

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ВОПРОСЫ
по курсу "Алгебра и аналитическая геометрия"
8 факультет, 1 курс, 1 семестр.

Все ссылки на учебные пособия:

[АГ] *Бортаковский А.С., Пантелеев А.В.* Аналитическая геометрия в примерах и задачах. М.: Высшая школа, 2005.

[ЛА] *Бортаковский А.С., Пантелеев А.В.* Линейная алгебра в примерах и задачах. М.: Высшая школа, 2005 (2-е изд., 2010).

1. Матрицы, виды матриц. Операции над матрицами и их свойства. (ЛА:1.1–3; 1.4.1)
2. Блочные матрицы. Теорема о произведении блочных матриц. (ЛА:1.5.1)
3. Индуктивное определение определителя (определителя). Миноры и алгебраические дополнения. Теорема о разложении определителя по элементам строки, столбца (без доказательства). (ЛА:2.1; 2.2)
4. Свойства определителей. (ЛА:2.3.1)
5. Элементарные преобразования матриц. Методы вычисления определителей (2.4.1).
6. Теорема об определителе произведения матриц. Следствие об определителе блочно-диагональной матрицы (ЛА:2.3.4).
7. Обратная матрица. Теорема о существовании и единственности обратной матрицы (ЛА:4.1).
8. Матричные уравнения $AX = B$, $YA = B$. Алгоритмы нахождения обратной матрицы (ЛА:4.3; 4.4).
9. Линейная зависимость и линейная независимость столбцов матрицы. Свойства. (ЛА:3.1)
10. Базисный минор матрицы. Теорема о базисном миноре. (ЛА:3.2)
11. Ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы. (ЛА:3.2)
12. Теорема о ранге произведения и суммы матриц. (ЛА:3.2.2)
13. Необходимое и достаточное условие равенства нулю определителя. (ЛА:3.2.2)
14. Алгоритмы нахождения ранга матрицы. (ЛА:3.3)
15. Системы линейных алгебраических уравнений, основные понятия. Матричная запись системы. Правило Крамера. (ЛА:5.1; 5.2)
16. Теорема Кронекера-Капелли. Алгоритм (Гаусса) решения неоднородной системы линейных уравнений. (ЛА:5.3; 5.4)
17. Однородные системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений. Общее решение однородной системы. (ЛА:5.5)
18. Общее решение неоднородной системы линейных уравнений. (ЛА:5.5)
19. Собственные векторы и собственные значения матрицы. Характеристическое уравнение. Спектр матрицы. Алгоритм нахождения собственных векторов и собственных значений матрицы. (ЛА:7.2.1)
20. Свойства характеристического многочлена, собственных чисел и собственных векторов. (ЛА:7.2.1; 7.2.3)
21. Подобные матрицы. Теорема о приведении матрицы к диагональному виду с помощью преобразования подобия. (ЛА:7.2.2)
22. Квадратичные формы. Матрица квадратичной формы. Изменение матрицы при линейной замене переменных (ЛА:6.5 с.232; 6.5.1 с.237).
23. Канонический вид квадратичной формы. Метод Лагранжа приведения квадратичной формы к каноническому виду (ЛА:6.5.2 с.238-240).
24. Теорема Якоби о приведении квадратичной формы к каноническому виду (ЛА:6.5.2 с.242-246).
25. Нормальный вид квадратичной формы. Закон инерции (ЛА:6.5.3).
26. Положительно и отрицательно определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра (ЛА:6.5.4 теорема 6.4).

27. Векторы, линейные операции над векторами. Базис на прямой, плоскости, в пространстве. Теорема о разложении вектора по базису. (АГ:1.1.1; 1.1.2)
28. Линейная зависимость и линейная независимость векторов. (АГ:1.1.3)
29. Аффинная система координат на прямой, плоскости, в пространстве. Координаты вектора, точки. Выражение координат вектора через координаты его начала и конца. (АГ:1.3.1–1.3.3; 2.1.1)
30. Замена аффинной системы координат. Матрица перехода от базиса к базису. Связь координат вектора (точки) в разных базисах. Свойства матрицы перехода. (АГ:2.2.1)
31. Выражение линейных операций над векторами через их координаты. Деление отрезка в заданном отношении. Линейные, неотрицательные, аффинные, выпуклые комбинации радиус-векторов. (АГ:1.3.4; 1.6.1; п.3 замечаний 2.1)
32. Прямоугольная система координат. Ориентация базисов в пространстве. Выражение длины вектора через его координаты. (АГ:2.1.2)
33. Скалярное произведение и его свойства. Выражение скалярного произведения через координаты сомножителей. (АГ:1.4.1–1.4.3)
34. Векторное произведение и его свойства. Выражение векторного произведения через координаты сомножителей. (АГ:1.5.1)
35. Смешанное произведение и его свойства. Выражение смешанного произведения через координаты сомножителей. (АГ:1.5.2)
36. Метрические приложения скалярного, векторного и смешанного произведений векторов. (АГ:1.6.2)
37. Понятие об уравнении линии и поверхности. Алгебраические линии и поверхности, их порядок. Теорема об инвариантности порядка алгебраической поверхности (линии). (АГ:3.1.3; 4.1.3)
38. Прямая на плоскости. Различные виды уравнений прямой на плоскости. Расстояние от точки до прямой. Угол между прямыми. (АГ:3.2.1–3.2.4; 3.2.6)
39. Плоскость. Различные виды уравнений плоскости. Расстояние от точки до плоскости. Угол между плоскостями. (АГ:4.2.1–4.2.3; 4.2.5)
40. Прямая в пространстве. Различные виды уравнений прямой в пространстве. Угол между прямыми, между прямой и плоскостью. Расстояние от точки до прямой и между скрещивающимися прямыми. (АГ:4.3.1–4.3.3; 4.3.6)
41. Условия параллельности и совпадения двух прямых и двух плоскостей. (АГ:3.2.5; 4.2.4; 4.3.4)
42. Преобразование прямоугольных координат точки на плоскости при повороте и параллельном переносе, при изменении названий и при изменении направлений осей координат. (АГ:2.2.3)
43. Приведение уравнения линии второго порядка к каноническому виду. Классификация линий второго порядка. (АГ:3.3.1)
44. Определения эллипса, гиперболы, параболы как геометрических мест точек плоскости. Фокус, эксцентриситет, директриса. (АГ:3.3.2–3.3.4)
45. Приведение уравнения поверхности второго порядка к каноническому виду. Классификация поверхностей второго порядка. (АГ:4.4.1)