

Вопросы к экзамену по математическому анализу. 8-I (осень) 2022 год

1. Основные операции над множествами. Логические высказывания. Операции над логическими высказываниями
2. Декартово произведение множеств. Соответствие между множествами. Классификация соответствий. Инъекция, сюръекция, биекция. Функциональные соответствия.
3. Отношение на множестве. Отношение эквивалентности. Отношение порядка. Примеры.
4. Действительные числа. Аксиоматика. Аксиомы сложения, аксиомы умножения. Понятия группы, абелевой группы, поля.
5. Действительные числа. Аксиоматика. Аксиомы порядка, связи порядка и арифметических операций, полноты. Понятия группы, абелевой группы, поля
6. Простейшие свойства действительных чисел. Принцип Архимеда
7. Натуральные числа, рациональные числа, алгебраические числа, иррациональные числа, трансцендентные числа.
8. Мощность множества. Равномощные множества. Сравнение мощностей множеств. Понятие счетного множества
9. Несчетность множества точек отрезка (множества мощности континуум). Мощность множества действительных чисел. Мощности множеств рациональных, алгебраических, иррациональных чисел.
10. Открытые и замкнутые множества на действительной оси. Промежутки. Ограниченные и неограниченные множества.
11. Мажоранты, миноранты, супремумы, инфимумы. Теорема существования точной верхней (нижней) грани.
12. Лемма о вложенных отрезках (принцип Коши-Кантора).
13. Лемма о конечном покрытии (принцип Бореля-Лебега)
14. Лемма о предельной точке (принцип Больцано Вейерштрасса)
15. Предел последовательности. Общие свойства предела
16. Арифметические свойства сходящихся последовательностей.
17. Предельный переход в неравенствах
18. Критерий Коши существования предела последовательности.
19. Критерий существования предела монотонной последовательности (теорема Вейерштрасса). Число ε
20. Верхний и нижний пределы последовательностей. Частичный предел последовательности.
21. Понятие базы. Примеры баз. Предел функции по базе. Классическое определение предела функции.
22. Эквивалентность определений предела функции Гейне и Коши
23. Свойства предела функции. Предельный переход и арифметические операции.
24. Свойства предела функции. Предельный переход и неравенства
25. Первый замечательный предел и его следствия.
26. Критерий Коши существования предела функции
27. Предел сложной функции
28. Критерий существования предела монотонной функции
29. Эквивалентные бесконечно малые. Использование эквивалентностей при вычислении пределов.
30. Основные эквивалентности при $x \rightarrow 0$.
31. Различные определения непрерывности функции в точке и на множестве. Критерий непрерывности.
32. Непрерывность основных элементарных функций.
33. Точки разрыва и их классификация.
34. Локальные свойства непрерывных функций.
35. Теорема Больцано-Коши и ее следствие.
36. Теорема Вейерштрасса о максимальном значении.
37. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора-Гейне.
38. Критерий монотонности непрерывной функции.
39. Характер и количество точек разрыва монотонной функции.
40. Критерий непрерывности монотонной функции.
41. Теорема об обратной функции
42. Дифференцируемость функции. Дифференциал функции. Производная функции. Связь между дифференцируемостью и непрерывностью
43. Геометрический смысл производной и дифференциала
44. Правила дифференцирования
45. Производные основных элементарных функций.
46. Теорема о дифференциале композиции (производная сложной функции)
47. Теорема о производной обратной функции. Примеры (производные обратных тригонометрических функций)
48. Производные высших порядков. Формула Лейбница.
49. Теорема Ферма

50. Экстремум функции. Необходимое условие экстремума
51. Теорема Ролля
52. Теорема Лагранжа о конечном приращении. Условие монотонности функции.
53. Теорема Коши о конечном приращении
54. Формула Тейлора. Теорема об остаточном члене формулы Тейлора.
55. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа, Коши, Пеано.
56. Основные разложения по формуле Тейлора
57. Достаточное условие экстремума, использующее первую производную
58. Достаточное условие экстремума, использующее высшие производные
59. Правила Лопиталя раскрытия неопределенности $0/0$, ∞/∞

Задачи для подготовки к экзамену.

Демидович

46-66,78-85,88,103-113,324.1,369-370,411-425,435-455,490-501,510-525,540-550,650-657,845-970,1039-1046,1156-1170,1318-1370,1398-1406

Дополнительные задачи – возможны все типы, которые были в контрольных работах.