



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Σχολή Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών

Θεμελιώδη Θέματα Επιστήμης Η/Υ, 2022-23

Επιμέλεια ασκήσεων: Ε. Ζάχος, Α. Παγουρτζής, Π. Ποτίκας, Α. Χαλκή

2η σειρά γραπτών ασκήσεων

(τυπικές γλώσσες - γραμματικές - λογική - αλγόριθμοι)

Άσκηση 1.

Ποιά από τα παρακάτω σύνολα είναι κανονικά και ποια όχι; Αποδείξτε!

(α) $\{0^i 1^j \mid i, j \geq 1 \text{ και } i \neq j\}$

(β) $\{0^k 1^{2n} 0^{k+1} \mid n, k \geq 1\}$

(γ) $\{1^{2k+1} 0^{2j} \mid k \geq 1 \text{ και } j \geq 0\}$

(δ) $\{w \in \{0, 1\}^* \mid \text{το πλήθος των 1 στην } w \text{ είναι τριπλάσιο από το πλήθος των 0}\}$

Άσκηση 2.

(α) Έστω $G : S \rightarrow aSbb \mid \varepsilon$. Περιγράψτε σε φυσική γλώσσα τη γλώσσα που παράγει η G .

Δώστε συντακτικό δέντρο για το string $aabbbb$.

(β) Δώστε γραμματική για τη γλώσσα $\{a^n c b^{2n+1} \mid n \geq 0\}$.

Δώστε συντακτικό δέντρο για το string $aaccbbbbb$.

(γ) Δώστε γραμματική για τη γλώσσα $\{w \in \{0, 1\}^* \mid \text{το } w \text{ έχει άρτιο μήκος και (ακριβώς) στη μέση 11}\}$.

Άσκηση 3.

(α) Αποδείξτε ότι η κλάση των κανονικών γλωσσών είναι κλειστή¹ ως προς την πράξη της **αναστροφής**: $L^R = \{w^R \mid w \in L\}$ π.χ. αν $L = \{001, 01011\}$, τότε $L^R = \{100, 11010\}$.

(β) Αποδείξτε ότι η κλάση των γλωσσών χωρίς συμφραζόμενα είναι κλειστή ως προς την πράξη **ένωση** και **άστρο του Kleene**. Τι έχετε να πείτε για την πράξη του **συμπληρώματος**;

Υπόδειξη: υποθέστε ότι για γλώσσες L_1, L_2 έχουμε γραμματικές χωρίς συμφραζόμενα και σκεφτείτε αν και πώς μπορούμε να βρούμε γραμματικές χ.σ. και για τις $L_1 \cup L_2$, L_1^* , L_1^R και \bar{L}_1 .

Άσκηση 4. (Λογική και Αλγόριθμοι)

Διατυπώστε αποδοτικό αλγόριθμο που να δέχεται σαν είσοδο οποιονδήποτε τύπο της προτασιακής λογικής σε διαζευκτική κανονική μορφή (DNF) και να αποφαινεται αν είναι ικανοποιήσιμος. Σε περίπτωση που είναι θα πρέπει να επιστρέφει μία ανάθεση αληθοτιμών που ικανοποιεί τον τύπο.

Π.χ. με είσοδο $(x_1 \wedge \neg x_2 \wedge x_3) \vee (\neg x_2 \wedge x_3) \vee (x_4 \wedge x_5 \wedge \neg x_6)$ θα πρέπει να επιστρέφει 'Ναι' και μία από τις αναθέσεις αληθοτιμών στις (x_1, \dots, x_6) που ικανοποιούν τον τύπο, π.χ. την ανάθεση (True, False, True, False, False, False) ενώ με είσοδο $(x_1 \wedge \neg x_1 \wedge x_2) \vee (\neg x_3 \wedge x_3)$ θα πρέπει να επιστρέφει 'Όχι'.

Θεωρήστε ότι όλες οι μεταβλητές ενός τύπου δίνονται στη μορφή x_n , όπου n ένας φυσικός αριθμός. Δηλ δε χρειάζεται να κάνετε συντακτική ανάλυση (να διαβάσετε με κάποιον τρόπο την πρόταση και να εξάγετε τα x_1, x_2, \dots , όπως και τις επιμέρους συζεύξεις).

¹ Δηλαδή αν μία γλώσσα είναι κανονική, τότε και η αναστροφή της είναι κανονική.

Προθεσμία υποβολής και οδηγίες. Οι απαντήσεις θα πρέπει να υποβληθούν έως τις 30/11/2022, στις 23:59, σε ηλεκτρονική μορφή (φροντίστε το τελικό αρχείο να είναι μεγέθος <10MB συνολικά).

Συνιστάται *θερμά* να αφιερώσετε ικανό χρόνο για να λύσετε τις ασκήσεις μόνοι σας προτού καταφύγετε σε οποιαδήποτε *θεμιτή* βοήθεια (διαδίκτυο, βιβλιογραφία, συζήτηση με συμφοιτητές). Σε κάθε περίπτωση, οι απαντήσεις θα πρέπει να είναι *αυστηρά* ατομικές (δηλαδή όχι 'copy-paste').

Για να βαθμολογηθείτε θα πρέπει να παρουσιάσετε σύντομα τις λύσεις σας σε ημέρα και ώρα που θα ανακοινωθεί αργότερα.

Για απορίες / διευκρινίσεις: στείλτε μήνυμα στη διεύθυνση `ppotik@cs.ntua.gr`.