# 理论物理基础I（二）：经典电动力学 随想

## 电磁场的基本规律

### 电磁场与麦克斯韦方程组

从三维形式的Maxwell方程组过渡到四维协变形式的方程，引入四维矢势$F_{\mu\nu}=\partial^\mu A^\nu-\partial^\nu A^\mu$，将表达式进行一定的化简。

$$\partial_\mu F^{\mu\nu}=\mu_0 J^\nu$$

注意，这一方式等式左边只能含有场量$\overrightarrow{E}$和$\overrightarrow{B}$，所以要通过后续的在各种介质中各种线性假设才能得到含有$\overrightarrow{D}$与$\overrightarrow{H}$之间的关系。

同时，还有时域-频域傅里叶变换的表达式：

$$F(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}\mathrm{d}t$$

$$f(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}\mathrm{d}\omega$$

这也说明，介质的色散是由于响应的弛豫造成的。

### 电磁场的能量、动量、角动量守恒律

#### 能量与动量守恒

电磁场的能量密度与能流密度：（前提：线性介质）

$$u=\frac{1}{2}\vec{D}\cdot\vec{E}+\frac{1}{2}\vec{B}\cdot\vec{H}$$

$$\vec{S}=\vec{E}\times\vec{H}$$

电磁场的动量密度与动量流密度：（前提：线性无色散损耗介质）

$$\vec{g}=\vec{E}\times\vec{B}$$

$$\overleftrightarrow{\sigma}=\frac{1}{2}(\vec{D}\cdot\vec{E})\overleftrightarrow{I}-\vec{D}\vec{E}+\frac{1}{2}(\vec{B}\cdot\vec{H})\overleftrightarrow{I}-\vec{H}\vec{B}$$

注意相应量之间的对应。

#### 能动张量

个人感觉直接推导还是比较复杂的，但是结论还是比较容易掌握的。

电磁场能动张量$T^{\mu\nu}$：

$$T^{00}=u,\ T^{0i}=T^{i0}=\vec{S}/c=\vec{g}\cdot c,\ T^{ij}=\overleftrightarrow{\sigma}^{ij}$$

0分量：守恒荷

### 角动量守恒定律

注意到可以通过能动张量构建角动量守恒的表达式，可以先不关注“叉乘”带来的Levi-Civita符号，直接用$M^{\alpha\mu\nu} = T^{\alpha\mu}x^{\nu} - T^{\alpha\nu}x^{\mu}$构建表达式。

## 电磁势与规范的选取

选取规范将电磁场方程化简，进而得到简化的表达式。

### Coulomb规范

保证$\varphi$的形式简单：$\nabla \cdot \vec{A} = 0$，$\nabla^2 \varphi = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$。

静态电磁场就会更加简单，相当于直接电势管电场，矢势管磁场。

采用格林函数可以将表达式直接解出来

### Lorenz-Lorentz规范

考虑含时的情形，得到

$$\partial_\mu A^\mu = \frac{1}{c^2}\partial_t \varphi + \nabla \cdot A = 0$$

直接将标势与矢势的方程同时直接化为波动方程。

# 静电场

# 静磁场

# 电磁波的传播

## 简谐平面电磁波

## 色散介质中的电磁波

## 导体中的电磁波

## 波导与谐振腔

其实讲义中的推导感觉不是非常适合于直接计算，显然比较麻烦，直接记忆公式由非常困难。直接考虑矩形波导中的电磁波，容易发现只能传递$\mathrm{TE}_{\mathrm{mn}}$波与$\mathrm{TM}_{\mathrm{mn}}$波，由对称性，可以仅仅研究$\mathrm{TE}$波的情形。

电场只有横向分量+边界条件：

$$E_x = E_{x0} \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{\pi y}{b}\right)$$
$$E_y = E_{y0} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{\pi y}{b}\right)$$

然后根据$\nabla \cdot E = 0$可以直接得到$E_{x0}$与$E_{y0}$之间的关系（$k_x E_{x0} + k_y E_{y0} = 0$），实现变量的统一。