

Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский  
государственный электротехнический университет «ЛЭТИ»  
им. В.И. Ульянова (Ленина)»  
кафедра теоретических основ электротехники

ОТЧЕТ  
по лабораторной работе № 3  
«ИССЛЕДОВАНИЕ СВОБОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В  
ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ»

*Авторы:* Стукен В.А. , Зиновьев М.Д

*Группа:* 2307

*Факультет:* ФКТИ

*Преподаватель:* Зубарев А.В

Санкт-Петербург, 2024

Л<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X

## Цель:

Изучение связи между видом свободного процесса в электрической цепи и расположением ее собственных частот (корней характеристического уравнения) на комплексной плоскости; экспериментальное определение собственных частот и добротности RLC-контура по осциллограммам.

## Экспериментальные исследования

**Опыт №1 Исследование свободных процессов в цепи первого порядка,  $C = 0.02 \cdot 10^{-6}$  Ф**

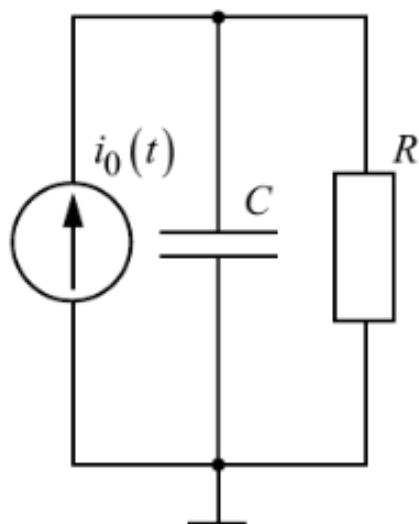


рис. 1 - Схема для опыта №1

**Вопрос №1** Каким аналитическим выражением описывается осциллографируемый процесс?

Осциллографируемый процесс описывается формулой:

