Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский
государственный электротехнический университет «ЛЭТИ»
им. В.И. Ульянова (Ленина)»
кафедра теоретических основ электротехники

ОТЧЕТ
по лабораторной работе № 3

«ИССЛЕДОВАНИЕ СВОБОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ»

Авторы: Стукен В.А. , Зиновьев М.Д
Группа: 2307
Факультет: ФКТИ
Преподаватель: Зубарев А.В

Санкт-Петербург, 2024
LaTeX

Цель:

Изучение связи между видом свободного процесса в электрической цепи и расположением ее собственных частот (корней характеристического уравнения) на комплексной плоскости; экспериментальное определение собственных частот и добротности RLC-контура по осциллограммам.

Экспериментальные исследования

Опыт №1 Исследование свободных процессов в цепи первого порядка, $C = 0.02 \cdot 10^{-6}\,\Phi$

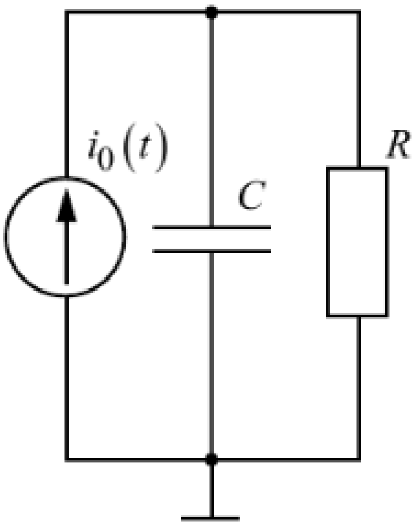

рис. 1 - Схема для опыта №1

Вопрос №1 Каким аналитическим выражением описывается осциллографируемый процесс?
Осцилографируемый процесс описывается формулой:

$$u(t) = Ae^{p_1 t} = Ae^{-at} = Ae^{-t/\tau}$$

Вопрос №2 Соответствует ли найденная собственная частота теоретическому расчету?

