

ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ
(2 семестр)

1. Прimitивно-рекурсивные и частично-рекурсивные функции. Примеры
2. Полугруппы. Моноиды. Группы. Примеры - много.
3. Циклические группы и подгруппы, теорема о подгруппе циклической группы. Примеры.
4. Симметрические группы. Перемножение подстановок. Транспозиции. Примеры.
5. Теорема о разложении подстановок в произведение независимых циклов.
6. Смежные классы. Теорема о разбиении элементов группы на смежные классы.
7. Теорема Лагранжа. Нормальный делитель - два эквивалентных определения.
8. Изоморфизм групп. Примеры. Свойства изоморфизма.
9. Теорема Кэли.
10. Теорема об изоморфизме групп одного порядка.
11. Сопряженные элементы. Теорема о нормальной подгруппе и сопряженных элементах.
12. Гомоморфизм групп. Свойства гомоморфизма. Ядро и образ гомоморфизма.
13. Теоремы о ядре и образе гомоморфизма.
14. Основная теорема о гомоморфизмах. Пример гомоморфного отображения группы самосовмещений квадрата в симметрическую группу S_4 .
15. Задание группы образующими и определяющими соотношениями.
16. Кольца и поля. Определения. Идеал. Делители нуля. Теорема об обратимых элементах кольца. Примеры.
17. Графы. Определения.
18. Нахождение матрицы связности по матрице смежности для неориентированного графа (два алгоритма Уоршалла). Итерационный с доказательством.
19. Нахождение матриц односторонней (алгоритмы Уоршалла) и сильной связности по матрице смежности для орграфа. Матрица контуров.
20. Алгоритм нахождения компонент связности графа и сильной связности орграфа.
21. Алгоритм Тэрри. Пример.
22. Алгоритм поиска кратчайшего пути в орграфе - «фронт волны». Пример.
23. Алгоритм нахождения минимального пути в нагруженном орграфе. Доказательство. Пример.
24. Нахождение максимальных внутренне устойчивых подмножеств графа. Доказательство метода Магу. Пример.
25. Нахождение минимальных внешне устойчивых подмножеств графа. Доказательство метода Магу. Пример.
26. Ядро графа в ориентированном и неориентированном графах. Примеры.
27. Разбиение графа на уровни - алгоритм Демукрона. Пример.
28. Функции на графах. Теорема о нахождении функции Гранди графа без контуров. Примеры.
29. Четыре определения дерева и их эквивалентность.
30. Алгоритмы нахождения остовного дерева графа и остовного дерева минимального веса. Обоснование. Примеры.
31. Цикломатическое число графа. Алгоритм нахождения базиса циклов. Обоснование.
32. Вектор-циклы. Цикломатическая матрица. Пример.
33. Уравнения Кирхгофа для токов и напряжений. Пример.
34. Транспортные сети. Определение потока. Задача о портовых перевозках.
35. Алгоритмы нахождения полного потока в транспортной сети. Пример.
36. Алгоритм нахождения максимального потока в транспортной сети через увеличивающие цепи. Пример.

37. Эйлеровы и Гамильтоновы пути. Теорема. Примеры.
38. Матричное кодирование. Групповые коды. Декодирование с использованием смежных классов. Пример.
39. Код Хэмминга. Пример.
40. Бином Ньютона. Свойства треугольника Паскаля с доказательствами.
41. Полиномиальная формула. Пример применения.
42. Вывести формулы для нахождения $A_n^k, \bar{A}_n^k, C_n^k, \bar{C}_n^k$
43. Формула включений и исключений. Доказательство.
44. Формула включений и исключений для числа объектов, не обладающих свойствами $\alpha_1, \dots, \alpha_n$. Обоснование. Пример.
45. Количество целочисленных решений линейного уравнения. Пример.

ТИПОВЫЕ ЗАДАЧИ

1. Применив полиномиальную формулу, вычислить $(a+b+c+d)^4$
2. Найти число целочисленных решений системы

$$\sum_{i=1}^n x_i = k,$$

$$k_i \leq x_i \leq m_i, i=1,2,3.$$
3. Доказать, что любая группа третьего (4) порядка коммутативна.
4. Сколько групп 2-ого, 3, и 4 порядка с точностью до изоморфизма.
5. Пример гомоморфного отображения групп.
6. Доказать, что структура является полем, кольцом.
7. Сколькими способами можно выбрать 10 карт из 52 так, чтобы среди них были хотя бы два туза?
8. Найти фактор-группу группы самосовмещений квадрата (8 элементов) по подгруппе $H=\{\phi_0, \phi_\pi\}$. (Группы целых чисел с операцией + по любой подгруппе).
9. Распознать группы
 - А) вращений квадрата
 - Б) самосовмещений ромба.
10. Распознать группу $G = \langle a, b \mid a^3 = e, b^2 = e, ab = ba^2 \rangle$. И другие.
11. Сколькими способами можно разложить 20 одинаковых шаров по 3 урнам, так, чтобы в каждой было более 5 шаров? (Выбрать 10 пирожных 4 сортов).
12. Доказать примитивную рекурсивность заданной функций.