



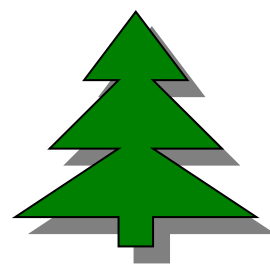
Экзаменационные вопросы по ДМ (1 семестр)

1. Понятие множества. Основные определения. Парадокс Рассела. Операции над множествами.
2. Основные тождества алгебры множеств (с доказательством).
3. Характеристическая функция множества. Два утверждения. Доказательства тождеств и утверждений с помощью характеристической функции. Примеры.
4. Нечеткие множества. Определения. Операции. Примеры.
5. Прямое произведение, примеры. Доказательство тождеств, содержащих прямое произведение. Примеры.
6. Отношение эквивалентности и разбиение множеств. Классы эквивалентности. Примеры.
7. Теоремы о связи между разбиением и отношением эквивалентности.
8. Обратное отношение. Композиция отношений. Свойства. Примеры.
9. Функция. Инъективная, сюръективная и биективная функция. Определения. Примеры.
10. Теоремы о композиции функций и обратной функции.
11. Отношение частичного и линейного порядка. Свойства. Примеры.
12. Диаграммы Хассе. Наибольший, наименьший, минимальный, максимальный элементы. Построение частичного порядка до линейного. Примеры.
13. Равномощность множеств. Конечные множества. Счетные множества. Примеры. Свойства счетных множеств.
14. Множества мощности континуум. Теорема Кантора о несчетности точек отрезка $[0,1]$.
15. Равномощность множеств мощности континуума: отрезки, интервалы, действительные числа.
16. Сравнение множеств по мощности. Теорема Кантора-Бернштейна. Теорема о мощности множества всех подмножеств множества A .
17. Основные определения ЛВ. Тождества логики высказываний (ЛВ). Пример доказательства.
18. Определения и теорема о приведении к ДНФ и КНФ формул ЛВ.
19. Определения и теорема о приведении к СДНФ и СКНФ формул ЛВ.
20. Тождественно-истинные формулы. Два способа доказательства т-и. Правильные рассуждения. Косвенные методы доказательства.
21. Булевы функции. Теоремы о представлении булевой функции формулой в СДНФ и СКНФ.
22. Построение минимальной ДНФ с помощью таблицы Карно. Пример.
23. Построение сокращенной (алгоритм и обоснование) и минимальной ДНФ. Пример.

24. Переключательные схемы. Пример реализации.
25. Полные системы булевых функций. Утверждение о полноте системы БФ.
26. Многочлен Жегалкина. Единственность представления булевых функций многочленом Жегалкина.
27. Функционально замкнутые классы. Доказательство функционал. замкнутости T_0 , T_1 , S , L , M .
28. Закон двойственности. Доказательство.
29. Критерий Поста. Доказательство необходимости. Пример.
30. Независимые системы БФ. Базис. Примеры базисов БФ и линейных функций.
31. Основные понятия логики предикатов (ЛП): формула, интерпретация.
32. Основные равносильности ЛП с доказательством.
33. Приведенная и нормальная формы формул ЛП. Алгоритм построения НФ (с тождествами).
34. Теоремы о приведении формул ЛП к приведенной и нормальной формам.
35. Выполняемость и общезначимость формул логики предикатов. Примеры с доказательством.
36. Проблемы разрешимости в ЛВ и ЛП. Критерий тождественной истинности формул ЛВ.
37. Аксиоматические системы. Определения. Требования. Примеры.
38. Исчисление высказываний. Утверждения. Пример вывода теоремы $A \supset A$.
39. Исчисление предикатов. Утверждения.
40. Пример вывода теоремы $(\exists x)(\forall y)A(x, y) \supset (\forall y)(\exists x)A(x, y)$
41. Пример аксиоматической системы - теория частичного порядка.

По каждому вопросу требуется свой пример.

ТИПЫ ЗАДАЧ



1. Проверить справедливость тождества теории множеств.
2. На множестве $N \times N$ задано $\rho: \langle x, y \rangle \rho \langle u, v \rangle \Leftrightarrow$ когда $x \cdot v = y \cdot u$. Доказать, что ρ - эквивалентность. Найти классы эквивалентности.
3. Формула A содержит только \sim и \neg . Доказать, что A - тожд. ист. \Leftrightarrow , когда каждая переменная и символ \neg входят четное число раз.
4. Проверить полноту и независимость системы функций.
5. Найти многочлен Жегалкина, СДНФ, СКНФ, сокращенную и минимальную ДНФ.
6. $P(A)$ - множество всех подмножеств множества A . $f: Q(x, y) \leftrightarrow x \subseteq y$
Записать: $x = y \cap z, x = y \cup z$.
7. Будет ли ФЗ класс функций сохраняющих 1, но не сохраняющих 0?
8. Доказать, что объединение ФЗ классов не является ФЗ классом; пересечение является.
9. Проверить на общезначимость: 1) $(\forall x)A(x) \supset A(y)$ 2) $A(x) \supset (\forall y)A(y)$.
10. $I = \langle N \cup \{0\}, f \rangle, f: P(x, y, z) \leftrightarrow x \cdot y = z, S(x, y, z) \leftrightarrow x + y = z$ Записать: x - простое число.
 x - НОД $\{y, z\}$.
11. Записать формулой ЛП наименьший, наибольший, минимальный, максимальный элементы.
12. Верно ли: 1) $(\exists x)(A(x) \supset B) \equiv (\exists x)A(x) \supset B$; 2) $(\forall x)(B \supset A(x)) \equiv B \supset (\forall x)A(x)$.
13. Привести примеры классов функций, не являющихся ФЗ.
14. Отношения ρ_1 и ρ_2 - транзитивны. Будут ли транзитивны $\rho_1 \cap \rho_2$ и $\rho_1 \cup \rho_2$?

И т.д. Все задачи из семинаров, лекций и учебника (в конце разделов).