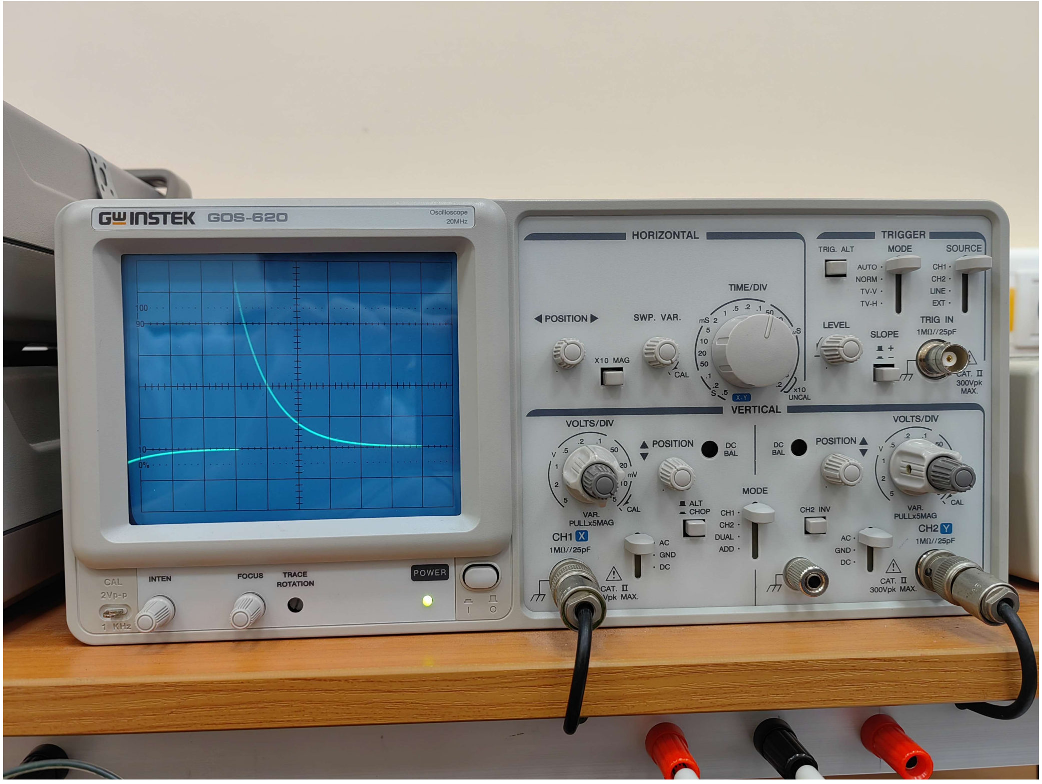

рис. 2 - осциллограмма для опыта №1 при R = 5, масштаб $T = .1; V = .2$

Собственная частота определяется по формуле:

$$p_1 = -\alpha = -\frac{ln(U1/U2)}{\Delta t} \approx$$

Что соответсвует теоретическому расчету:

$$\alpha = -\frac{1}{RC} = \frac{1}{(5 \cdot 10^3) \cdot (0.02 \cdot 10^{-6})} = -10000$$

Опыт №2 Исследование свободного процесса в цепи второго порядка

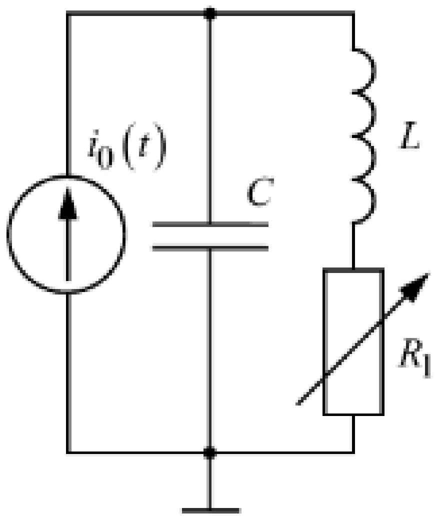

рис. 3 - Схема для опыта №2

Найдем собственные частоты при $R_1 = 0.5\ k\Omega$

$$\alpha = \frac{R_1}{2L} = \frac{0.5 \cdot 10^3}{2 \cdot 25 \cdot 10^{-3}} = 10000$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{25 \cdot 10^{-3} \cdot 0.02 \cdot 10^{-6}}} = 44271$$

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} = j \cdot 43589$$

$$p_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} = -10000 \pm j \cdot 43589$$

