

运筹学基础： matlab 练习 2

1. 考虑函数 $f(X) = \text{tr}(X^T A X)$, 其中 $X \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $A \in \mathbb{R}^{m \times m}$ 是对称半正定矩阵。利用凸函数判定定理, 编写 MATLAB 代码并绘图验证该函数是关于 X 的凸函数。
2. 考虑函数 $f(X) = \|X\|_* + \text{tr}(X^T A X) + b^T \text{vec}(X) + c$, 其中 $X \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $\|X\|_*$ 是矩阵 X 的核范数, $A \in \mathbb{R}^{m \times m}$ 是对称半正定矩阵, $b \in \mathbb{R}^{mn}$, $c \in \mathbb{R}$, $\text{vec}(X)$ 是将矩阵 X 按列堆叠成的向量。利用凸函数判定定理, 编写 MATLAB 代码并绘图验证该函数是关于 X 的凸函数。
3. 考虑函数 $f(x, X) = \sum_{i=1}^r (\|x - a_i\|_2^2 + \text{tr}(X^T B_i X))$, 其中 $x \in \mathbb{R}^m$, $X \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $a_i \in \mathbb{R}^m$ 是给定的向量, $B_i \in \mathbb{R}^{m \times m}$ 是对称半正定矩阵, $i = 1, \dots, r$ 。利用凸函数判定定理, 编写 MATLAB 代码并绘图验证该函数是关于 (x, X) 的凸函数。