$$u(t) = Ae^{p_1 t} = Ae^{-at} = Ae^{-t/\tau}$$

**Вопрос №2** Соответствует ли найденная собственная частота теоретическому расчету?

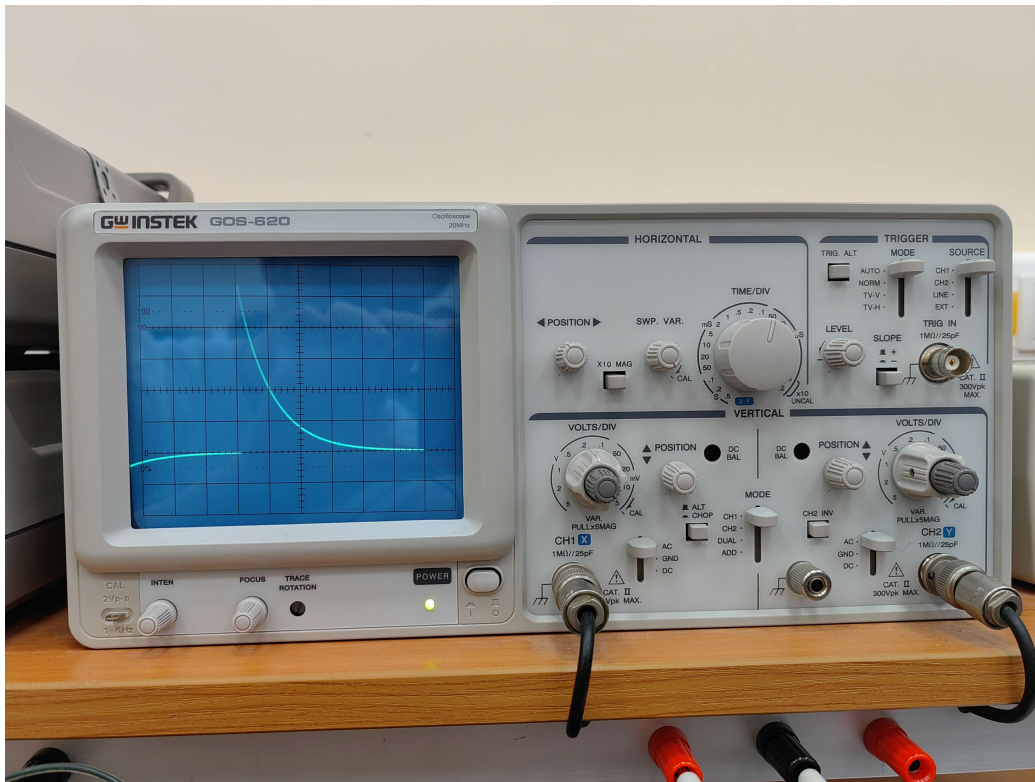


рис. 2 - осциллограмма для опыта №1 при  $R = 5$ , масштаб  $T = .1$ ;  $V = .2$

Собственная частота определяется по формуле:

$$p_1 = -\alpha = -\frac{\ln(U_1/U_2)}{\Delta t} \approx$$

Что соответствует теоретическому расчету:

$$\alpha = -\frac{1}{RC} = \frac{1}{(5 \cdot 10^3) \cdot (0.02 \cdot 10^{-6})} = -10000$$

**Опыт №2 Исследование свободного процесса в цепи второго порядка**

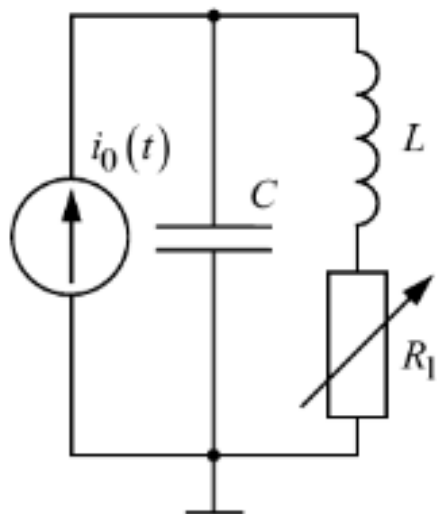


рис. 3 - Схема для опыта №2

$$C = 0.02 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$$

$$L = 25 \text{ мГн}$$

Найдем собственные частоты при  $R_1 = 0.5 \text{ k}\Omega$

$$\alpha = \frac{R_1}{2L} = \frac{0.5 \cdot 10^3}{2 \cdot 25 \cdot 10^{-3}} = 10000$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{25 \cdot 10^{-3} \cdot 0.02 \cdot 10^{-6}}} = 44271$$

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} = j \cdot 43589$$

$$p_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} = -10000 \pm j \cdot 43589$$

