

2024fall 理论物理基础I 期末考试试题回忆

1 (15pts)

写出下列体系的格林函数 $G(\vec{r}, \vec{r}')$:

1. 无穷大平面上半空间的格林函数, 用直角坐标 (x, y, z) 表达, 无穷大平面位于 $z = 0$ 处;
2. 半径为 a 的球, 球外空间的格林函数, 使用球坐标 (r, θ, φ) 表达, 球体半径为 a 。

2 (15pts)

对于物质波 $Ae^{i(kx - \omega t)}$, 分别对于经典粒子和相对论性粒子, 利用能量-质量的关系 $E = E(p)$, 分别求解相速度 v_p 与群速度 v_g (用 p 表示), 并且分别指出哪个是“经典速度”。

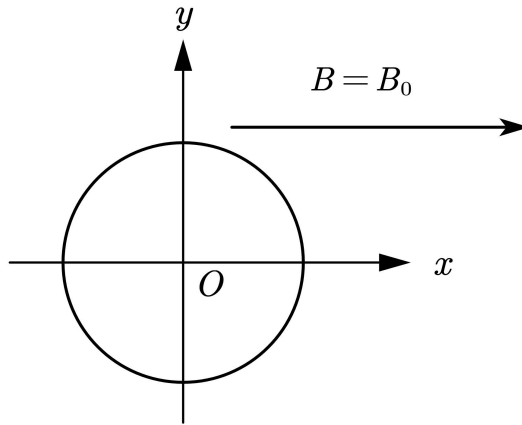
3 (15pts)

如图所示建立坐标系, 一个半径为 R 的超导体圆柱沿着 z 轴放置, 空间中有沿着 x 方向的磁场 $\vec{B} = B_0 \hat{x}$, 求解超导体圆柱外部空间的磁场分布 $\vec{B} = \vec{B}(r, \varphi)$, 并求解超导体表面的面电流分布 $\vec{K}_f = \vec{K}_f(\varphi)$ 。

- 提示1: 超导体圆柱内部总电流为0, 磁场处处为0, 故可以引入标量势, 使得 $\vec{B} = -\nabla u$ 。
- 提示2: 柱坐标形式下的 Laplace 方程的解的一般形式为:

$$u(r, \varphi) = a_0 + b_0 \ln r + \sum_{m=1}^{+\infty} (a_m r^m + b_m r^{-m}) (c_m \sin m\varphi + d_m \cos m\varphi)$$

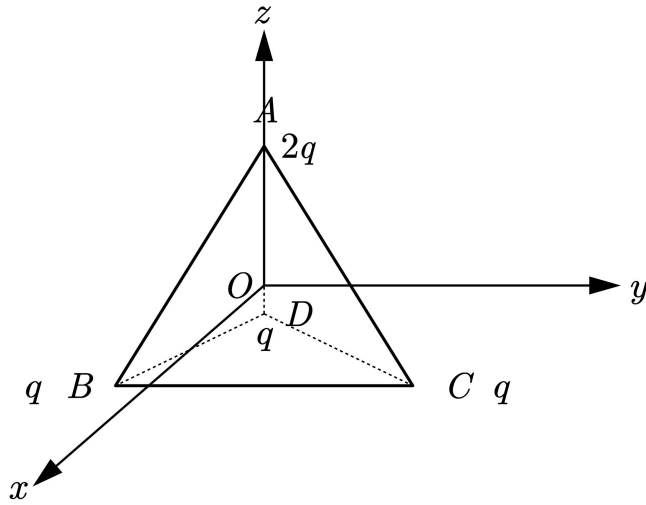
- 提示3: 可以不使用上面提示的方法进行解答。



4 (15pts)

如图所示是一个边长为 a 的正四面体框架, 四个顶点分别为 $ABCD$, 分别放置有电荷量为 $2q, q, q, q$ 的电荷, 建立空间直角坐标系 $Oxyz$, 坐标原点建立在正四面体的中心, D 位于 xz 平面内。

1. 写出体系的电偶极矩 \vec{p} ;
2. 写出体系的电四极矩 $\vec{\bar{D}}$;
3. 将点电荷 Q_0 放置在 $(0, \frac{a}{\sqrt{2}}, \frac{a}{\sqrt{2}})$ 处 ($a \gg l$), 求解四面体框架在电场中的能量, 精确到 l^2 阶。



5 (20pts)

考虑重粒子（有质量的粒子）的电磁场方程：

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} + \sigma A^\nu = J^\nu$$

其中 $F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu$, $A^\mu = (\frac{\phi}{c}, \vec{A})$, $J^\mu = (\rho c, \vec{j})$ 。

1. 写出 A^ν 满足的场方程，并计算粒子的质量（提示：可以使用德布罗意波进行计算）；
2. 写出 Maxwell 方程（包含 $\nabla \cdot \vec{E}$, $\nabla \times \vec{E}$, $\nabla \cdot \vec{B}$, $\nabla \times \vec{B}$ 等四项）；
3. 引入 $\phi = \frac{qe^{-i\mu r}}{4\pi\epsilon_0 r}$ ，
 - (1) 计算 $\nabla^2 \phi$ ；
 - (2) 将上面的结果代入 ϕ 满足的 Maxwell 方程，求出 μ 与 σ 满足的关系。

6 (20pts)

考虑低频波段下的金属表面正入射的电磁波，采用金属色散的经典模型，计算得到等效的相对电容率

$$\epsilon_r(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + i\omega\gamma} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \gamma^2} + i\frac{\gamma}{\omega} \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \gamma^2}$$

其中

$$\omega_p = \sqrt{\frac{ne^2}{m\epsilon_0}} = \sqrt{\frac{\gamma\sigma_c}{\epsilon_0}} \text{ 为金属的等离子体频率}$$

设入射金属界面的波矢为 k_0 ，电场强度为 E_0 ，反射波矢为 k' ，电场强度为 E'_0 ，反射波矢为 k'' ，电场强度为 E''_0 。

1. 令 $k'' = k + i\beta$ 。
 - (1) 求解 k, β （表达式中不得出现 γ ）；
 - (2) 求解单位截面传入的功率，可以包含 E''_0 。
2. 计算振幅复反射率与透射率，能流的（实）透射率与反射率，不得代入第一问结果，结果用 k_0, k, β 表示；
3. 从上面的计算中可以发现，金属表面可以近似为全反射，求解金属表面的面电流 \vec{K}_f ；

4. 认为面电流均匀分布在厚度为 $\delta = \beta^{-1}$ 的表面内，求解单位面积的焦耳热功率；
5. 将1（2）的结果与4的结果做对比，分析4中的近似是否合理。