



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Εργασία 1

Μάθημα: Μοντέλα Αξιοπιστίας και Επιβίωσης

Διδάσκων: Χρυσήs Καρώνη

Φοιτήτρια: Ελένη Στυλιανού, ge21708

Email: elenistyliau03@live.com

2) Δίνεται ότι αν X είναι μια τυχαία μεταβλητή με συνάρτηση κατανομής $F(X)$, τότε:

$$Y=F(X) \sim U[0,1]$$

Αν θέλουμε να δημιουργήσουμε ψευδοτυχαίες τιμές από μια κατανομή με συνάρτηση κατανομής $F(x)$, μπορούμε να πάρουμε μια ομοιόμορφη τυχαία μεταβλητή $U \sim U[0,1]$ και να λύσουμε ως προς X : $X=F^{-1}(U)$, όπου F^{-1} είναι η αντίστροφη συνάρτηση κατανομής.

Η κατανομή Weibull έχει συνάρτηση κατανομής:

$$F(x)=1-\exp\{-(x/\lambda)^k\}, x \geq 0$$

όπου:

- λ είναι η παράμετρος θέσης,
- k είναι η παράμετρος σχήματος (shape).

Η αντίστροφη συνάρτηση κατανομής προκύπτει ως εξής:

$$\text{Θέτουμε } U \sim U[0,1]$$

$$U=1-\exp\{-(x/\lambda)^k\}$$

Λύνουμε ως προς X :

$$\exp\{-(x/\lambda)^k\}=1-U \Rightarrow -(X/\lambda)^k=\ln(1-U) \Rightarrow X=\lambda(-\ln(1-U))^{1/k}$$

Αυτή η σχέση μας επιτρέπει να δημιουργήσουμε ψευδοτυχαίες τιμές Weibull από ομοιόμορφες ψευδοτυχαίες τιμές $U \sim U[0,1]$.

Κώδικας R:

```
# Ορισμός παραμέτρων Weibull
```

```
> lambda <- 2
```

```
> k <- 1.5
```

```
> n <- 100000
```

```
# Δημιουργία ψευδοτυχαίων αριθμών από την U[0,1]
```

```
> U <- runif(n, min = 0, max = 1)
```

```
# Μετασχηματισμός με την αντίστροφη συνάρτηση κατανομής Weibull
```

```
> X <- lambda * (-log(1 - U))^(1/k)
```

```
# Σχεδίαση ιστογράμματος των παραγόμενων τιμών
```

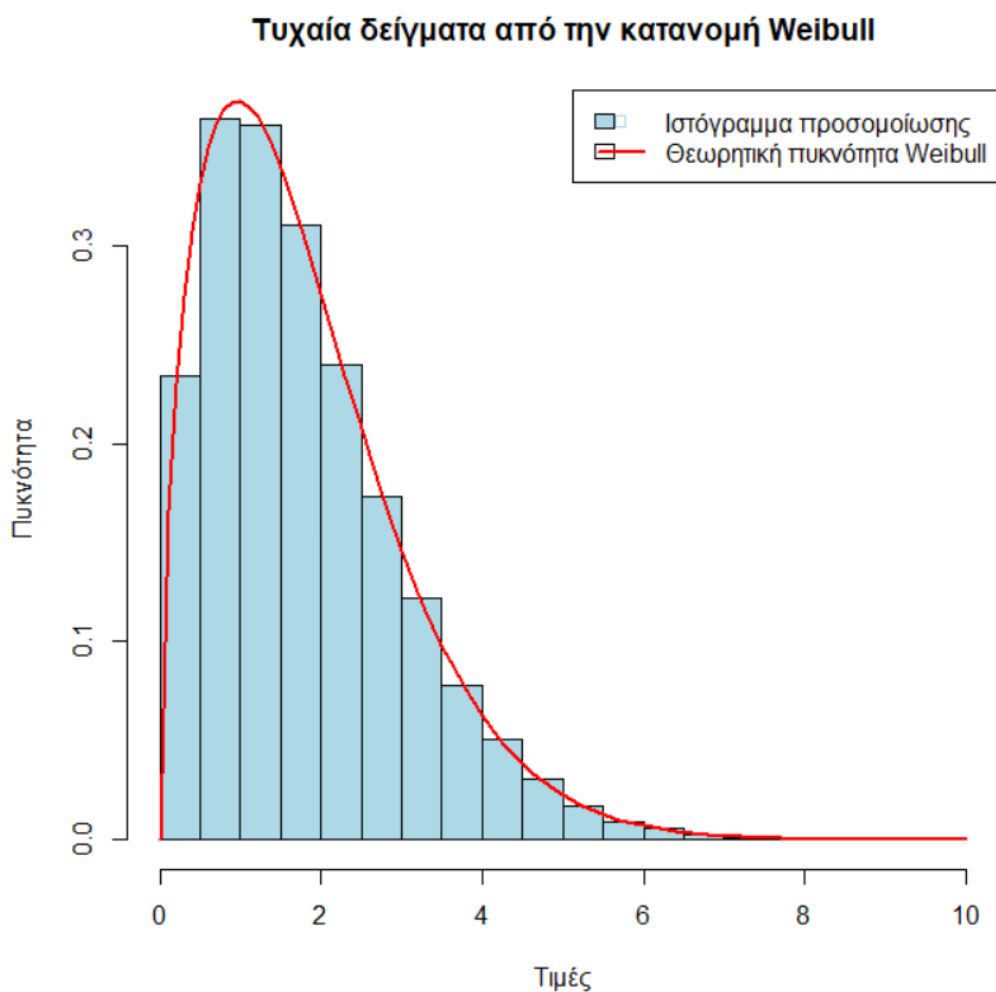
```
> hist(X, breaks = 30, probability = TRUE, col = "lightblue", main = "Τυχαία δείγματα από την κατανομή Weibull", xlab = "Τιμές", ylab = "Πυκνότητα")
```

```
# Σχεδίαση της θεωρητικής συνάρτησης πυκνότητας Weibull
```

```
> curve(dweibull(x, shape = k, scale = lambda), col = "red", add = TRUE, lwd = 2)
```

```
> legend("topright", legend = c("Ιστόγραμμα προσομοίωσης", "Θεωρητική πυκνότητα Weibull"), fill = c("lightblue", NA), border = "black", lty = c(NA, 1), col = c("lightblue", "red"), lwd = c(NA, 2), pch = c(22, NA), bg = "white")
```

Μέσω του πιο πάνω κώδικα παράγονται 100000 ψευδοτυχαίες τιμές από την κατανομή Weibull και παρατίθεται το πιο κάτω γράφημα στο οποίο παρουσιάζεται η θεωρητική συνάρτηση πυκνότητας Weibull και το ιστόγραμμα των τιμών που δημιουργήσαμε χρησιμοποιώντας την αντίστροφη συνάρτηση κατανομής και τις ψευδοτυχαίες τιμές.



Το παραπάνω γράφημα επαληθεύει την ορθότητα της μεθόδου αφού το ιστόγραμμα ταιριάζει με την θεωρητική καμπύλη. Επομένως, η χρήση της αντίστροφης συνάρτησης κατανομής μας επιτρέπει να δημιουργήσουμε δείγματα από την κατανομή Weibull χρησιμοποιώντας μια γεννήτρια ψευδοτυχαίων αριθμών της ομοιόμορφης κατανομής $U[0,1]$.