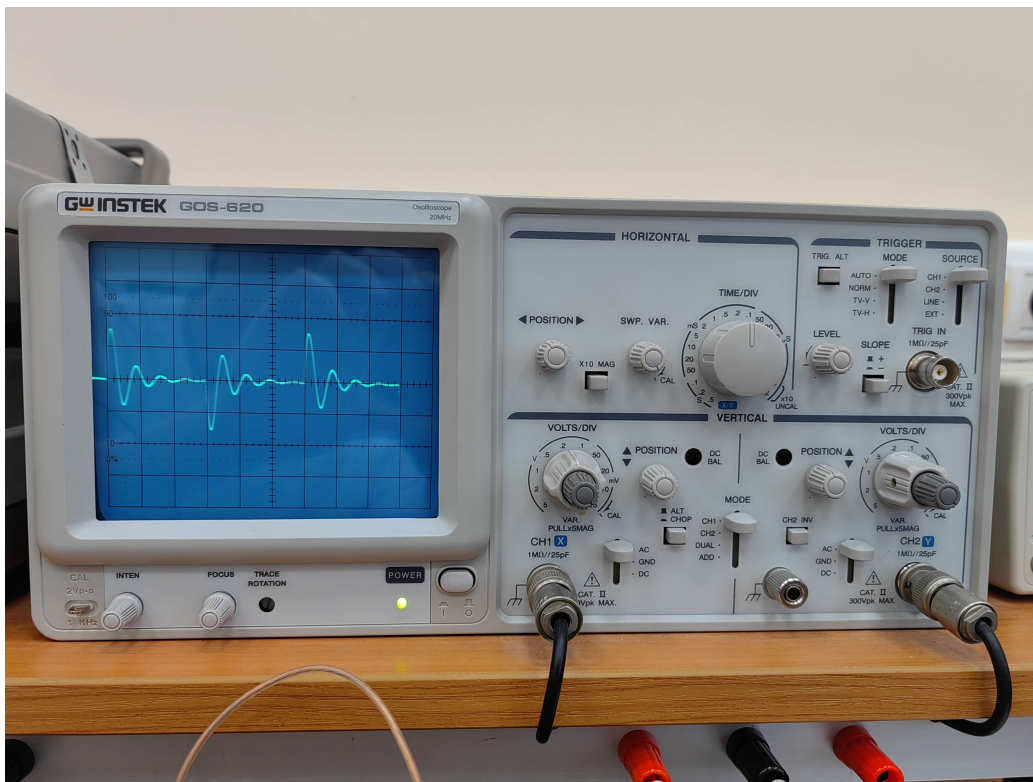


рис. 4 - осциллограмма для опыта №2 при  $R = 0.5$ , масштаб  $T = .2$ ;  $V = .2$

Найдем собственные частоты при  $R_2 = 3 \text{ k}\Omega$

$$\alpha = \frac{R_2}{2L} = \frac{3 \cdot 10^3}{2 \cdot 25 \cdot 10^{-3}} = 60000$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{25 \cdot 10^{-3} \cdot 0.02 \cdot 10^{-6}}} = 44721$$

