$\frac{1}{11} \begin{pmatrix} 2 & 9 & -6 \\ -6 & 6 & 7 \\ 9 & 2 & 6 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

19	$\frac{1}{19} \begin{pmatrix} 6 & 1 & 18 \\ 17 & 6 & -6 \\ -6 & 18 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$	20	$\frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$
21	$\frac{1}{27} \begin{pmatrix} 2 & 25 & 10 \\ 10 & -10 & 23 \\ 25 & 2 & -10 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$	22	$\frac{1}{9} \begin{pmatrix} 1 & 8 & 4 \\ 4 & -4 & 7 \\ 8 & 1 & -4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & 2 & -2 \\ 2 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$
23	$\frac{1}{11} \begin{pmatrix} 6 & 2 & 9 \\ -6 & 9 & 2 \\ 7 & 6 & -6 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 5 \end{pmatrix}$	24	$\frac{1}{19} \begin{pmatrix} 1 & 18 & 6 \\ 6 & -6 & 17 \\ 18 & 1 & -6 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$
25	$\frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$	26	$\frac{1}{27} \begin{pmatrix} 25 & 2 & 10 \\ -10 & 10 & 23 \\ 2 & 25 & -10 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$
27	$\frac{1}{9} \begin{pmatrix} 8 & 1 & 4 \\ -4 & 4 & 7 \\ 1 & 8 & -4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & -1 & -2 \\ -1 & 0 & 2 \\ -2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$	28	$\frac{1}{11} \begin{pmatrix} 2 & 6 & 9 \\ 9 & -6 & 2 \\ 6 & 7 & -6 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$
29	$\frac{1}{19} \begin{pmatrix} 18 & 1 & 6 \\ -6 & 6 & 17 \\ 1 & 18 & -6 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$	30	$\frac{1}{9} \begin{pmatrix} 1 & 4 & 8 \\ 8 & -4 & 1 \\ 4 & 7 & -4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

13. Преобразование пространства геометрических векторов V_2 задано в таблице 12. Выяснить геометрический смысл сопряженного преобразования, найти его инвариантные подпространства и матрицу в стандартном базисе \bar{i}, \bar{j} .

Таблица 12.

Вар.	Преобразование
1	Проектирование на $L_1 = \text{Lin}(\bar{i} + \bar{j})$ параллельно $L_2 = \text{Lin}(\bar{i} - 2\bar{j})$.
2	Отражение в $L_1 = \text{Lin}(\bar{i} - \bar{j})$ параллельно $L_2 = \text{Lin}(\bar{i} + 2\bar{j})$.
3	Проектирование на $L_1 = \text{Lin}(\bar{i} - \bar{j})$ параллельно $L_2 = \text{Lin}(2\bar{i} + \bar{j})$.
4	Отражение в $L_1 = \text{Lin}(\bar{i} + \bar{j})$ параллельно $L_2 = \text{Lin}(2\bar{i} - \bar{j})$.
5	Проектирование на $L_1 = \text{Lin}(\bar{i} + 2\bar{j})$ параллельно $L_2 = \text{Lin}(\bar{i} - \bar{j})$.
6	Отражение в $L_1 = \text{Lin}(\bar{i} - 2\bar{j})$ параллельно $L_2 = \text{Lin}(\bar{i} + \bar{j})$.
7	Проектирование на $L_1 = \text{Lin}(2\bar{i} + \bar{j})$ параллельно $L_2 = \text{Lin}(\bar{i} - \bar{j})$.

