

## Тестовое задание. Решение

Ступак Дмитрий Александрович

Почта: [s2pakdm@mail.ru](mailto:s2pakdm@mail.ru)

Телефон: +79857965252

### Тестовое задание.

Написать программу численного решения задачи Коши для уравнения:

$$\frac{d^5 y}{dx^5} + 15 \frac{d^4 y}{dx^4} + 90 \frac{d^3 y}{dx^3} + 270 \frac{d^2 y}{dx^2} + 405 \frac{dy}{dx} + 243 y = 0, \quad x \in [0, 5]$$
$$y(0) = 0, \quad \frac{dy}{dx}(0) = 3, \quad \frac{d^2 y}{dx^2}(0) = -9, \quad \frac{d^3 y}{dx^3}(0) = -8, \quad \frac{d^4 y}{dx^4}(0) = 0$$

### Решение.

Для того, чтобы решить следующее линейное однородное уравнение:

$$y^V + 15 y^{IV} + 90 y''' + 270 y'' + 405 y' + 243 y = 0$$

Необходимо произвести замену  $y = e^{lx}$ , тогда все остальные производные можно заменить на

$y' = l e^{lx}$ ,  $y'' = l^2 e^{lx}$  и т.д. В результате у нас будет уравнение вида:

$$l^5 e^{lx} + 15 l^4 e^{lx} + 90 l^3 e^{lx} + 270 l^2 e^{lx} + 405 l e^{lx} + 243 e^{lx} = 0$$

После сокращения на  $e^{lx}$  получаем:

$$l^5 + 15 l^4 + 90 l^3 + 270 l^2 + 405 l + 243 = 0$$

Это уравнение можно привести к следующему виду:

$$(l + 3)^5 = 0$$

$$\text{И } l = -3$$

По итогу общее решение уравнения имеет вид

$$e^{-3x}(C_1 + x C_2 + x^2 C_3 + x^3 C_4 + x^4 C_5) = y$$

Подставляя поочередно начальные условия, находим частное решение нашего уравнения

$$y(0) = 0 = e^{-3 \cdot 0}(C_1 + xC_2 + x^2C_3 + x^3C_4 + x^4C_5) \Rightarrow C_1 = 0$$

$$y'(0) = 3 = e^{-3 \cdot 0}(xC_2 + x^2C_3 + x^3C_4 + x^4C_5) \Rightarrow C_2 = -3$$

И далее

$$C_3 = -13.5$$

$$C_4 = -28.3$$

$$C_5 = -37.5$$

Тогда частное решение уравнения имеет вид

$$e^{-3x}(-3x - 13.5x^2 - 28.3x^3 - 37.5x^4) = y$$

$$\text{Ответ: } e^{-3x}(-3x - 13.5x^2 - 28.3x^3 - 37.5x^4) = y$$