

Основные расчетные формулы:

1. $r = 6\pi\eta R$

2. $v_{\infty} = \frac{l}{t}$

3. $R = \sqrt[3]{\frac{3m}{4\rho_T\pi}}$

4. $v_0 = \sqrt{2gh_0}$

5. $A = \frac{m^{\frac{1}{3}}g}{6\pi R} \left(1 - \frac{\rho_{\text{ж}}}{\rho_T}\right)$

6. $\eta = A \frac{m^{\frac{2}{3}}}{v_{\infty}} = \frac{m^{\frac{2}{3}}gt}{6\pi l * \sqrt[3]{\frac{3}{4}\pi\rho_T}} \left(1 - \frac{\rho_{\text{ж}}}{\rho_T}\right)$

7. $Re = \frac{2\rho_{\text{ж}}vR}{\eta}$

8. $\alpha = 2g \frac{\rho_T - \rho_{\text{ж}}}{\rho_T + \rho_{\text{ж}}}$

9. $\beta = \frac{9\eta}{R^2(2\rho_T + \rho_{\text{ж}})}$

10. $a_0 = \beta(v_{\infty} - v_0)$

11. $\tau = \frac{1}{\beta}$

12. $P_{d1} = r1 * v_{\infty 1}^2$

- Рассчитаем установившуюся скорость шарика в каждом из опытов:***

$v_{\infty 1} = 0,0364 \text{ м/с}$

$v_{\infty 2} = 0,0373 \text{ м/с}$

$v_{\infty 3} = 0,0353 \text{ м/с}$

$v_{\infty 4} = 0,0347 \text{ м/с}$

$v_{\infty 5} = 0,0322 \text{ м/с}$

- *Рассчитаем радиус шарика в каждом из опытов:*

$$R_1 = 0,00125 \text{ м}$$

$$R_2 = 0,00126 \text{ м}$$

$$R_3 = 0,00121 \text{ м}$$

$$R_4 = 0,00123 \text{ м}$$

$$R_5 = 0,00121 \text{ м}$$

- *Рассчитаем коэффициент А:*

$$A = \frac{g}{6\pi} \left(\frac{4\pi\rho_T}{3} \right)^{\frac{1}{3}} \left(1 - \frac{\rho_{\text{ж}}}{\rho_T} \right) = 16,77619 \frac{\text{кг}}{\text{с}^2 \cdot \text{м}^2}$$

- *Рассчитаем коэффициент вязкости для каждого из опытов:*

$$\eta_1 = A \frac{m_1^{\frac{2}{3}}}{v_{\infty 1}} = 0,94700 \text{ Па} \cdot \text{с}$$

$$\eta_2 = A \frac{m_2^{\frac{2}{3}}}{v_{\infty 2}} = 0,94213 \text{ Па} \cdot \text{с}$$

$$\eta_3 = A \frac{m_3^{\frac{2}{3}}}{v_{\infty 3}} = 0,91245 \text{ Па} \cdot \text{с}$$

$$\eta_4 = A \frac{m_4^{\frac{2}{3}}}{v_{\infty 4}} = 0,96503 \text{ Па} \cdot \text{с}$$

$$\eta_5 = A \frac{m_5^{\frac{2}{3}}}{v_{\infty 5}} = 0,97584 \text{ Па} \cdot \text{с}$$

- Упорядочим значения коэффициента вязкости и найдем погрешность измерений выборочным методом:

l, м	0,14					$\theta_l = 0,0005$ м
t, с	3,85	3,75	3,97	4,04	4,35	$\theta_t = 0,01$ с
m*10 ⁻⁶ , кг	93	96	84	89	81	$\theta_m = 0,000001$ кг
η_i , Па * с	0,94700	0,94213	0,91245	0,96503	0,97584	
$\eta_{\uparrow i}$, Па * с	0,91245	0,94213	0,94700	0,96503	0,97584	$\bar{\eta} = 0,94849$ $R = \eta_{\uparrow N} - \eta_{\uparrow 1}$ $= 0,06339$ Па * с
U_i $= \eta_{i+1} - \eta_i$	-0,00487	-0,02968	0,05258	0,01081		$U_i < U_{P,N} * R =$
$\Delta\eta_i$ $= \eta_i - \bar{\eta}$	-0,00149	-0,00636	-0,03604	0,01654	0,02735	$\Sigma\Delta\eta_i = 0$
$(\Delta\eta_i)^{2*}$ 10 ⁻⁶	2,2	40,4	1298,8	273,6	748	$\Sigma(\Delta\eta_i)^2 = 2363 * 10^{-6}$