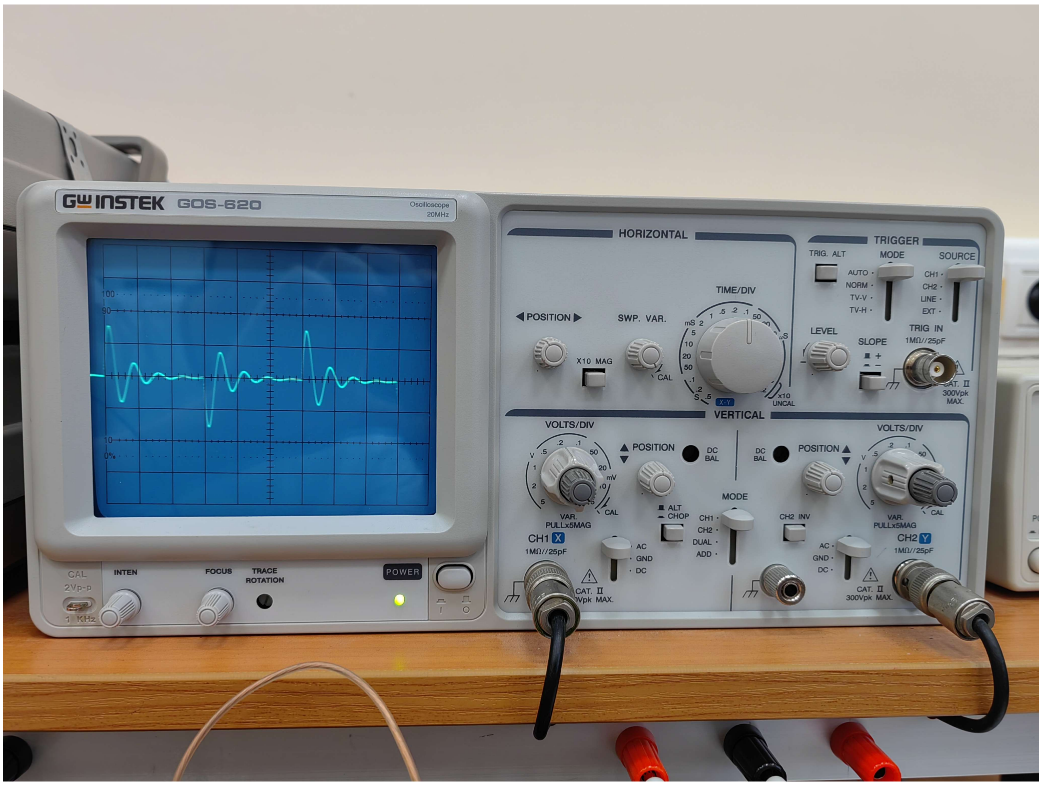

рис. 4 - осциллограмма для опыта №2 при R = 0.5, масштаб $T = .2; V = .2$

Найдем собственные частоты при $R_2 = \mathbf{3}\ k\Omega$

$$\alpha = \frac{R_2}{2L} = \frac{3 \cdot 10^3}{2 \cdot 25 \cdot 10^{-3}} = 60000$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{25 \cdot 10^{-3} \cdot 0.02 \cdot 10^{-6}}} = 44721$$

