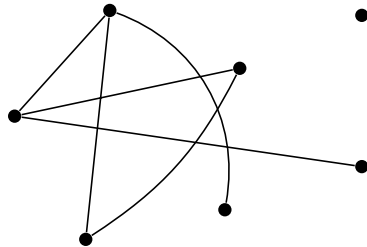
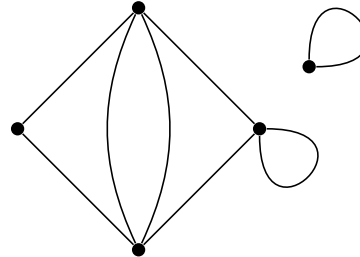


## Graphentheorie Grundlagen

**Graphen.** Ein *Graph* besteht aus einer Menge  $V$  von Knoten und einer Menge  $E$  von Kanten, die jeweils zwei Knoten verbinden. Wir erlauben keine Kanten, die einen Knoten mit sich selbst verbinden (*Schlingen*), und zwischen zwei Knoten darf höchstens eine Kante verlaufen. Ansonsten erhalten wir einen *Multigraph*.



Graph



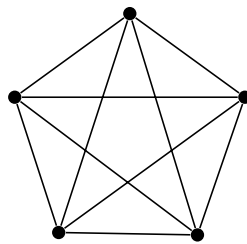
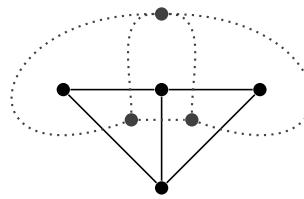
Multigraph

**Grad.** Der Grad eines Knotens ist die Anzahl aller in ihm endenden Kanten. Die Summe der Grade aller Knoten eines Graphen ist gleich  $2E$ .

**Kantenzüge.** Eine Folge von Kanten, die von einem Knoten zum nächsten führen, heißt *Kantenzug*. Wenn kein Knoten doppelt vorkommt, heißt der Kantenzug *Weg*. Wenn der Weg in demselben Knoten aufhört, in dem er beginnt, heißt er *Kreis*.

**Zusammenhängend.** Wenn es in einem Graphen von jedem Knoten zu jedem anderen einen Weg gibt, heißt der Graph *zusammenhängend*.

**Vollständiger Graph.** Im *vollständigen Graph* mit  $n$  Knoten  $K_n$  ist jeder Knoten mit jedem anderen verbunden.

Vollständiger Graph  $K_5$ 

Graph und dualer Graph

**Baum.** Ein *Baum* ist ein zusammenhängender Graph, in dem es keinen Kreis gibt. In einem Baum gilt  $V = E + 1$ .

**Eulerkreis.** Ein *Eulerkreis* in einem Graphen ist ein Kantenzug, der in demselben Knoten beginnt und endet und jede Kante genau einmal enthält. Es gibt einen Eulerkreis genau dann, wenn jeder Knoten geraden Grad hat.

**Planarer Graph.** Einen Graphen  $G$ , den man zeichnen kann, ohne, dass sich Kanten überlappen, nennt man einen *planaren Graphen*. Der zu  $G$  *dualer Multigraph*  $G^*$  hat einen Knoten für jede Fläche von  $G$  und eine Kante zwischen zwei Knoten für jede Kante von  $G$ , die in  $G$  die entsprechenden beiden Flächen trennt. Es gilt  $(G^*)^* = G$ .