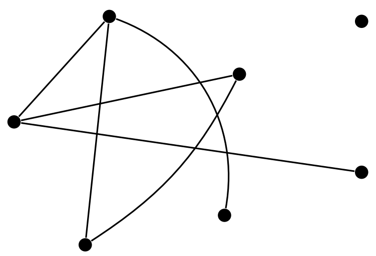
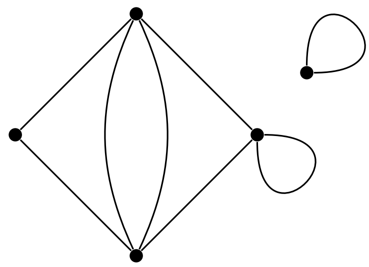
Mathe-AG 9/10

Graphentheorie Grundlagen

Graphen. Ein *Graph* besteht aus einer Menge V von Ecken und einer Menge E von Kanten, die jeweils zwei Ecken verbinden. Wir erlauben keine Kanten, die eine Ecke mit sich selbst verbinden (*Schlingen*), und zwischen zwei Ecken darf höchstens eine Kante verlaufen. Ansonsten erhalten wir einen *Multigraph*.



Graph



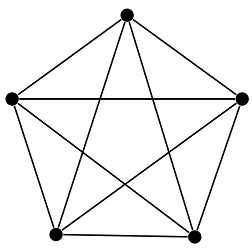
Multigraph

Grad. Der Grad einer Ecke ist die Anzahl aller in ihr endenden Kanten. Die Summe der Grade aller Ecken eines Graphen ist gleich $2E$.

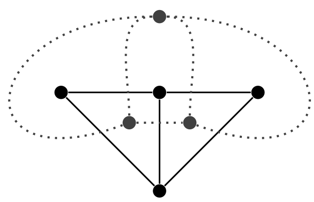
Kantenzüge. Eine Folge von Kanten, die von einer Ecke zur nächsten führen, heißt *Kantenzug*. Wenn keine Ecke doppelt vorkommt, heißt der Kantenzug *Weg*. Wenn der Weg in derselben Ecke anfängt, wie er beginnt, heißt er *Kreis*.

Zusammenhängend. Wenn es in einem Graphen von jeder Ecke zu jeder anderen einen Weg gibt, heißt der Grpah *zusammenhängend*.

Vollständiger Graph. Im *vollständige Graph mit n Knoten* K_n ist jede Ecke mit jeder anderen verbunden.



Vollständiger Graph K_5



Graph und dualer Graph

Baum. Ein *Baum* ist ein zusammenhängender Graph, in dem es keinen Kreis gibt. In einem Baum gilt $V = E + 1$.

Eulerkreis. Ein *Eulerkreis* in einem Graphen ist ein Kantenzug, der in derselben Ecke beginnt und endet und jede Kante genau einmal enthält. Es gibt einen Eulerkreis genau dann, wenn jede Ecke geraden Grad hat.

Planarer Graph. Einen Graphen G, den man zeichnen kann, ohne, dass sich Kanten überlappen, nennt man einen *planaren Graphen*. Der *zu* G *dualer Multigraph* G^* hat eine Ecke für jede Fläche von G und eine Kante zwischen zwei Ecken für jede Kante von G, die in G die entsprechenden beiden Flächen trennt. Es gilt $(G^*)^* = G$.