

实验物理中的统计方法 杨振伟 2024 春 期中试题

考了 1h 50min

一、填空题

- 1、如果随机变量 $X \sim N(0, 2^2)$, $Y \sim N(0, 2^2)$, $V[X - Y] = 0$, 写出协方差矩阵。
- 2、将编号为 $1, 2, 3, \dots, n$ 的小球随机放入编号为 $1, 2, 3, \dots, n$ 的桶中, 每个桶中放置一个小球, 将编号相同的小球成为匹配的, 求匹配对数的方差。
- 3、一个设备在一段时间 t 内损坏次数 N_t 满足 λt 的泊松分布, 求这个设备第一次损坏时间 T 的概率密度函数。
- 4、有 5 个半衰期为 10 年的粒子, 求 20 年后恰好有 2 个粒子衰变的概率
- 5、在大屏幕上随机显示 $1 \sim N$ 的正整数, 某人观测后记录了 n 个观测结果 (可以重复), 求最大数恰好为 k 的概率。
- 6、一个设备由两只电子元件组成, 电子元件工作时间的累积分布函数可以用 $F(\tau)$ 表示, 该设备可以在一只电子元件完好时正常工作, 设该设备正常工作时间为 T , 求 T 的分布函数。
- 7、忘了, 不会做
- 8、随机变量 $X, Y \sim N(0, 1)$, $Z = X - Y$, 求 $E[Z]$, $E[|Z|]$, $V[|Z|]$

二、解答题

- 9、雷达探测物体在半径为 R 的圆内随机分布, 求探测物体距离的期望和方差。
- 10、边长为 a 和 b ($a > b$) 的矩形周长上随机选择两个点, 求两个点的距离平方的期望。
- 11、粒子发射器随机发射的光子中电子含量有 10^{-4} , 经过两只探测器后被其中 i 个探测, 满足如下分布, 则求 (1) 被 1 个探测器探测时光子的概率, (2) 被 2 个探测器探测时电子的概率。

$$P(0|e) = 0.001 \quad P(0|\gamma) = 0.99899$$

$$P(1|e) = 0.010 \quad P(1|\gamma) = 0.001$$

$$P(2|e) = 0.989 \quad P(2|\gamma) = 10^{-4}$$

- 12、一个粒子衰变产生两个 β 粒子是稀有现象, 探测 β 粒子以观测这一现象。假设本底探测到 3 个粒子, 现在观测到 6 个疑似信号, 求显著性水平。
- 13、一批零件的直径满足分布 $D \sim N(\mu, 0.02^2)$, 选择其中 15 个零件, 计算出 $S^2 = 0.025$, 如果取显著性水平为 $\alpha = 0.05$, 这批零件的方差是否在估计内。已知 $\chi_{0.025}^2(14) > 26$, $\chi_{0.975}^2(14) < 4$, $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$

- 14、使用丢针实验估计 π 的取值, $\pi = \frac{2lN}{an}$, $l = 2.5\text{cm}$, $a = 3\text{cm}$, $n = 1808$, $N = 3408$, 如果 0 不考虑 l 和 a 的误差, 估计 π 的相对不确定度。

- 15、仪器探测信号通过有规律的响应间隔来确定为信号而非噪音。假设在一段时间内产生噪声信号的概率相同, 现在在 $[0, T]$ 的窗口内探测到了两个噪声信号, 如果噪声信号时间差不超过 t ($t < T$), 则会被误判为探测信号, 求被误判的概率。

- 16、已知 $X_i \sim U(0, 1)$,

$$N_a = \min \left\{ k: \prod_{i=1}^k X_i < a \right\}$$

求 N_a 的质量分布函数。