8	Отражение в $L_1 = \text{Lin}(2\bar{i} + \bar{j})$ параллельно $L_2 = \text{Lin}(\bar{i} + \bar{j})$.
9	Проектирование на $L_1 = \text{Lin}(\bar{i} + \bar{j})$ параллельно $L_2 = \text{Lin}(\bar{i} - 2\bar{j})$.
10	Отражение в $L_1 = \text{Lin}(\bar{i} + \bar{j})$ параллельно $L_2 = \text{Lin}(\bar{i} - 2\bar{j})$.
11	Проектирование на $L_1 = \text{Lin}(\bar{i} + 2\bar{j})$ параллельно $L_2 = \text{Lin}(\bar{i} + \bar{j})$.
12	Отражение в $L_1 = \text{Lin}(\bar{i} - 2\bar{j})$ параллельно $L_2 = \text{Lin}(\bar{i} + \bar{j})$.
13	Проектирование на $L_1 = \text{Lin}(3\bar{i} + \bar{j})$ параллельно $L_2 = \text{Lin}(\bar{i} - \bar{j})$.
14	Отражение в $L_1 = \text{Lin}(3\bar{i} - \bar{j})$ параллельно $L_2 = \text{Lin}(\bar{i} + \bar{j})$.
15	Проектирование на $L_1 = \text{Lin}(\bar{i} + 3\bar{j})$ параллельно $L_2 = \text{Lin}(\bar{i} - \bar{j})$.
16	Отражение в $L_1 = \text{Lin}(\bar{i} - 3\bar{j})$ параллельно $L_2 = \text{Lin}(\bar{i} + \bar{j})$.
17	Проектирование на $L_1 = \text{Lin}(\bar{i} + \bar{j})$ параллельно $L_2 = \text{Lin}(\bar{i} - 3\bar{j})$.
18	Отражение в $L_1 = \text{Lin}(\bar{i} - \bar{j})$ параллельно $L_2 = \text{Lin}(\bar{i} + 3\bar{j})$.
19	Проектирование на $L_1 = \text{Lin}(\bar{i} + \bar{j})$ параллельно $L_2 = \text{Lin}(3\bar{i} - \bar{j})$.
20	Проектирование на $L_1 = \text{Lin}(\bar{i} + \bar{j})$ параллельно $L_2 = \text{Lin}(\bar{i} - 2\bar{j})$.
21	Отражение в $L_1 = \text{Lin}(\bar{i} - \bar{j})$ параллельно $L_2 = \text{Lin}(\bar{i} + 2\bar{j})$.
22	Проектирование на $L_1 = \text{Lin}(\bar{i} - \bar{j})$ параллельно $L_2 = \text{Lin}(2\bar{i} + \bar{j})$.
23	Отражение в $L_1 = \text{Lin}(\bar{i} + \bar{j})$ параллельно $L_2 = \text{Lin}(2\bar{i} - \bar{j})$.
24	Проектирование на $L_1 = \text{Lin}(\bar{i} + 2\bar{j})$ параллельно $L_2 = \text{Lin}(\bar{i} - \bar{j})$.
25	Отражение в $L_1 = \text{Lin}(\bar{i} - 2\bar{j})$ параллельно $L_2 = \text{Lin}(\bar{i} + \bar{j})$.
26	Проектирование на $L_1 = \text{Lin}(2\bar{i} + \bar{j})$ параллельно $L_2 = \text{Lin}(\bar{i} - \bar{j})$.
27	Отражение в $L_1 = \text{Lin}(2\bar{i} + \bar{j})$ параллельно $L_2 = \text{Lin}(\bar{i} + \bar{j})$.
28	Проектирование на $L_1 = \text{Lin}(\bar{i} + \bar{j})$ параллельно $L_2 = \text{Lin}(\bar{i} - 2\bar{j})$.
29	Отражение в $L_1 = \text{Lin}(\bar{i} + \bar{j})$ параллельно $L_2 = \text{Lin}(\bar{i} - 2\bar{j})$.
30	Отражение в $L_1 = \text{Lin}(\bar{i} - \bar{j})$ параллельно $L_2 = \text{Lin}(3\bar{i} + \bar{j})$.

14. Преобразование $\mathcal{A}: V_2 \rightarrow V_2$ пространства V_2 – геометрических векторов в стандартном базисе \bar{i}, \bar{j} имеет матрицу A , приведенную в таблице 13. Представить эту матрицу в виде произведения $A = SQ$ неотрицательной симметрической матрицы S и ортогональной матрицы Q . Выяснить геометрический смысл преобразования \mathcal{A} , рассматривая его как композицию $\mathcal{A} = \mathcal{S}Q$ неотрицательного самосопряженного преобразования \mathcal{S} (с матрицей S) и ортогонального преобразования Q (с матрицей Q).

Таблица 13.