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} = 40000$$

$$p_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} = -60000 \pm 40000$$

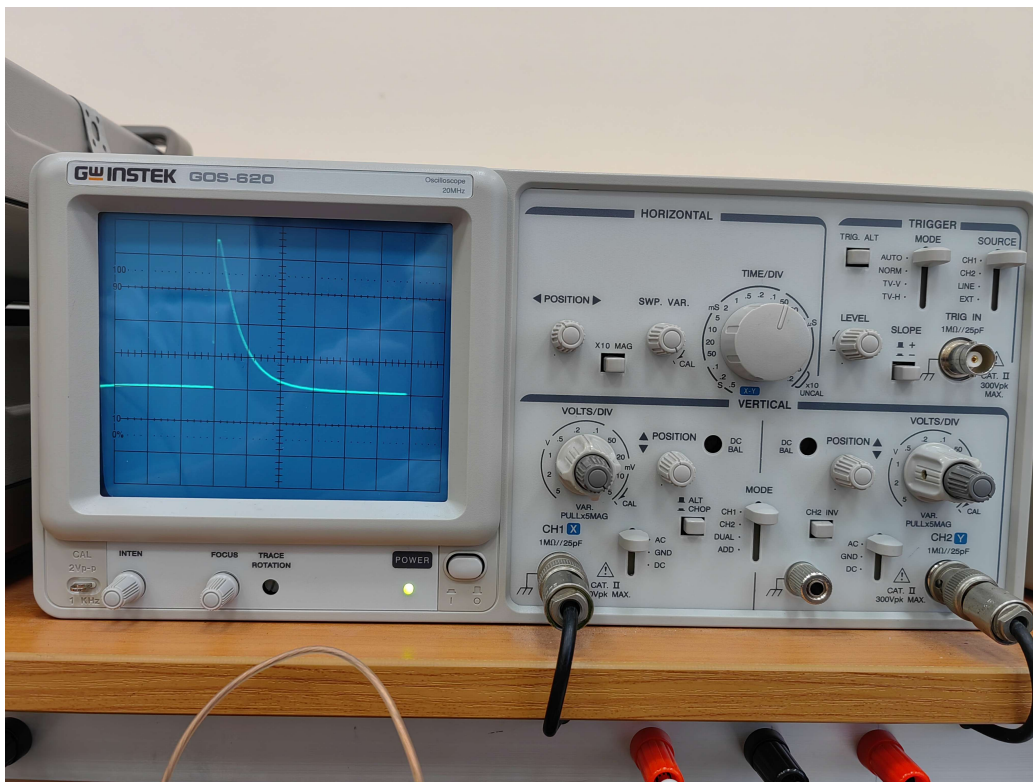


рис. 5 - осциллограмма для опыта №2 при  $R = 3$ , масштаб  $T = .1$ ;  $V = .2$

Найдем собственные частоты при  $R_{cr} = 1.8 \text{ k}\Omega$

$$\alpha = \frac{R_{cr}}{2L} = \frac{1.8 \cdot 10^3}{2 \cdot 25 \cdot 10^{-3}} = 36000$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{25 \cdot 10^{-3} \cdot 0.02 \cdot 10^{-6}}} = 44721$$

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} = j \cdot 22467$$

$$p_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} = -36000 \pm j \cdot 22467$$

Согласно экспериментальным данным, в цепи будет наблюдаться критический режим, т.е. режим, граничный между колебательным и периодическим. В данном случае осциллограмма будет выглядеть так

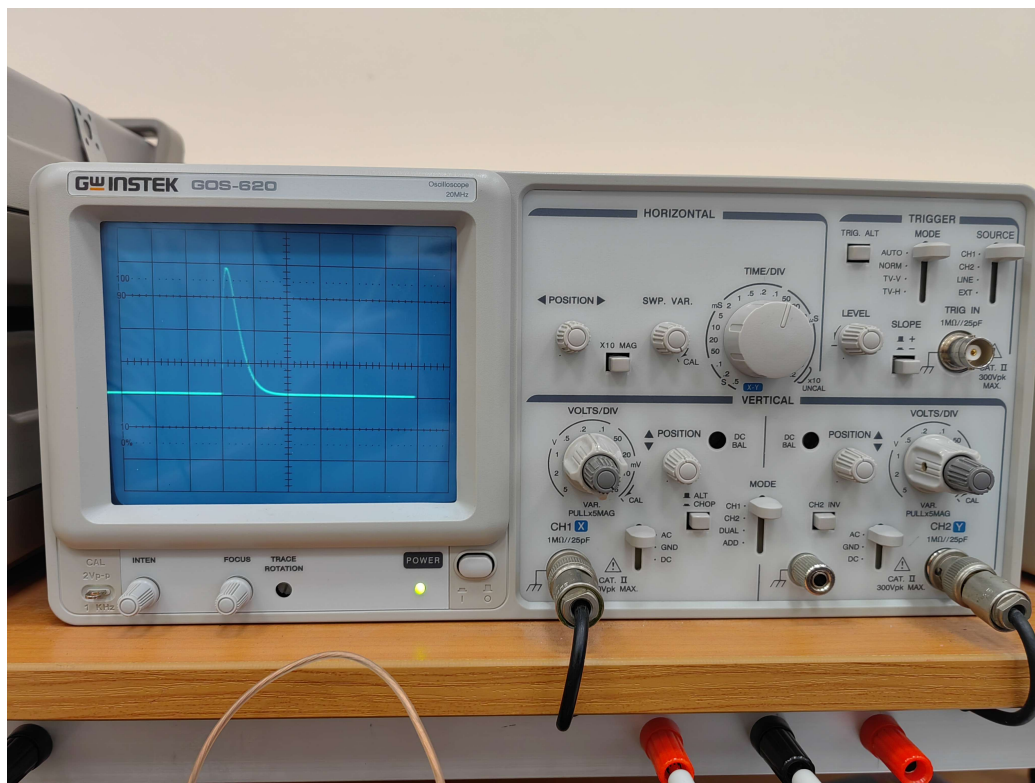


рис. 6 - осциллограмма для опыта №2 при  $R = 1.8$ , масштаб  $T = .1$ ;  $V = .2$



