

# 理论力学 期中考试 试题回忆

题目简单，但是感觉比较注重概念与细节（课件上一模一样的推导？）

1. 解释以下概念：

1. 不等时变分；
2. 莫佩蒂原理；
3. 诺特定理；
4. 哈密顿原理；
5. 拉格朗日点。

2. 对于开普勒问题，分析对称性与角动量守恒之间的关系。

3. 使用理论力学的方法解决问题：一个质量为 $m$ 的质点以速度 $v_0$ 从 $(0, 0)$ 出发，在光滑抛物线支架 $y = -\frac{x^2}{2d}$ 上运动，重力加速度沿 $y$ 轴向下为 $g$ 。计算抛物线对质点的支持力 $N = N(x)$ 的变化，并讨论 $v_0$ 对物体运动轨迹的影响。

4. 考虑质量为 $m$ ，带电量为 $-e$ 的电子在电磁场中的运动，内圆筒半径为 $a$ ，外圆筒半径为 $R$ ，电势分布为 $\phi = -\phi_0 \frac{\ln r/R}{\ln a/R}$  ( $\phi_0 > 0$ )。沿轴向加有匀强磁场 $B_0$ ，对应的磁矢势为 $\vec{A} = \frac{1}{2} B_0 r \hat{z}$ 。初始时刻电子静止在内圆柱表面。求出：

1. 电子运动的拉氏量与哈密顿量；
2. 运动积分；
3. 电子能够到达外圆筒 $B_0$ 所需满足的条件。

5. (课件上的例题) 考虑受限三体问题。两个天体质量分别为 $M_1, M_2$ ，间距为 $R$ ，相互绕转的角频率为 $\Omega$ 。以两个大质量天体的质心为原点，以 $M_2$ 到 $M_1$ 的连线为 $x$ 轴正方向建坐标系，有一质量为 $m$  ( $m \ll M_1, M_2$ ) 的天体在其中运动。计算：

1. 在转动参考系中，天体的有效势能 $V_{eff}$ ；
2. 计算在 $x$ 轴上的拉格朗日点 $L_1, L_2, L_3$ 满足的方程，以及不在 $x$ 轴上的拉格朗日点 $L_4(y > 0), L_5(y < 0)$ 的坐标；
3. 计算 $L_4$ 点处的势能Hessian矩阵

$$M = \begin{bmatrix} V_{xx} & V_{xy} \\ V_{yx} & V_{yy} \end{bmatrix}$$

4. 给定初始条件 $\delta \vec{r} = (\epsilon, \delta y)$ ， $\delta \vec{v} = (-\frac{1}{2} \Omega \epsilon, \delta v_y)$ ， $\frac{M_1 - M_2}{M_1 + M_2} = \sqrt{\frac{11}{27}}$ ，计算为了使得质点能够在 $L_4$ 附近有限范围内运动， $\delta y, \delta v_y$ 应当满足的条件。