第一章

1.1（a）由于

（b）

1.2 证明：（a）由于F连续且递增，则有其逆函数，记为,则

由均匀分布定义，即证。

（b）对于所有的x,有，即证。

1.3证明：令 ，则,



 



则，得证。

1.4由于，则

1.5 （a） 的联合分布为

,其中,且。

（b）,

,,,

（c）令

,

不出现的结果数,

,

1.6 (a)令，则相互独立且。





(b) 在时刻未出现记录中最大值





(c) 为大于的首次记录值的时刻，为在时刻的记录值。



与无关，则与独立。

1.7令表示第i次选取的是白球，表示第次选取的是黑球，则,对于任意的，有，，，

1.8 （a）令，事件是,的并，由独立性知

所以，服从参数为的Poisson分布。

（b）由于，所以

即在的条件下，服从参数为的二项分布。

1.9证明：考虑一次比赛结果，设Y是结果中Hamilton排列的个数，将任意排列，共有个排列，令为：

则，。

得证。

1.10假设每次比赛的结果是独立的，每个参赛人以1/2概率赢。对k个参赛人的任意集合S，令A（S）是没有的成员打败S中每个人这一事件。那么

其中等式来自，存在个规模为k的集合，而是不在S中的n-k个参赛人的每人与S中参赛人的k次比赛至少输一次的概率。因此，若，则存在一个正的概率使所有的事件都不出现。

1.11 （a）

令z=0，有

（b）

所以，

（c）由于，所以

所以，

（d）由于，

所以，

（e）由于,

所以，

（f）由于，

所以，

1.12 证明：

因此。

令，，则。

1.13 （a）设这k张牌分别为(按设置时间顺序)，集合，设有两种排列，其的位置仅有一处不同，不妨设位置不同，情况1是在上，情况2是在上，则，即两种情况等可能.由于所有的排列均可经有限多对互换得到，故原命题成立.

（b）由（a）知，在某时有张牌在一轮开始时最后一张牌下面的顺序有种等可能情况，下一轮开始时最后一张牌标记等可能有种，则，得证.

（c）设表示到张牌进行的抽牌次数，

,,,设为洗牌次数，则

1.14 （a）令表示第个和第个偶数之间出现的1的个数，由取条件于1先于偶数出现或偶数先于1出现，有

所以有，因为，有

（b）以表示第个和第个偶数之间出现2的个数，那么

那么有

（c）由于1或者偶数出现的概率为，

是的负二项分布的随机变量，所以

（d）有10个结果为偶数，出现2的概率为,所以是的二项分布的随机变量，

1.15（1）证明：

可得是的分布函数。

（2）证明：

可得是均值为1的指数分布。

1.16（a）假设有密度函数，令，是一列独立的随机变量，。在第n次迭代中，满足条件，算法终止，则具有密度函数。

（b），设生成X必须迭代的次数为N，，

1.17 （a）令

（b）令

1.18 解：设连续出现个正面时投掷次数的期望值为，在连续出现次正面后下一次投掷为正面，仍需投掷0次；下一次投掷为反面，出现连续次正面还需投掷次数的期望为。由此：

由上式可得。

1.20 （a）令L表示第1个区间的左端点，时显然成立，当时，

1.21 证明：成立。

设

则

得证。

1.22

所以，

1.23 （a）令表示由i迟早到达j，表示由i移向j

（b）求解，得或，根据条件，有，如果。对于，由强大数定律知，粒子会以概率1到达负无穷，如果，则会以概率1到达1，违背了强大数定律，即证。

（c）

（d）

1.24（a）证明：记质点从0出发首次到达1的时间为T。设为从点出发首次到达点的时间，易得：独立同分布，。

记X为1时刻质点所在位置。

由上式可得：

（b）不会

（c）解：

（d）解：

1.27 解：赌徒破产前赌次的概率可以看做在赌次后首次出现输的次数比赢的次数多n次的概率，即：

（a）前n+2i次中i次赢，n+i次输；

（b）前n+2i次中，输的次数绝不比赢的次数多n次。可理解为从最后一次出发反向进行时，i次赢和n+i次输的出现次序满足输的次数总大于赢的次数，利用投票问题可知：

则

1.28 指数随机变量的矩母函数为，，

E，

1.29指数分布的矩母函数为，由于独立

所以服从参数为的gamma分布。

1.30 解：设正在为B服务的办事员服务时间是速率的指数分布，正在为C服务的办事员服务时间是速率的指数分布。

1.31

1.32由于，下由数学归纳法证明（n为正整数），当时显然成立，假设当时成立，则当时，有

即当时成立，即有。

所以对任意的有理数，有，是常数，所以对于有理数都有。

对于任意无理数，必可找到一个以它为极限的有理数列，即，而，两边取极限并利用函数连续性有，即对于任意无理数都有，即证。

1.34

因为，，，，

所以

1.35（a）由得到，推出，所以

（b）

要证，只需要证，只需要，只需要证

由于，所以，即证

（c）假设

因为，有，令，，从而，则当时，，因为，且是一个凸函数，则时，

1.36证明：对不等式两边取对数：

令，。

，则是区间上的严格凸函数。

由Jessen不等式：

得证。

1.39 解：记是从到的步数，由提示，

由此递推式可得

则。