

# 2024 fall 理论物理基础 期中考试试题回忆版

## 1

考虑电磁场张量 $F^{\mu\nu}$ ，四阶全反对称张量 $\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}$ ，计算：(用 $E, B$ 表示)

- (1)  $F^{\mu\nu}F_{\mu\nu}$ ;
- (2)  $\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}F^{\mu\nu}F^{\rho\sigma}$ 。

## 2

考虑LRL矢量 $\vec{B}$ 与角动量 $\vec{J}$ ，已知角动量分量之间的泊松括号，角动量分量与动量分量、位矢分量之间的泊松括号，求：

- (1)  $[J_i, p_j], [J_i, r_j]$ ;
- (2)  $[J_i, B_j], [B_i, r_j]$ 。

## 3

考虑自由运动的欧拉陀螺，三个主轴方向的角动量分别为 $I_1, I_2, I_3$ 。

- (1) 直接写出刚体的欧拉运动方程；
- (2) 取 $I_1 = I_2 = 2I_3$ ，设刚体自转 $I_3$ 轴角速度 $\psi$ ，自转轴与角动量方向夹角为 $\theta$ ，求进动角速度 $\varphi$ 。

## 4

质量为 $m$ 的矩形薄板，四角连着劲度系数均为 $k$ 的弹簧，且原长均相同，矩形的两条边的长度分别为 $a, b$ ，下面仅仅考虑质心沿着垂直方向的运动，重力加速度为 $g$ ，试求体系的本征振动频率，可以通过猜解的方式直接得到答案。

## 5

已知诺特定理的表达式：

$$\frac{\partial L}{\partial q_\alpha} \delta q_\alpha + \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_\alpha} \frac{d}{dt} \delta q_\alpha + \left( L - \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_\alpha} \dot{q}_\alpha \right) \frac{d}{dt} \delta t + \frac{\partial L}{\partial t} \delta t = \frac{d}{dt} F(q, t)$$

- (1) 写出相对论性粒子的拉氏量、能量、动量的表达式；
- (2) 考虑沿着 $x$ 方向的Boost变换 $\epsilon \hat{x}$ ，求解 $F$ 与对应的守恒量 $Q_x$ 。

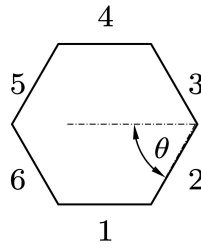
## 6

考虑极坐标方程下的等周线方程的问题。记 $r = r(\theta)$ ，周长为 $L_0$ ，求：

- (1) 面积 $S$ ，周长 $L$ 在极坐标下的表达式；
- (2) 用变分法求解曲线方程，为了简便，可以将原点取在曲线上。

## 7

考虑六边形的框架，由六根长度为 $l$ ，质量为 $m$ 的刚性杆构成，分别记为1-6，在1杆上施加力 $F$ ，求解：



- (1) 系统的拉氏量，用角度 $\theta$ ，系统质心在笛卡尔坐标系下的表示 $x, y$ 作答；
- (2) 已知 $F$ 很大，作用时间很短，作用后1杆获得速度 $u$ ，求施加力的冲量 $I_F$ 。

## 8

4.19 在核子物理中常用矩形势阱，它是一种有心力场的势能

$$V(\rho) = \begin{cases} 0 & (\rho > a), \\ -V_0 & (\rho \leq a). \end{cases}$$

试证在经典力学中这种势阱的散射有如光线在球上的折射，这球的半径为 $a$ 而相对折射率

$$n = \sqrt{\frac{E + V_0}{E}},$$

- (1) 求散射截面的表达式 $\sigma = \sigma(\theta)$ ；
- (2) 代入数值 $\theta = \frac{\pi}{4}$ ， $a = 1\text{cm}$ ，求 $\sigma$ 。