- По формулам прямых измерений определим значение $\eta = \bar{\eta} \pm \Delta\eta$:

$$s_{\eta} = \sqrt{\frac{\sum(\eta_i - \bar{\eta})^2}{N - 1}} = 0,0243$$

$$s_{\bar{\eta}} = \frac{s_{\eta}}{\sqrt{N}} = 0,01087$$

$$\Delta\eta = t_{P,N} * s_{\bar{\eta}} = 0,030436$$

$$\bar{\eta} = 0,94849 \text{ Па * с}$$

- Найдем полную приборную погрешность:

$$\theta_{\eta} = \overline{a_m} * \theta_m + \overline{a_l} * \theta_l + \overline{a_t} * \theta_t$$

$$\overline{a_m} = \frac{\sum \frac{d\eta}{dm}}{N}$$

$$\eta = \frac{m^2 g t}{6\pi l * \sqrt[3]{\frac{3}{4}\pi\rho_T}} \left(1 - \frac{\rho_{\text{ж}}}{\rho_T}\right)$$

$$a_{m1} = \left. \frac{d\eta}{dm_1} \right|_{m1,l,t1} = \frac{2}{3} \frac{gt1}{6\pi l * \sqrt[3]{\frac{3m1}{4\pi\rho_T}}} \left(1 - \frac{\rho_{\text{ж}}}{\rho_T}\right) = 6788,50$$

$$a_{m2} = \left. \frac{d\eta}{dm_2} \right|_{m2,l,t2} = \frac{2}{3} \frac{gt2}{6\pi l * \sqrt[3]{\frac{3m2}{4\pi\rho_T}}} \left(1 - \frac{\rho_{\text{ж}}}{\rho_T}\right) = 6542,57$$

$$a_{m3} = \left. \frac{d\eta}{dm_3} \right|_{m1,l,t1} = \frac{2}{3} \frac{gt3}{6\pi l * \sqrt[3]{\frac{3m3}{4\pi\rho_T}}} \left(1 - \frac{\rho_{\text{ж}}}{\rho_T}\right) = 7241,66$$

$$a_{m4} = \left. \frac{d\eta}{dm_4} \right|_{m1,l,t1} = \frac{2}{3} \frac{gt4}{6\pi l * \sqrt[3]{\frac{3m4}{4\pi\rho_T}}} \left(1 - \frac{\rho_{\text{ж}}}{\rho_T}\right) = 7228,68$$

$$a_{m5} = \left. \frac{d\eta}{dm_5} \right|_{m5,l,t5} = \frac{2}{3} \frac{gt5}{6\pi l * \sqrt[3]{\frac{3m5}{4\pi\rho_T}}} \left(1 - \frac{\rho_{\text{ж}}}{\rho_T}\right) = 8031,59$$

$$\overline{a_m} = 7166,60$$

$$a_{l1} = \left. \frac{d\eta}{dl_1} \right|_{m1,l,t1} = \left(-\frac{1}{l^2}\right) * \frac{m1^{\frac{2}{3}}gt1}{6\pi * \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi\rho_T}}} \left(1 - \frac{\rho_{\text{ж}}}{\rho_T}\right) = -0,3064$$

$$a_{l2} = \left. \frac{d\eta}{dl_2} \right|_{m2,l2,t2} = \left(-\frac{1}{l^2}\right) * \frac{m2^{\frac{2}{3}}gt2}{6\pi * \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi\rho_T}}} \left(1 - \frac{\rho_{\text{ж}}}{\rho_T}\right) = -0,3081$$

$$a_{l3} = \left. \frac{d\eta}{dl_3} \right|_{m3,l3,t3} = \left(-\frac{1}{l^2}\right) * \frac{m3^{\frac{2}{3}}gt3}{6\pi * \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi\rho_T}}} \left(1 - \frac{\rho_{\text{ж}}}{\rho_T}\right) = -0,2854$$

$$a_{l4} = \left. \frac{d\eta}{dl_4} \right|_{m4,l4,t4} = \left(-\frac{1}{l^2}\right) * \frac{m4^{\frac{2}{3}}gt4}{6\pi * \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi\rho_T}}} \left(1 - \frac{\rho_{\text{ж}}}{\rho_T}\right) = -0,3078$$

$$a_{l5} = \left. \frac{d\eta}{dl_5} \right|_{m5,l5,t5} = \left(-\frac{1}{l^2}\right) * \frac{m5^{\frac{2}{3}}gt5}{6\pi * \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi\rho_T}}} \left(1 - \frac{\rho_{\text{ж}}}{\rho_T}\right) = -0,3016$$