Найдем собственные частоты при  $R = 0 \text{ k}\Omega$

$$\alpha = \frac{R_{cr}}{2L} = \frac{0 \cdot 10^3}{2 \cdot 25 \cdot 10^{-3}} = 0$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{25 \cdot 10^{-3} \cdot 0.02 \cdot 10^{-6}}} = 44721$$

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} = j \cdot 211$$

$$p_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} = 0 \pm j \cdot 211$$

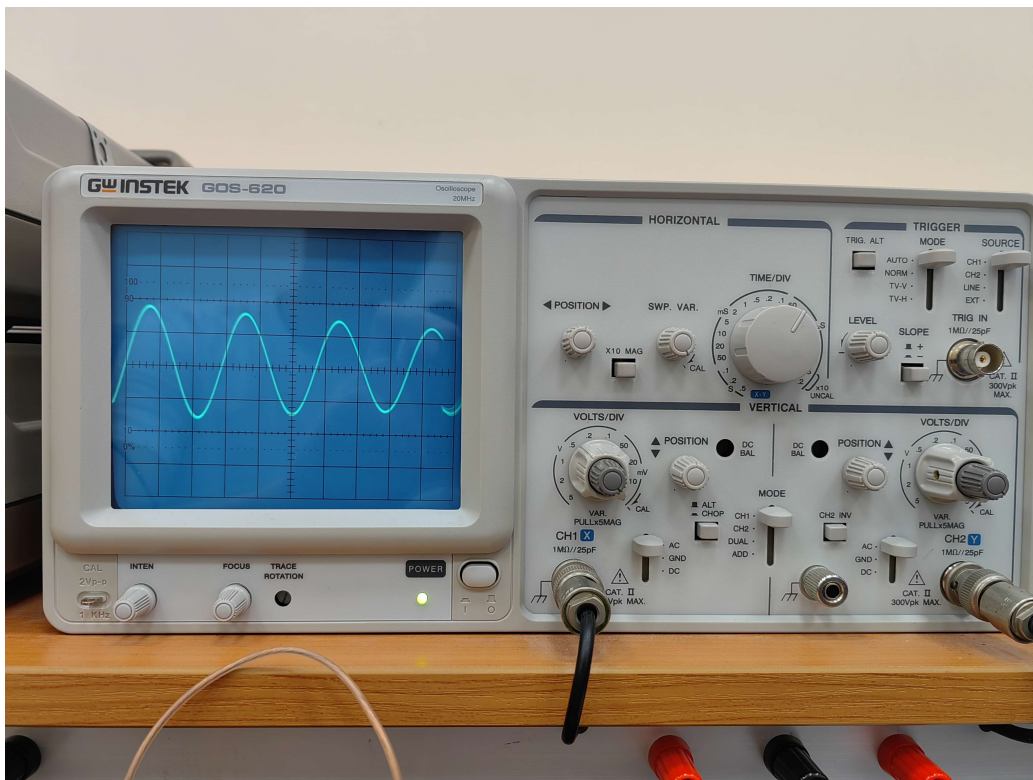


рис. 7 - осциллограмма для опыта №2 при  $R = 0$ , масштаб  $T = 2.5 \cdot 10^{-3}$ ;  $V = .5$



**Вопрос 3: Какими аналитическими выражениями (в общем виде) описываются процессы во всех четырех случаях?**

**Графики процессов описываются выражением**

$$u(t) = A_1 e^{-\alpha_1 t} + A_2 e^{-\alpha_2 t}$$

для апериодического режима

$$u(t) = +A_2 e^{-\alpha_2 t}$$

для предельного апериодического режима (критического режима)

$$u(t) = A e^{-at} \cos(\omega t + \beta)$$

для колебательного режима

**Вопрос 4: Соответствуют ли найденные собственные частоты теоретическому расчету?**

**4.1: Расчет частоты цепи при  $R = 0.5 \text{ k}\Omega$**

$$T = \frac{4 \cdot 0.1 \text{ ms}}{3} \approx 0.133 \text{ ms}$$

$$u_1 = 0.3 \text{ V}$$

$$u_2 = 0.1 \text{ V}$$

$$\alpha = \frac{\ln(u_1/u_2)}{T} = 10980$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{0.133 \cdot 10^{-3}} = 47242$$

