随机过程第二章课后题答案

2.1 证：





2.2 证：（a）

（b），，，，由，得

所以，，

（c），，令，，则

2.3 证明：

2.4 解：



2.5 解：令，满足

1. 和有独立增量，并且和独立，所以是独立增量过程。
2. 对于任意的，

所以，是速率为的Poisson过程。

令X是中首个事件发生的时间，和分别是和中首次发生事件的时间，则

2.6 解：N表示机器停止运转时失效部件总数，为总失效率，即单位时间内失效部件数，则运转平均时间长度为：。

当i>k-1时，。

2.7 解：由于等价于，由此推出的联合分布为

，

即：



2.8 （a）

（b） 以记Poisson过程的到达间隔时间，则直至时刻1为止的事件数

等于满足

的n，或等价于满足

的n，或等价于

或

现在，结果得自是均值为1的Poisson随机变量。

2.9 解：(a)在时刻s后发生首个事件的时刻停止，则

(b)

(c)

2.10 证明：（a）设为从到达公交站到公交车到达的时间，为从到达车站时直到家的时间. 由于指数分布的无记忆性，服从参数为的指数分布，则



所以



（b）



则



2.11 解：令W为等待时间，X为汽车首次到达时间

所以，

2.12 (a)解：

时，，满足上式。

(b)解：

后面没做出来

2.13 解：由题可知：服从参数为的指数分布，服从参数为的几何分布，服从参数为的伽马分布，从而





2.14 解：（a）令 表示从i层进j层出的人数。

（b）

所以，服从参数为的Poisson分布。

（c）由于和独立，所以

2.15 解：(a) 服从参数为的二项分布。

(b),不独立。

(c) 设为t时刻投掷的次数，为t时刻投掷出面i的次数，相当于将Poisson过程分解为，由题2.20可知：独立服从于参数为的Poisson分布。

易得：

由此可得：.

(d) 由独立，独立。

(e)由T定义及独立性可得：

(f)为第i次投掷与第i-1次投掷的间隔时间，则

2.16 解：固定，令

由命题2.3.2，个结果数相互独立，所以是独立的，.

所以，

由于服从参数为的泊松分布，







2.17 解：（a）

（b）至少i个

（c）

（d）

令y代替有

（e）由于，当时，

当时，由无记忆性

2.18 证明：的联合概率密度函数为：

2.19 解：（a）由系统，在中载有个顾客离开系统的公交车数服从均值为的泊松分布，所以在离开系统的公交车总数服从均值为的泊松分布，.

（b）否.

2.20 解：令，给定时，到达时间服从0到t的均匀分布，且相互独立

即是独立的，且服从均值为的Poisson分布。

2.22 若进入的一辆车在时刻处在和之间，则我们称它为型的. 因此，在时刻进入的一辆车，若其速度满足，则它是型的. 故而它是型的概率是

.

于是型车数是Poisson过程，其均值为

.

2.24 证明：设t时刻进入公路的车速度为v，在公路中行驶时间为。任意时刻s进入公路的车速度，设在公路中行驶时间，则

若s<t，则两辆车相遇的概率为；若s>t，则两车相遇概率为。将两车相遇概率记为

可看作Poisson过程的分解，以概率P(s)将事件分为一型，则与t时刻进入公路车辆相遇的车辆数是参数为

的Poisson随机过程。由

时，，。则，即使相遇次数最小的车速是分布F的中位数。

2.25 设是发生在中任意时刻的事件的贡献量，为事件的发生时刻，



设是发生在任意时刻事件的贡献量，是来自的样本，则，，.

2.29 解：记

当时，

所以，

所以，

所以，

当时，

所以，

设的特征函数为

所以，

所以，

所以，

所以，

2.30 (a)

不独立。

(c)

(d)

(b)不同分布。

2.31 证明：是严格连续增函数，为的反函数.

（1）

（2）对于，，由于与不重叠，与是独立的，所以具有独立增量性.

（3）对于，



综上，为参数的Poisson过程.

2.32 解：（a）由2.31，假设连续并且严格增，令，且是速率为的Poisson过程，令表示的无次序到达时间的集合，有，在给定时服从，所以

（b）类似于排队系统问题，（0，t）内无工作工人数量的均值满足

令表示t时间内伤员个数，I为一个伤员在时间t内无工作的示性函数，V是事故发生时间。

，且服从二项分布，所以

所以，

2.33 (a)固定点记为点O，令为以O为圆心，t为半径的圆内发生事件数，由题意，.

(b)

(c)令为以O为圆心，面积为s的圆内发生事件数，则。由题意，与独立，且.

2.35 解：（a）不是，因为事件发生的数量在一些区间上收到t的影响。

（b）是，因为在任意不交区间中发生的事件数目是独立的。

2.36 解：

其中为G与其自身的n次卷积。

2.39 解：不妨设t<s,

2.41 解：（a）没有独立增量，因为在任意区间中事件数的信息会改变的分布。

（b）知道等价于知道和到达时刻，现在对

因此，

因此的条件分布只依赖，因为在给定的值时，无论的值是什么，都是同分布的。

（c）

（d）

（e）同分布但是不独立。