$$\overline{a_l} = -0,30186$$

$$a_{t1} = \left. \frac{d\eta}{dt_1} \right|_{m1,l1,t1} = 1 * \frac{m1^{\frac{2}{3}} g}{6\pi l * \sqrt[3]{\frac{3}{4}} \pi \rho_T} \left(1 - \frac{\rho_{\text{ж}}}{\rho_T} \right) = 0,246$$

$$a_{t2} = \left. \frac{d\eta}{dt_2} \right|_{m2,l2,t2} = 1 * \frac{m2^{\frac{2}{3}} g}{6\pi l * \sqrt[3]{\frac{3}{4}} \pi \rho_T} \left(1 - \frac{\rho_{\text{ж}}}{\rho_T} \right) = 0,251$$

$$a_{t3} = \left. \frac{d\eta}{dt_3} \right|_{m3,l3,t3} = 1 * \frac{m3^{\frac{2}{3}} g}{6\pi l * \sqrt[3]{\frac{3}{4}} \pi \rho_T} \left(1 - \frac{\rho_{\text{ж}}}{\rho_T} \right) = 0,230$$

$$a_{t4} = \left. \frac{d\eta}{dt_4} \right|_{m4,l4,t4} = 1 * \frac{m4^{\frac{2}{3}} g}{6\pi l * \sqrt[3]{\frac{3}{4}} \pi \rho_T} \left(1 - \frac{\rho_{\text{ж}}}{\rho_T} \right) = 0,239$$

$$a_{t5} = \left. \frac{d\eta}{dt_5} \right|_{m5,l5,t5} = 1 * \frac{m5^{\frac{2}{3}} g}{6\pi l * \sqrt[3]{\frac{3}{4}} \pi \rho_T} \left(1 - \frac{\rho_{\text{ж}}}{\rho_T} \right) = 0,224$$

$$\overline{a_t} = 0,238$$

$$\theta_\eta = \overline{a_m} * \theta_m + \overline{a_l} * \theta_l + \overline{a_t} * \theta_t$$

$$\theta_\eta = 7166,60 * 0,000001 + 0,30186 * 0,0005 + 0,238 * 0,01 = 0,009697$$

$$\overline{\Delta\eta} = \sqrt{\theta_\eta^2 + \Delta\eta^2} = 0,0319$$

$$\eta = \overline{\eta} \pm \Delta\eta = 0,94849 \pm 0,0319 \text{ Па} * \text{с}$$

С учётом округления получаем окончательное значение коэффициента вязкости:

$$\eta = 0,95 \pm 0,03 \text{ Па} * \text{с}$$

- **НАЙДЕМ КОЭФФИЦИЕНТ СОПРОТИВЛЕНИЯ R И МОЩНОСТЬ РАССЕЯНИЯ И ПРОВЕРИМ БАЛАНС ЭНЕРГИИ НА УЧАСТКЕ УСТ. ДВИЖЕНИЯ ДЛЯ ПЕРВОГО ОПЫТА:**

$$r1 = 6\pi\eta_1 R_1 = 0,0223 \frac{\text{кг}}{\text{с}}$$

$$P_{d1} = r1 * v_{\infty 1}^2 = 2,955 * 10^{-5} \text{ Вт}$$

- Проверим баланс энергии:

$$F = \frac{P_{d1} * t1}{l} = m1g(1 - \frac{\rho_{ж}}{\rho_{т}})$$

$$\frac{P_{d1} * t1}{l} = 8,12625 * 10^{-4} \text{ Н}$$

$$m1g(1 - \frac{\rho_{ж}}{\rho_{т}}) = 8,1176 * 10^{-4} \text{ Н}$$

Как видим, силы с очень небольшим расхождением равны, т.е. баланс энергии сохраняется.

- Вычислим число Рейнольдса для первого опыта:

$$Re = \frac{2\rho_{ж}vR}{\eta} = 0,12$$

$0,12 < 2300$, следовательно, движение слоев жидкости ламинарное.