Вар.	A	Вар.	A	Вар.	A	Вар.	A	Вар.	A
1	$\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$	2	$\begin{pmatrix} 8 & 4 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$	3	$\begin{pmatrix} 6 & 5 \\ -4 & 6 \end{pmatrix}$	4	$\begin{pmatrix} 6 & 4 \\ -1 & 6 \end{pmatrix}$	5	$\begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$
6	$\begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 6 & -2 \end{pmatrix}$	7	$\begin{pmatrix} 6 & 6 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}$	8	$\begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$	9	$\begin{pmatrix} 8 & 4 \\ -4 & 7 \end{pmatrix}$	10	$\begin{pmatrix} 6 & 7 \\ -2 & 6 \end{pmatrix}$
11	$\begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 6 & -4 \end{pmatrix}$	12	$\begin{pmatrix} 6 & 2 \\ -3 & 6 \end{pmatrix}$	13	$\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ -4 & 6 \end{pmatrix}$	14	$\begin{pmatrix} 6 & 3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$	15	$\begin{pmatrix} 6 & 1 \\ -4 & 6 \end{pmatrix}$
16	$\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$	17	$\begin{pmatrix} 6 & 3 \\ -2 & 6 \end{pmatrix}$	18	$\begin{pmatrix} 4 & -8 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$	19	$\begin{pmatrix} 4 & 4 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$	20	$\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$
21	$\begin{pmatrix} 8 & 4 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$	22	$\begin{pmatrix} 6 & 5 \\ -4 & 6 \end{pmatrix}$	23	$\begin{pmatrix} 6 & 4 \\ -1 & 6 \end{pmatrix}$	24	$\begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$	25	$\begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 6 & -2 \end{pmatrix}$
26	$\begin{pmatrix} 6 & 6 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}$	27	$\begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$	28	$\begin{pmatrix} 8 & 4 \\ -4 & 7 \end{pmatrix}$	29	$\begin{pmatrix} 6 & 7 \\ -2 & 6 \end{pmatrix}$	30	$\begin{pmatrix} 7 & 3 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$

15. Найти ортогональную замену переменных $x = Sy$, приводящую квадратичную форму, заданную в таблице 14, к главным осям. В ответе указать канонический вид и матрицу S .

Таблица 14.

Вар.	Квадратичная форма	Вар.	Квадратичная форма
1	$x_1^2 + 4x_2^2 + 4x_3^2 - 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 2x_2x_3$	2	$2x_1^2 + 2x_2^2 + 2x_3^2 - 2x_1x_2 + 2x_1x_3 - 2x_2x_3$
3	$2x_1^2 + 5x_2^2 + 5x_3^2 + 4x_1x_2 - 4x_1x_3 + 2x_2x_3$	4	$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - 4x_1x_2 + 4x_1x_3 - 4x_2x_3$
5	$x_1^2 + 2x_2^2 + 2x_3^2 + 4x_1x_2 - 4x_1x_3 + 2x_2x_3$	6	$-4x_1^2 - 4x_2^2 - x_3^2 + 8x_1x_2 - 4x_1x_3 + 4x_2x_3$
7	$2x_1^2 + 2x_2^2 + 2x_3^2 - 2x_1x_2 - 2x_1x_3 - 2x_2x_3$	8	$x_1^2 + x_2^2 + 4x_3^2 - 2x_1x_2 - 4x_1x_3 + 4x_2x_3$
9	$2x_1^2 + 5x_2^2 + 5x_3^2 + 4x_1x_2 - 4x_1x_3 + 2x_2x_3$	10	$3x_1^2 + 3x_2^2 + 3x_3^2 - 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 4x_2x_3$
11	$x_1^2 + 4x_2^2 + 4x_3^2 - 4x_1x_2 - 4x_1x_3 - 2x_2x_3$	12	$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 - 2x_2x_3$

13	$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 - 2x_1x_3 - 2x_2x_3$	14	$2x_1^2 + 2x_2^2 + 5x_3^2 + 2x_1x_2 + 4x_1x_3 + 4x_2x_3$
15	$2x_1^2 + 2x_2^2 + 2x_3^2 - 2x_1x_2 - 2x_1x_3 + 2x_2x_3$	16	$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 - 2x_1x_3 + 2x_2x_3$
17	$2x_1^2 + 2x_2^2 + 2x_3^2 - 2x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2x_3$	18	$3x_1^2 + 3x_2^2 + 3x_3^2 - 2x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2x_3$
19	$5x_1^2 + 5x_2^2 + 8x_3^2 - 8x_1x_2 + 4x_1x_3 + 4x_2x_3$	20	$x_1^2 + 4x_2^2 + 4x_3^2 - 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 2x_2x_3$
21	$2x_1^2 + 2x_2^2 + 2x_3^2 - 2x_1x_2 + 2x_1x_3 - 2x_2x_3$	22	$2x_1^2 + 5x_2^2 + 5x_3^2 + 4x_1x_2 - 4x_1x_3 + 2x_2x_3$
23	$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - 4x_1x_2 + 4x_1x_3 - 4x_2x_3$	24	$x_1^2 + 2x_2^2 + 2x_3^2 + 4x_1x_2 - 4x_1x_3 + 2x_2x_3$
25	$-4x_1^2 - 4x_2^2 - x_3^2 + 8x_1x_2 - 4x_1x_3 + 4x_2x_3$	26	$2x_1^2 + 2x_2^2 + 2x_3^2 - 2x_1x_2 - 2x_1x_3 - 2x_2x_3$
27	$x_1^2 + x_2^2 + 4x_3^2 - 2x_1x_2 - 4x_1x_3 + 4x_2x_3$	28	$2x_1^2 + 5x_2^2 + 5x_3^2 + 4x_1x_2 - 4x_1x_3 + 2x_2x_3$
29	$3x_1^2 + 3x_2^2 + 3x_3^2 - 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 4x_2x_3$	30	$x_1^2 + 2x_2^2 + 2x_3^2 - 2x_1x_2 + 2x_1x_3 - 2x_2x_3$

