

#### Вариант 4

1. Найти размерность и базис пространства симметрических матриц второго порядка с нулевым следом.
2. В двумерном арифметическом пространстве  $\mathbb{R}^2$  заданы два базиса:

$$(a): a_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} u(b): b_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}, b_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Найти матрицу перехода от базиса (a) к базису (b).

3. Найти размерности и базисы алгебраической суммы  $A+B$  и пересечения  $A \cap B$  подпространств  $A = \{Ax=0\}$  и  $B = \{Bx=0\}$ , если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & -7 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -9 & 2 \\ 2 & -1 & -3 & 0 \end{pmatrix}.$$

4. Найти ортогональный базис линейной оболочки системы векторов:

$$a_1 = (-1 \ -2 \ -2 \ 1)^T, a_2 = (0 \ 5 \ 4 \ -2)^T, \\ a_3 = (-3 \ -1 \ -2 \ 1)^T, a_4 = (1 \ -3 \ -1 \ 3)^T.$$

5. Найти ортогональную проекцию и ортогональную составляющую вектора  $x = (3 \ -4 \ 4 \ -1)^T$  относительно подпространства

$Lin(a_1, a_2, a_3)$ , где

$$a_1 = (2 \ -2 \ 3 \ -1)^T, a_2 = (0 \ 2 \ -1 \ 0)^T, a_3 = (2 \ -4 \ 4 \ 1)^T.$$

Замечание. В задачах 4, 5 скалярное произведение в  $\mathbb{R}^4$  - стандартное.

#### Вариант 6

1. Найти размерность и базис пространства симметрических матриц второго порядка с нулевой суммой элементов.
2. В двумерном арифметическом пространстве  $\mathbb{R}^2$  заданы два базиса:

$$(a): a_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} u(b): b_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}, b_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

Найти матрицу перехода от базиса (a) к базису (b).

3. Найти размерности и базисы алгебраической суммы  $A+B$  и пересечения  $A \cap B$  подпространств  $A = Lin(a_1, a_2, a_3)$  и  $B = Lin(b_1, b_2, b_3)$ ,

$$a_1 = (1 \ -1 \ 1 \ -1)^T, a_2 = (2 \ -3 \ 3 \ 1)^T, a_3 = (-1 \ 3 \ -3 \ -5)^T;$$

$$b_1 = (1 \ -3 \ 1 \ 3)^T, b_2 = (-1 \ 5 \ 1 \ -5)^T, b_3 = (-1 \ 1 \ -3 \ -1)^T;$$

4. Найти ортогональный базис линейной оболочки системы векторов:

$$a_1 = (2 \ 1 \ -2 \ -1)^T, a_2 = (-2 \ 1 \ 3 \ 1)^T,$$

$$a_3 = (2 \ 3 \ -1 \ -1)^T, a_4 = (0 \ 0 \ -5 \ 0)^T.$$

5. Найти ортогональную проекцию и ортогональную составляющую вектора  $x = (3 \ -1 \ -2 \ 4)^T$  относительно подпространства решений

$$\text{однородной системы уравнений } \left( \begin{array}{cccc|c} 2 & -1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \end{array} \right).$$

Замечание. В задачах 4, 5 скалярное произведение в  $\mathbb{R}^4$  - стандартное.

### Вариант 7

1. Найти размерность и базис пространства нечётных многочленов степени не выше пятой, удовлетворяющих условию  $p''(1)=0$ .
2. В двумерном арифметическом пространстве  $\mathbb{R}^2$  заданы два базиса:

$$(a): a_1 = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} u (b): b_1 = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}, b_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

Найти матрицу перехода от базиса (a) к базису (b).