- Для первого опыта вычислим начальную скорость шарика:

$$v_0 = \sqrt{2gh_0} = 1,365$$

- Рассчитаем начальное ускорение шарика для первого опыта:

$$a_0 = \beta(v_{\infty} - v_0) = 227,94 * (0,0364 - 1,365) = -302,84 \text{ м/с}^2$$

- Рассчитаем время релаксации шарика в первом опыте:

$$\tau = \frac{1}{\beta} = \frac{1}{227,94} = 4,38 * 10^{-3} \text{ с}$$

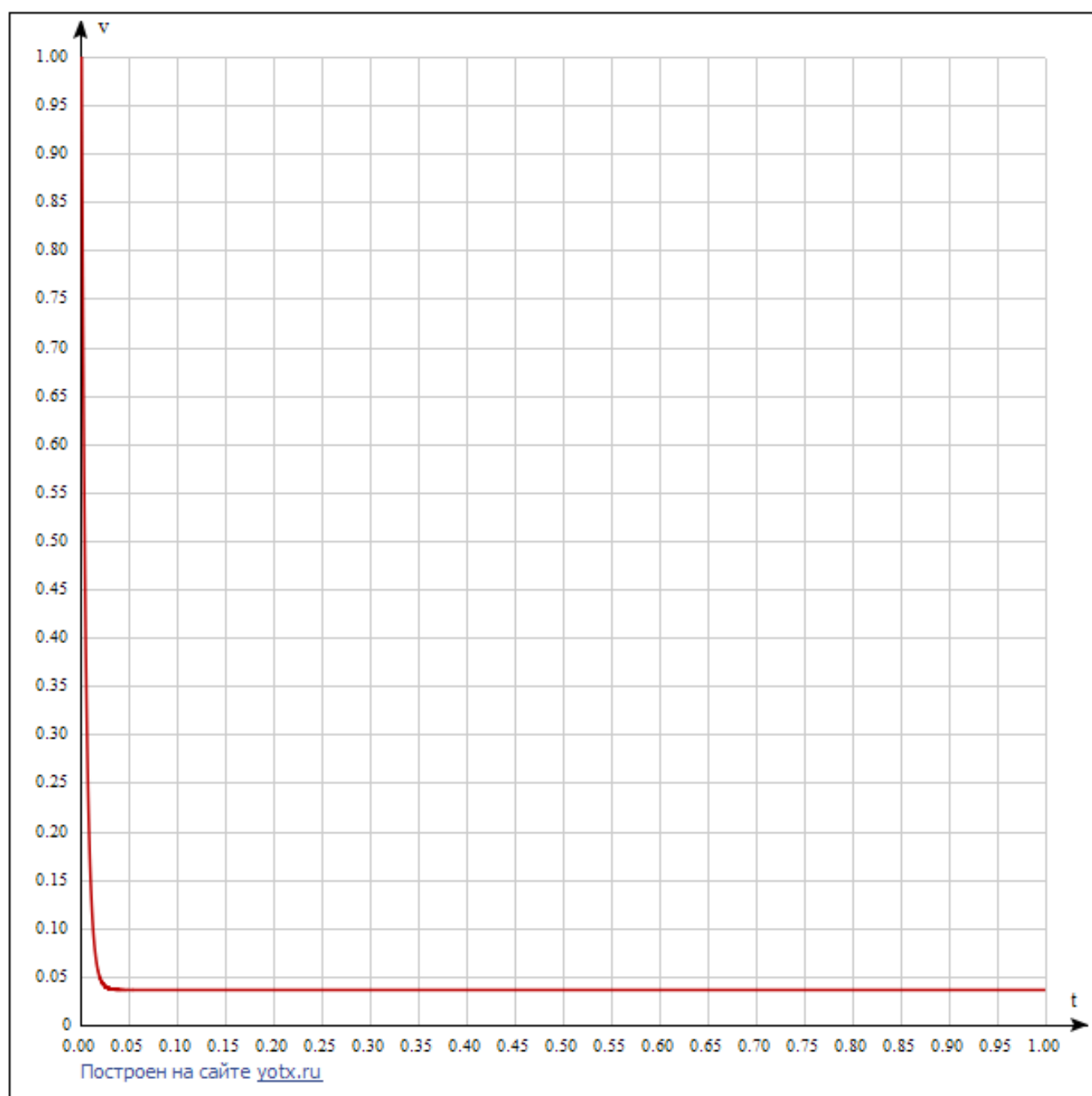


График зависимости $v(t) = v_{\infty} - (v_{\infty} - v_0)e^{-\beta t}$

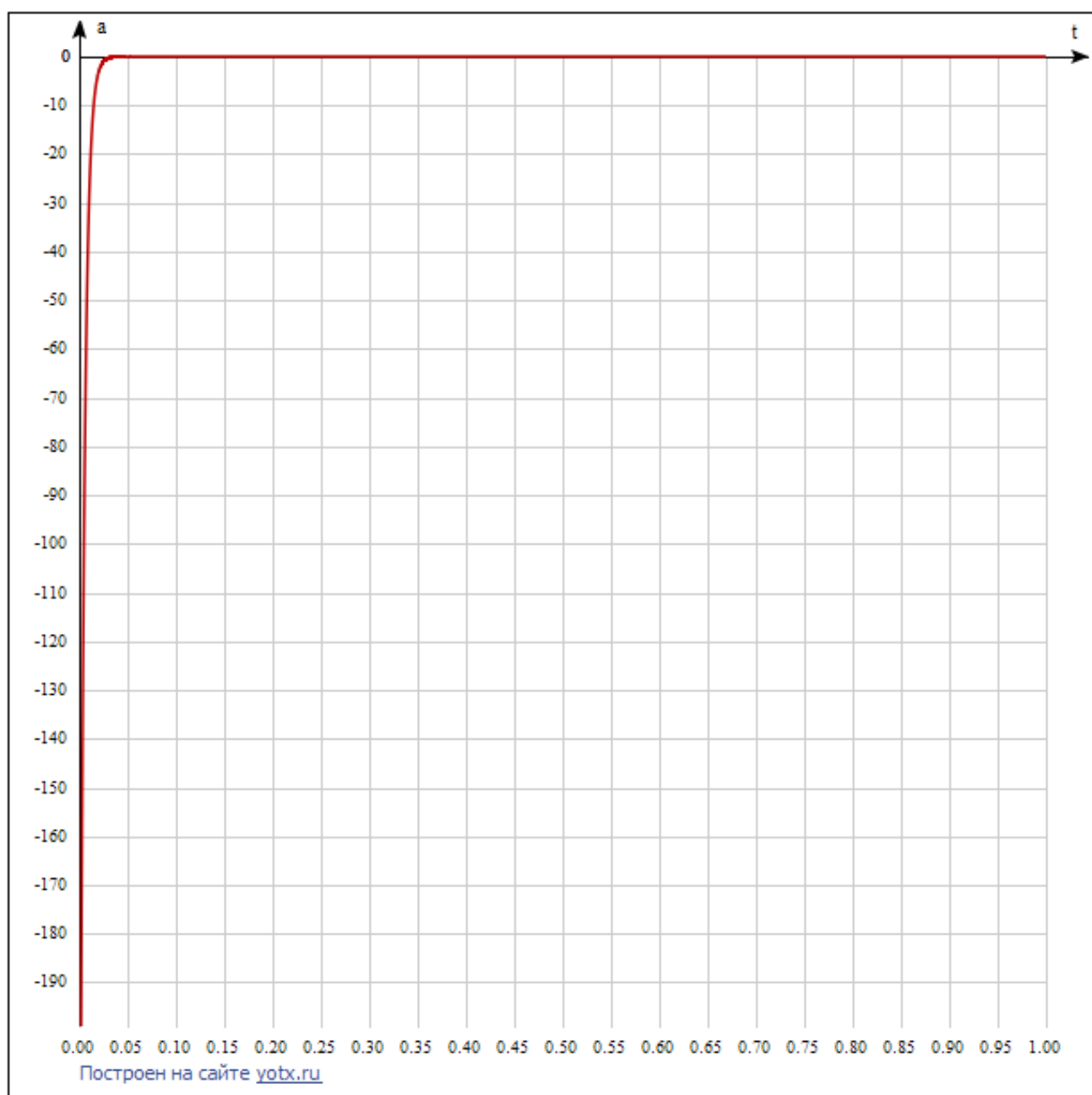


График зависимости $a(t) = a_0 e^{-\beta t}$

- **Вычислим количество теплоты, которое выделяется за счет трения шарика о жидкость при прохождении между метками:**

$$Q = P_{d1} * t_1 = 2,955 * 10^{-5} * 3,85 = 1,138 * 10^{-4} \text{ Дж}$$

- **Сравним табличное значение коэффициента вязкости жидкости с полученным нами:**

Для глицерина при температуре $t = 20^\circ\text{C}$ $\eta \approx 1,48 \text{ Па} \cdot \text{с}$

Нами было получено значение $\eta = 0,95 \pm 0,03 \text{ Па} \cdot \text{с}$ при $t = 25^\circ\text{C}$

Отчётливо видно, что значения отличаются.

- **Вывод:**

В ходе лабораторной работы я экспериментально получил значение коэффициента вязкости жидкости. К сожалению, оно расходится с табличным значением. Это можно объяснить несколькими причинами. Во-первых, погрешность измерений. Во-вторых, со временем плотность жидкости могла измениться, а значит измениться и коэффициент ее вязкости. Также в окончательной формуле вычисления коэффициента вязкости не учитывается температура воздуха в помещении, а значит, нельзя говорить о точности эксперимента.