2024fall 理论物理基础I 期末考试试题回忆

1 (15pts)

写出下列体系的格林函数 $G(\vec{r}, \vec{r}')$:

- 1. 无穷大平面上半空间的格林函数,用直角坐标 (x,y,z) 表达,无穷大平面位于 z=0 处;
- 2. 半径为 a 的球,球外空间的格林函数,使用球坐标 (r,θ,φ) 表达,球体半径为 a 。

2 (15pts)

对于物质波 $A\mathrm{e}^{\mathrm{i}(kx-\omega t)}$,分别对于经典粒子和相对论性粒子,利用能量-质量的关系 E=E(p) ,分别求解相速度 v_p 与群速度 v_q (用 p 表示),并且分别指出哪个是"经典速度"。

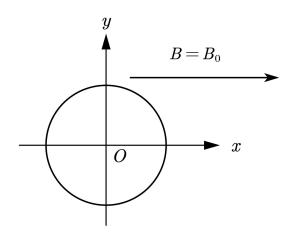
3 (15pts)

如图所示建立坐标系,一个半径为 R 的超导体圆柱沿着 z 轴放置,空间中有沿着 x 方向的磁场 $\vec{B}=B_0\hat{x}$,求解超导体圆柱外部空间的磁场分布 $\vec{B}=\vec{B}(r,\varphi)$,并求解超导体表面的面电流分布 $\vec{K}_f=\vec{K}_f(\varphi)$ 。

- 提示1: 超导体圆柱内部总电流为0,磁场处处为0,故可以引入标量势,使得 $ec{B}=abla u$ 。
- 提示2: 柱坐标形式下的 Laplace 方程的解的一般形式为:

$$u(r,arphi) = a_0 + b_0 \mathrm{ln} r + \Sigma_{m=1}^{+\infty} (a_m r^m + b_m r^{-m}) (c_m \sin m arphi + d_m \cos m arphi)$$

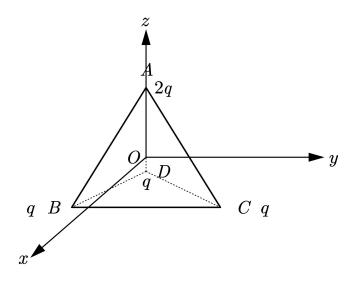
• 提示3: 可以不使用上面提示的方法进行解答。



4 (15pts)

如图所示是一个边长为 a 的正四面体框架,四个顶点分别为 ABCD,分别放置有电荷量为 2q,q,q,q 的电荷,建立空间直角坐标系 Oxyz ,坐标原点建立在正四面体的中心, D 位于 xz 平面内。

- 1. 写出体系的电偶极矩 \vec{p} ;
- 2. 写出体系的电四极矩 $\stackrel{\leftrightarrow}{D}$;
- 3. 将点电荷 Q_0 放置在 $(0, \frac{a}{\sqrt{2}}, \frac{a}{\sqrt{2}})$ 处 $(a\gg l)$,求解四面体框架在电场中的能量,精确到 l^2 阶。



5 (20pts)

考虑重粒子 (有质量的粒子) 的电磁场方程:

$$\partial_{\mu}F^{\mu\nu} + \sigma A^{\nu} = J^{\nu}$$

其中
$$F^{\mu
u}=\partial^{\mu}A^{
u}-\partial^{
u}A^{\mu},A^{\mu}=(rac{\phi}{c},ec{A}),J^{\mu}=(
ho c,ec{j})$$
。

- 1. 写出 A^{ν} 满足的场方程,并计算粒子的质量(提示:可以使用德布罗意波进行计算);
- 2. 写出 Maxwell 方程(包含 $\nabla \cdot \vec{E}$, $\nabla \times \vec{E}$, $\nabla \cdot \vec{B}$, $\nabla \times \vec{B}$ 等四项);
- 3. 引入 $\phi=rac{q\mathrm{e}^{-\mu r}}{4\piarepsilon_0 r}$,
 - (1) 计算 $\nabla^2 \phi$;
 - (2) 将上面的结果代入 ϕ 满足的 Maxwell 方程, 求出 μ 与 σ 满足的关系。

6 (20pts)

考虑低频波段下的金属表面正入射的电磁波,采用金属色散的经典模型,计算得到等效的相对电容率

$$\varepsilon_r(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + i\omega\gamma} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \gamma^2} + i\frac{\gamma}{\omega}\frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \gamma^2}$$

其中

$$\omega_p = \sqrt{\frac{ne^2}{m\varepsilon_0}} = \sqrt{\frac{\gamma\sigma_c}{\varepsilon_0}}$$
为金属的等离子体频率

设入射金属界面的波矢为 k_0 ,电场强度为 E_0 ,反射波矢为 k',电场强度为 E_0' ,反射波矢为 k'',电场强度为 E_0'' 。

- 1. $\diamondsuit k'' = k + \mathrm{i}\beta$.
 - (1) 求解 k, β (表达式中不得出现 γ);
 - (2) 求解单位截面传入的功率,可以包含 E_0'' 。
- 2. 计算振幅复反射率与透射率,能流的(实)透射率与反射率,不得代入第一问结果,结果用 k_0,k,β 表示;
- 3. 从上面的计算中可以发现,金属表面可以近似为全反射,求解金属表面的面电流 $ec{K}_f$;

- 4. 认为面电流均匀分布在厚度为 $\delta=\beta^{-1}$ 的表面内,求解单位面积的焦耳热功率;
- 5. 将1 (2) 的结果与4的结果做对比,分析4中的近似是否合理。