практическое значение:

$$p_{1,2} = \alpha \pm j\omega = -10980 \pm j \cdot 47242$$

теоретическое значение:

$$p_{1,2} = \alpha \pm j\omega = -10000 \pm j \cdot 43589$$

Теоретические и практические значения очень близки друг к другу.

#### 4.2: Расчет частоты цепи при $R_{cr} = 1.8 \text{ k}\Omega$

практическое значение:

$$p_{1,2} = \alpha \pm j\omega = -40000 \pm j \cdot 20000$$

теоритическое значение:

$$p_{1,2} = \alpha \pm j\omega = -40000 \pm j \cdot 23589$$

Теоретические и практические значения очень близки друг к другу.

**Вопрос 5: Каковы теоретические значения собственных частот при  $R = 3$  и соответствует ли этим значениям снятая осциллограмма?**

**Расчет частоты цепи при  $R = 3 \text{ k}\Omega$**

$$T = 0.06 \text{ ms}$$

$$u_1 = 4.5 * 0.1 \text{ V}$$

$$u_2 = 0.3 * 0.1 \text{ V}$$

$$\alpha = \frac{\ln(u_1/u_2)}{\Delta t} = 135000$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{6 \cdot 0.1 \cdot 10^{-3}} = 10000$$

практическое значение:

$$p_{1,2} = -\alpha \pm \omega_0 = -135000 \pm 10000$$

$$p_1 = -125000$$

$$p_2 = -145000$$

теоритическое значение:

$$p_{1,2} = -\alpha \pm j\omega = -60000 \pm 40000$$

$$p_1 = -100000$$

$$p_2 = -20000$$

Теоретические и практические значения далеки друг от друга, что можно объяснить погрешностью измерений и несовершенством цепи, а также помехами.

**Вопрос №6: Как соотносятся найденные значения добротности с результатами теоретического расчета по формуле?**

**Найдем добротность контура при  $R = 0 \Omega$**

$$Q = \frac{L}{R} \cdot \omega_0 \longrightarrow \inf$$

**Найдем добротность контура при  $R = 0.5 k\Omega$**

$$Q = \frac{\pi}{\ln(\frac{u_1}{u_2})} = 2.85$$

**Найдем добротность контура при  $R = 3 k\Omega$**

$$Q = \frac{\pi}{\ln(\frac{u_1}{u_2}) \cdot 3} = 0.38$$

**Теоретические добротности:**

**Найдем добротность контура при  $R = 0 \Omega$**

$$Q = \frac{L}{R} \cdot \omega_0 \longrightarrow \inf$$

**Найдем добротность контура при  $R = 0.5 k\Omega$**

$$Q = \frac{L}{R} \cdot \omega_0 = \frac{0.025}{500} \cdot 44721 = 2.24$$

**Найдем добротность контура при  $R = 1.8 k\Omega$**

$$Q = \frac{L}{R} \cdot \omega_0 = \frac{0.025}{1800} \cdot 44721 = 0.62$$

**Найдем добротность контура при  $R = 3 k\Omega$**

$$Q = \frac{L}{R} \cdot \omega_0 = \frac{0.025}{3000} \cdot 44721 = 0.37$$

Полученные значения достаточно близки к теоретическим.

## Вывод

В ходе работы было проведено исследование свободных процессов в цепи первого и второго порядка. Был произведён расчёт собственных частот цепи, а также добротность при помощи теоретического и экспериментального подхода к измерениям. В результате полученных расчётов и измерений теоретические данные кроме случая ( $R = 3k\Omega$ ) совпали с практическими.