16. Найти линейную невырожденную замену переменных, приводящую одну из пары квадратичных форм, указанных в таблице 15, к каноническому виду, а другую – к нормальному. В ответе указать канонический вид и замену переменных.

Таблица 15.

Вар.	Квадратичные формы	
1	$14x^2 - 22xy + 8.5y^2$	$10x^2 - 14xy + 5y^2$
2	$36x^2 - 40xy + 11y^2$	$-13x^2 + 16xy - 5y^2$
3	$-25x^2 + 40xy - 16y^2$	$17x^2 - 26xy + 10y^2$
4	$-5.2x^2 + 2xy$	$-34x^2 + 26xy - 5y^2$
5	$-9.8x^2 + 28xy - 20y^2$	$2x^2 - 6xy + 5y^2$
6	$24x^2 - 20xy + 4y^2$	$-13x^2 + 10xy - 2y^2$
7	$-4x^2 + 8xy - 3y^2$	$5x^2 - 16xy + 13y^2$
8	$49x^2 - 28xy + 4y^2$	$-25x^2 + 14xy - 2y^2$
9	$-29x^2 + 34xy - 10y^2$	$29x^2 - 34xy + 10y^2$
10	$5x^2 - 2xy + 0.2y^2$	$-5x^2 + 6xy - 2y^2$
11	$-12x^2 - 20xy - 8y^2$	$10x^2 + 14xy + 5y^2$
12	$-51x^2 - 64xy - 20y^2$	$-13x^2 - 16xy - 5y^2$

13	$25x^2 + 40xy + 16y^2$	$17x^2 + 26xy + 10y^2$
14	$-26x^2 - 10xy$	$-34x^2 - 26xy - 5y^2$
15	$-0.2x^2 + 0.8xy - 0.8y^2$	$2x^2 + 6xy + 5y^2$
16	$-24x^2 + 20xy - 4y^2$	$-13x^2 + 10xy - 2y^2$
17	$-5x^2 + 16xy - 12y^2$	$5x^2 - 16xy + 13y^2$
18	$-49x^2 + 28xy - 4y^2$	$-25x^2 + 14xy - 2y^2$
19	$-24x^2 + 38xy - 14y^2$	$29x^2 - 34xy + 10y^2$
20	$14x^2 - 22xy + 8.5y^2$	$10x^2 - 14xy + 5y^2$
21	$36x^2 - 40xy + 11y^2$	$-13x^2 + 16xy - 5y^2$
22	$-25x^2 + 40xy - 16y^2$	$17x^2 - 26xy + 10y^2$
23	$-5.2x^2 + 2xy$	$-34x^2 + 26xy - 5y^2$
24	$-9.8x^2 + 28xy - 20y^2$	$2x^2 - 6xy + 5y^2$
25	$24x^2 - 20xy + 4y^2$	$-13x^2 + 10xy - 2y^2$
26	$-4x^2 + 8xy - 3y^2$	$5x^2 - 16xy + 13y^2$
27	$49x^2 - 28xy + 4y^2$	$-25x^2 + 14xy - 2y^2$
28	$-29x^2 + 34xy - 10y^2$	$29x^2 - 34xy + 10y^2$
29	$5x^2 - 2xy + 0.2y^2$	$-5x^2 + 6xy - 2y^2$
30	$0.8x^2 + 0.8xy + 0.2y^2$	$-5x^2 + 6xy - 2y^2$