实验物理中的统计方法 期末试题

一、判断题（4pts×8=32pts）

1. 对于零假设H_0，$P(\text{拒绝}H_0|H_0\text{为真})$称为弃真错误，$P(\text{接受}H_0|H_0\text{为假})$称为取伪错误。
2. 对于简单随机样本$X_1,...,X_n$，均值μ的有效估计量为$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$。
3. 对于简单随机样本$X_1,...,X_n$，方差σ^2的无偏估计量为$\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$。
4. 对于服从二项分布$B(n,p)$的相互独立的样本$X_1,...,X_N$，$E[(X_i-\overline{X})^2]=n(N-1)p(1-p)$。
5. 对于服从标准正态分布的样本$X_1,...,X_n$，$\sum_{i=1}^{n}X_i^2$服从卡方分布$\chi^2(n)$。
6. 对于服从卡方分布$\chi^2(2n)$的随机变量X，当n很大时，$\frac{X-2n}{2\sqrt{n}}$服从标准正态分布。
7. 对于简单随机样本$X_1,...,X_n$，均值μ的矩方法估计量为$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$。
8. 对于n个相互独立的、服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$的随机变量$X_1,...,X_n$，σ为已知的定值，在样本空间大小保持不变的情况下，双侧等尾置信区间的长度大小与样本的具体值无关。

二、填空题（3pts×3=9pts）

9. 已知$\hat{\mu}_1$，$\hat{\mu}_2$为样本的无偏估计量，方差分别为σ_1^2，σ_2^2，相关系数为ρ，如果要求$\hat{\mu}=c_1\hat{\mu}_1+c_2\hat{\mu}_2, c_1+c_2=1$为有效估计量，则$c_1=$_____，$c_2=$_______。
10. 对于正态分布$N(\mu,\sigma^2)$，已知置信区间上界为2050，估计值为2025，则双侧等尾置信区间为_____。

三、解答题（59pts）

11. 某轴子的衰变是极为稀有的事件。在某次观测中，已知本底信号的平均值为3，观测到的事例数为5，求显著性水平。已知泊松分布$f(n,\nu)=\frac{\nu^n}{n!}\mathrm{e}^{-\nu}$。(10pts)
12. 对于本底为0的信号观测，某次实验中观测到的结果为0，试计算95%的置信区间的上限。(10pts)
13. 考虑一个实验的简化版本，例如，热容(y)随温度(x)变化关系的测量实验。对于数据(y,x)，已知$y\sim N(\mu,\sigma^2)$，σ保持固定，而$\mu=\alpha+\beta(x-\overline{x})$是$x$的函数，$\overline{x}$为样本平均。注意，$x$并不是随机变量。对于测量的$n$组数据，给出$\alpha,\beta$的最大似然估计量$\hat{\alpha},\hat{\beta}$。(12pts)
14. 对于服从指数分布的粒子寿命$t\sim expo(\tau)$，测量到粒子寿命为$0.3\mathrm{ps}$，试求τ的90%置信区间。(10pts)
15. 对于两个相互独立的测量量

$$x_1+\sigma_1$$

$$x_2+\sigma_2$$

利用最小二乘法，给出二者的最佳平均，以及不确定度。(12pts)

16. 对于两个测量量

$$x_1+\sigma_{s1}+\sigma_{c1}$$

$$x_2+\sigma_{s2}+\sigma_{c2}$$

第一项不确定度代表统计不确定度，两者完全无关；第二项不确定度代表系统不确定度，两者完全正相关。给出二者的最佳平均，并求出其不确定度。(5pts)