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} = 40000$$

$$p_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} = -60000 \pm 40000$$

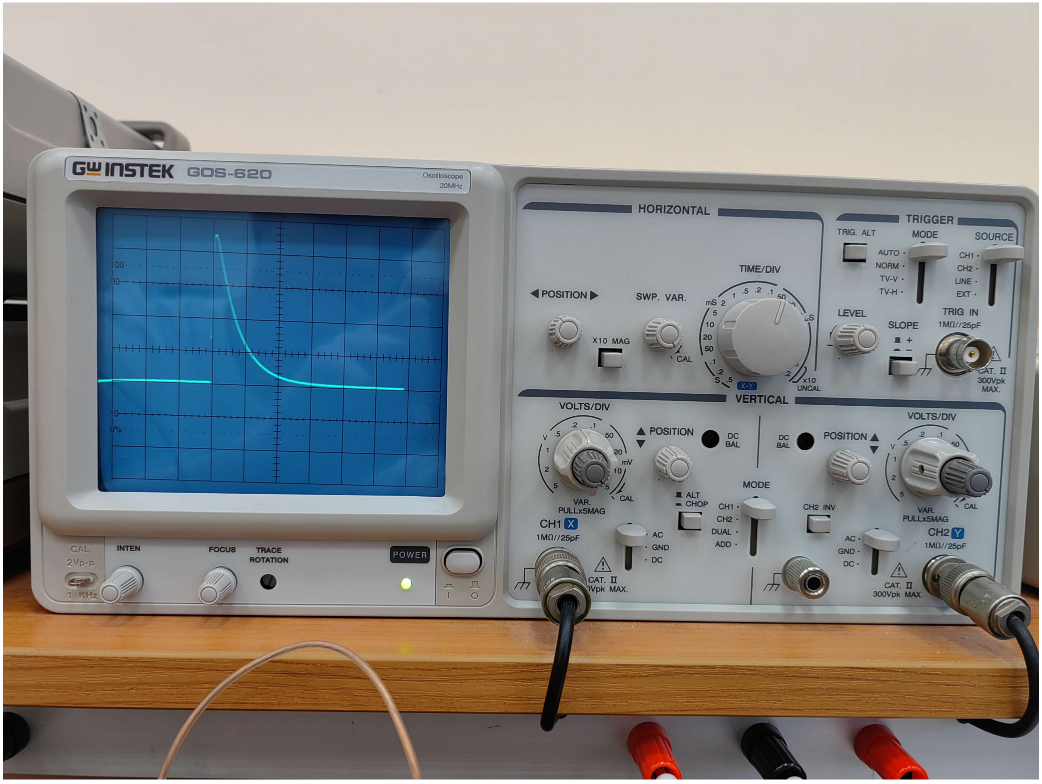

рис. 5 - осциллограмма для опыта №2 при R = 3, масштаб $T = .1; V = .2$

Найдем собственные частоты при $R_{cr} = \mathbf{1.8}\ k\Omega$

$$\alpha = \frac{R_{cr}}{2L} = \frac{1.8 \cdot 10^3}{2 \cdot 25 \cdot 10^{-3}} = 36000$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{25 \cdot 10^{-3} \cdot 0.02 \cdot 10^{-6}}} = 44721$$

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} = j \cdot 22467$$

$$p_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} = -36000 \pm j \cdot 22467$$

Согласно экспериментальным данным, в цепи будет наблюдаться критический режим, т.е. режим, граничный между колебательным и периодическим. В данном случает осциллограмма будет выглядеть так

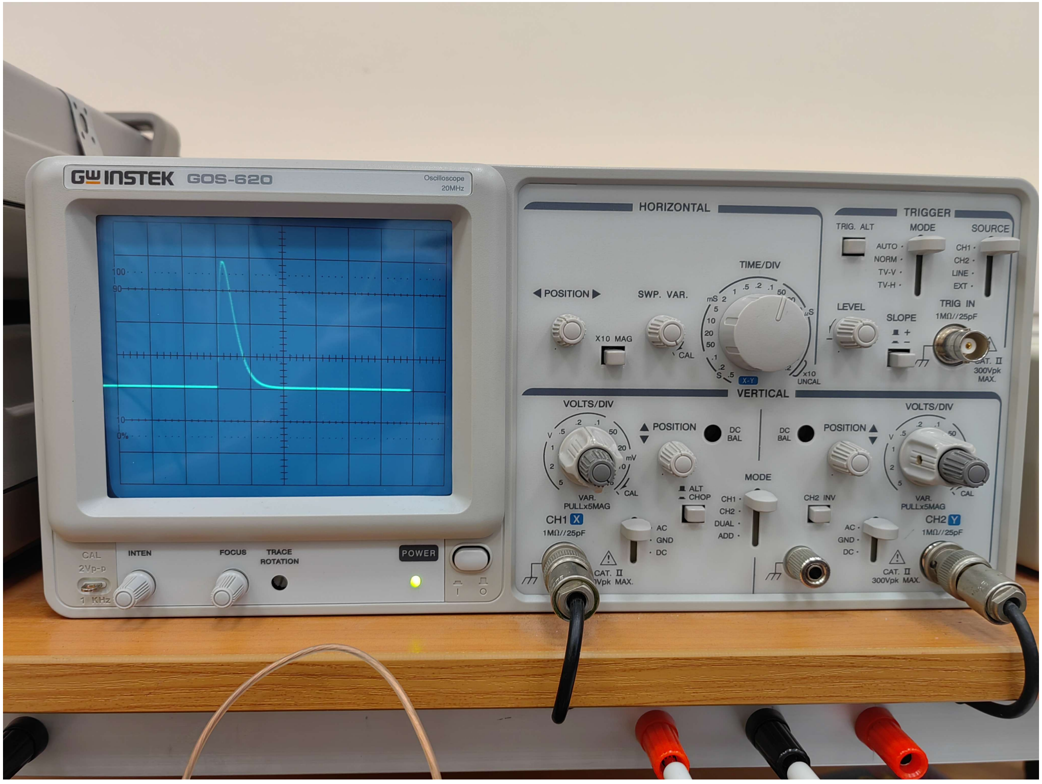

рис. 6 - осциллограмма для опыта №2 при R $= 1.8$, масштаб $T = .1; V = .2$

Найдем собственные частоты при $R = \mathbf{0}\ k\Omega$

$$\alpha = \frac{R_{cr}}{2L} = \frac{0 \cdot 10^3}{2 \cdot 25 \cdot 10^{-3}} = 0$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{25 \cdot 10^{-3} \cdot 0.02 \cdot 10^{-6}}} = 44721$$