3. Найти размерности и базисы алгебраической суммы  $A+B$  и пересечения  $A \cap B$  подпространств  $A = \{Ax=0\}$  и  $B = \{Bx=0\}$ , если

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 & -2 \\ 0 & -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}, b = (4 \quad -2 \quad 1 \quad 5).$$

4. Найти ортогональный базис линейной оболочки системы векторов:

$$a_1 = (1 \quad -1 \quad 2 \quad 1)^T, a_2 = (2 \quad -1 \quad 1 \quad 2)^T,$$

$$a_3 = (0 \quad -1 \quad 3 \quad 0)^T, a_4 = (2 \quad 4 \quad -3 \quad 1)^T.$$

5. Найти ортогональную проекцию и ортогональную составляющую вектора  $x = (1 \quad 1 \quad -4 \quad 2)^T$  относительно подпространства  $\text{Lin}(a_1, a_2, a_3)$ , где  $a_1 = (1 \quad 1 \quad 1 \quad 0)^T, a_2 = (3 \quad 0 \quad 5 \quad -1)^T, a_3 = (1 \quad -2 \quad 3 \quad -1)^T$ .

Замечание. В задачах 4, 5 скалярное произведение в  $\mathbb{R}^4$  - стандартное.

### Вариант 13

1. Найти размерность и базис пространства чётных многочленов не выше четвёртой степени, удовлетворяющих условию  $p'(1)=0$ .
2. В двумерном арифметическом пространстве  $\mathbb{R}^2$  заданы два базиса:

$$(a): a_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} -5 \\ -8 \end{pmatrix} u (b): b_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}, b_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Найти матрицу перехода от базиса (a) к базису (b).

3. Найти размерности и базисы алгебраической суммы  $A+B$  и пересечения  $A \cap B$  подпространств  $A = \{Ax=0\}$  и  $B = \{Bx=0\}$ , если

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 & -1 \\ 6 & -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 3 & -6 & -5 & 6 \\ 0 & 3 & 4 & -3 \end{pmatrix}.$$

4. Найти ортогональный базис линейной оболочки системы векторов:

$$a_1 = (1 \quad -1 \quad 2 \quad 1)^T, a_2 = (-2 \quad 3 \quad -4 \quad -1)^T,$$

$$a_3 = (-3 \quad 1 \quad -2 \quad 1)^T, a_4 = (-1 \quad -3 \quad 2 \quad 1)^T.$$

5. Найти ортогональную проекцию и ортогональную составляющую вектора  $x = (0 \quad 2 \quad 0 \quad -1)^T$  относительно подпространства  $\text{Lin}(a_1, a_2, a_3)$ , где  $a_1 = (1 \quad -1 \quad 1 \quad 3)^T, a_2 = (1 \quad -1 \quad 0 \quad 1)^T, a_3 = (1 \quad -1 \quad 2 \quad 5)^T$ .

Замечание. В задачах 4, 5 скалярное произведение в  $\mathbb{R}^4$  - стандартное.

### Вариант 18

1. Найти размерность и базис пространства симметрических матриц третьего порядка с нулевыми элементами на главной диагонали.
2. В двумерном арифметическом пространстве  $\mathbb{R}^2$  заданы два базиса:  
 $(a): a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix} u(b): b_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}, b_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix}.$

Найти матрицу перехода от базиса (a) к базису (b).

3. Найти размерности и базисы алгебраической суммы  $A+B$  и пересечения  $A \cap B$  подпространств  $A = \{Ax=0\}$  и  $B = \{Bx=0\}$ , если  
 $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 7 & -1 & -11 & 0 \\ 11 & -1 & -18 & 1 \end{pmatrix}.$
4. Найти ортогональный базис линейной оболочки системы векторов:  
 $a_1 = (0 \ -2 \ -2 \ -1)^T, a_2 = (0 \ 4 \ 5 \ 0)^T,$   
 $a_3 = (1 \ 2 \ 3 \ -1)^T, a_4 = (1 \ -2 \ -3 \ 1)^T.$
5. Найти ортогональную проекцию и ортогональную составляющую вектора  $x = (-1 \ -3 \ 5 \ 7)^T$  относительно подпространства  $Lin(a_1, a_2, a_3)$ , где  $a_1 = (-2 \ -1 \ 1 \ 3)^T, a_2 = (2 \ 1 \ 1 \ -1)^T, a_3 = (0 \ 0 \ 2 \ 2)^T.$

Замечание. В задачах 4, 5 скалярное произведение в  $\mathbb{R}^4$  - стандартное.