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} = j \cdot 211$$

$$p_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} = 0 \pm j \cdot 211$$

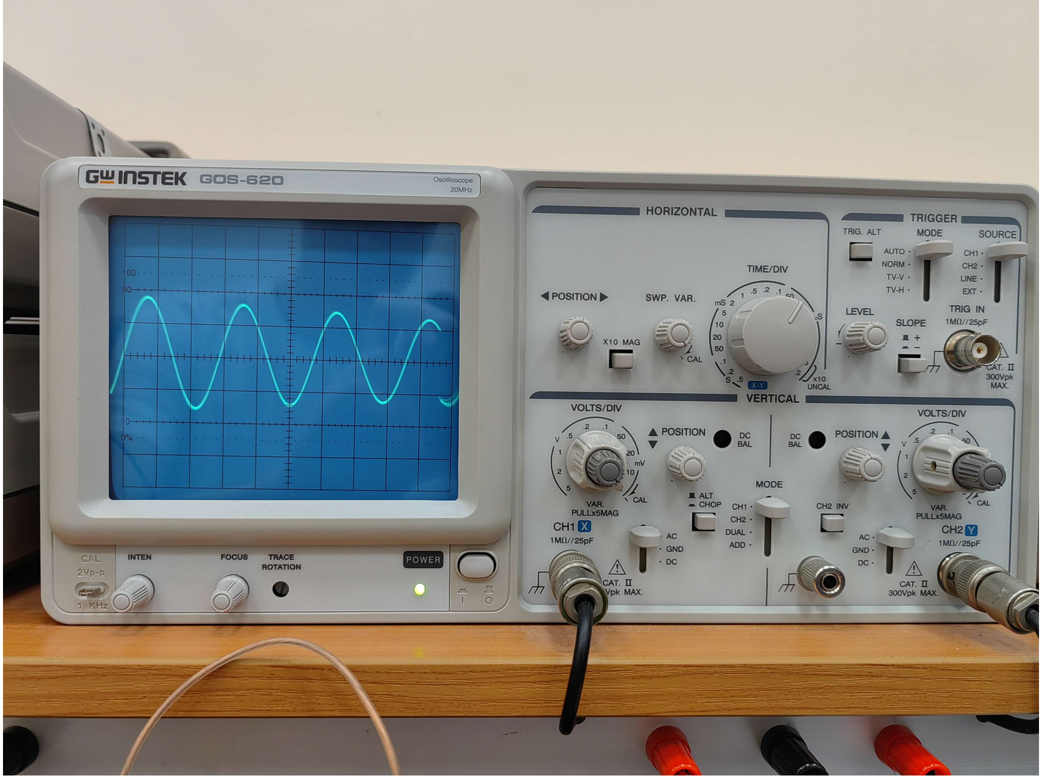

рис. 7 - осциллограмма для опыта №2 при R = 0, масштаб $T = 2.5 \cdot 10^{-3}; V = .5$

Вопрос 3: Какими аналитическими выражениями (в общем виде) описываются процессы во всех четырех случаях?

Графики процессов описываются выражением

$$u(t) = A_1 e^{-\alpha_1 t} + A_2 e^{-\alpha_2 t}$$

для апереодического режима

$$u(t) = +A_2 e^{-\alpha_2 t}$$

для предельного апереодического режима(критического режима)

$$u(t) = Ae^{-at} \cos(\omega t + \beta)$$

для колебательного режима

Вопрос 4: Соответствуют ли найденные собственные частоты теоретическому расчету?

4.1: Расчет частоты цепи при $R = 0.5\ k\Omega$

$$T = \frac{4 \cdot 0.1\, ms}{3} \approx 0.133\, ms$$

$$u_1 = 0.3\, V$$

$$u_2 = 0.1\, V$$

$$\alpha = \frac{\ln(u_1/u_2)}{T} = 10980$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{0.133 \cdot 10^{-3}} = 47242$$

практическое значение:

$$p_{1,2} = \alpha \pm j\omega = -10980 \pm j \cdot 47242$$

теоритическое значение:

$$p_{1,2} = \alpha \pm j\omega = -10000 \pm j \cdot 43589$$

Теоретические и практические значения очень близки друг к другу.

4.2: Расчет частоты цепи при $R_{cr} = \mathbf{1.8}\ k\Omega$

практическое значение:

$$p_{1,2} = \alpha \pm j\omega = -40000 \pm j \cdot 20000$$

теоритическое значение:

$$p_{1,2} = \alpha \pm j\omega = -40000 \pm j \cdot 23589$$

Теоретические и практические значения очень близки друг к другу.

Вопрос 5: Каковы теоретические значения собственных частот при R = 3 и соответствует ли этим значениям снятая осциллограмма?
Расчет частоты цепи при $R = \mathbf{3}\ k\Omega$

$$T = 0.06\, ms$$

$$u_1 = 4.5 * 0.1\, V$$

$$u_2 = 0.3 * 0.1\, V$$

$$\alpha = \frac{\ln(u_1/u_2)}{\Delta t} = 135000$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{6 \cdot 0.1 \cdot 10^{-3}} = 10000$$

практическое значение:

$$p_{1,2} = -\alpha \pm \omega_0 = -135000 \pm 10000$$

$$p_1 = -125000$$

$$p_2 = -145000$$

теоритическое значение:

$$p_{1,2} = -\alpha \pm j\omega = -60000 \pm 40000$$

$$p_1 = -100000$$

$$p_2 = -20000$$

Теоретические и практические значения далеки друг от друга, что можно объяснить погрешностью измерений и несовершенством цепи, а также помехами.

Вопрос №6: Как соотносятся найденные значения добротности с результатами теоретического расчета по формуле?

Найдем добротность контура при $R = \mathbf{0}\ \Omega$

$$Q = \frac{L}{R} \cdot \omega_0 \longrightarrow \inf$$

Найдем добротность контура при $R = \mathbf{0.5}\ k\Omega$

$$Q = \frac{\pi}{\ln(\frac{u_1}{u_2})} = 2.85$$

Найдем добротность контура при $R = \mathbf{3}\ k\Omega$

$$Q = \frac{\pi}{\ln(\frac{u_1}{u_2}) \cdot 3} = 0.38$$

Теоретические добротности:

Найдем добротность контура при $R = \mathbf{0}\ \Omega$

$$Q = \frac{L}{R} \cdot \omega_0 \longrightarrow \inf$$

Найдем добротность контура при $R = \mathbf{0.5}\ k\Omega$

$$Q = \frac{L}{R} \cdot \omega_0 = \frac{0.025}{500} \cdot 44721 = 2.24$$

Найдем добротность контура при $R = \mathbf{1.8}\ k\Omega$

$$Q = \frac{L}{R} \cdot \omega_0 = \frac{0.025}{1800} \cdot 44721 = 0.62$$

Найдем добротность контура при $R = \mathbf{3}\ k\Omega$

$$Q = \frac{L}{R} \cdot \omega_0 = \frac{0.025}{3000} \cdot 44721 = 0.37$$

Полученные значения достаточно близки к теоретическим.

Вывод

В ходе работы было проведено исследование свободных процессов в цепи первого и второго порядка. Был произведён расчёт собственных частот цепи, а также добротность при помощи теоретического и экспериментального подхода к измерениям. В результате полученных расчётов и измерений теоретические данные кроме случая ($R = 3\,k\Omega$) совпали с практическими.