

暨南大学考试试卷

教师填写	20_24_ - 20_25_ 学年度第_二_学期	课程类别 必修[<input checked="" type="checkbox"/>] 选修[]
	课程名称: 运筹学	考试方式 开卷[] 闭卷[<input checked="" type="checkbox"/>]
	授课教师姓名: _____	试卷类别(A、B) [] 共_6_页
	考试时间: 20_年_月_日	
考生填写	_____学院 _____专业____班(级)	
	姓名_____学号 _____内招[] 外招[]	

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							
评阅人							

一、选择题(每题 5 分, 共 30 分)

1. 关于 Q- 线性收敛的定义, 以下说法正确的是 ()

- A. 存在常数 $0 < \alpha < 1$ 和正整数 N , 使得当 $k \geq N$ 时, $\frac{|x_{k+1}-x^*|}{|x_k-x^*|} \leq \alpha$ 。
- B. 存在常数 $0 < \alpha < 1$, 使得 $\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{|x_{k+1}-x^*|}{|x_k-x^*|} = \alpha$ 。
- C. 存在常数 $\alpha > 1$ 和正整数 N , 使得当 $k \geq N$ 时, $\frac{|x_{k+1}-x^*|}{|x_k-x^*|} \leq \alpha$ 。
- D. 存在常数 $\alpha > 1$, 使得 $\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{|x_{k+1}-x^*|}{|x_k-x^*|} = \alpha$ 。

2. 下列关于 R-线性收敛的定义, 表述正确的是 ()

- A. 存在非负序列 $\{t_k\}$ 和常数 $0 < \alpha < 1$, 满足 $\limsup_{k \rightarrow \infty} \frac{t_{k+1}}{t_k} \leq \alpha$, 且 $|x_k - x^*| \leq t_k$ 对任意 k 成立。
- B. 存在非负序列 $\{t_k\}$ 和常数 $\alpha > 1$, 满足 $\limsup_{k \rightarrow \infty} \frac{t_{k+1}}{t_k} \leq \alpha$, 且 $|x_k - x^*| \geq t_k$ 对任意 k 成立。
- C. 存在非负序列 $\{t_k\}$ 且 $\{t_k\}$ R-线性收敛于 0, 使得 $|x_k - x^*| \leq t_k$ 对任意 k 成立。
- D. 存在非负序列 $\{t_k\}$ 收敛于常数 $c > 0$, 使得 $|x_k - x^*| \leq t_k$ 对任意 k 成立。

3. 设向量函数 $f: R^n \rightarrow R^m$, 其在点 $x \in R^n$ 处的梯度 $\nabla f(x)$ 是 ()

- A. 一个 $n \times m$ 的矩阵, 其 (i, j) 元素为 $\frac{\partial f_j(x)}{\partial x_i}$
- B. 一个 $m \times n$ 的矩阵, 其 (i, j) 元素为 $\frac{\partial f_i(x)}{\partial x_j}$
- C. 一个 n 维向量, 其第 i 个元素为 $\frac{\partial f(x)}{\partial x_i}$
- D. 一个 m 维向量, 其第 i 个元素为 $\frac{\partial f_i(x)}{\partial x}$

4. 以下关于范数性质的表述, 错误的是 ()

- A. 对于向量 $x \in R^n$, $|x| \geq 0$, 且 $|x| = 0$ 当且仅当 $x = 0$
- B. 对于向量 $x \in R^n$ 和实数 α , $|\alpha x| = |\alpha| |x|$
- C. 对于向量 $x, y \in R^n$, $|x + y| \leq |x| + |y|$
- D. 对于向量 $x, y \in R^n$, $|x - y| \geq |x| - |y|$ 不成立

5. 关于适当函数的性质, 下列说法错误的是 ()

- A. 适当函数的定义域非空
- B. 适当函数的值域不包含 $-\infty$
- C. 适当函数在定义域内处处有限
- D. 若函数 $f(x)$ 为适当函数, 且 x_0 是定义域内一点, 则 $f(x_0) < +\infty$

6. 闭函数的定义是 ()

- A. 函数的图像是闭集的函数
- B. 函数在定义域内的每个点都连续的函数
- C. 函数的上境图是闭集的函数
- D. 函数的下境图是闭集的函数

二、填空题 (每题 5 分, 共 20 分)

1. 最优线搜索步长计算设目标函数为 $f(x) = \frac{1}{2} x^T H x + g^T x + c$, 其中 $H = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$, 当前点梯度为 $g = \nabla f(x_k) = \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \end{bmatrix}$, 沿方向 $d = -g$ 进行精确线搜索, 则最优步长 $t_k = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 下降方向判断设当前点 x_k 处的梯度为 $\nabla f(x_k) = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$, 搜索方向为 $d_k = \begin{bmatrix} -2 \\ 5 \end{bmatrix}$, 则 d_k 是否为下降方向? (填 “是” 或 “否”)。

3. 考虑目标函数 $f(x, y) = x^2 + 3xy + 2y^2$, 该函数满足 $L = \underline{\hspace{2cm}}$ 的梯度 Lipschitz 条件。使用梯度下降法 $x_{k+1} = x_k - t \nabla f(x_k)$, 则具有收敛性保证的步长上界 $t_{\max} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 对于目标函数 $f(x, y) = x^2 + 2xy + 3y^2$, 若 $x^* = (x_1^*, x_2^*)$ 是局部极小点且 f 在 x^* 处可微, 则一阶必要条件为 。

三、问答题（共 6 题，任选 5 题作答，每题 10 分）

1. 考虑线性规划问题：

$$\begin{aligned} \min & 3x_1 + 2x_2 \\ \text{s.t.} & x_1 + x_2 \geq 3 \\ & 2x_1 + x_2 \geq 4 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

（1）将该问题转化为标准型；

（2）用单纯形法进行求解。

线

订

装

2. 给定原问题:

$$\begin{aligned} \min f(x, y) &= \frac{1}{2}x^2 + y^2 \\ \text{s.t. } x + 2y &\leq 4 \\ 3x - y &= 1 \end{aligned}$$

- (1) 写出拉格朗日函数 $L(x, y; \lambda, \mu)$,
- (2) 消去原始变量 (x, y) , 推导对偶函数 $g(\lambda, \mu)$;
- (3) 写出对偶优化问题 (包括目标函数和约束条件)。

装

订

线

3. 设向量函数 $f(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \mathbf{x}^T A \mathbf{x} + \mathbf{b}^T \mathbf{x} + c$, 其中 $\mathbf{x} \in R^n$, $A \in R^{n \times n}$ 为对称矩阵, $\mathbf{b} \in R^n$,

$c \in R$ 。

(1) 计算 $f(\mathbf{x})$ 的 Hessian 矩阵 $\nabla^2 f(\mathbf{x})$;

(2) 证明: 当 A 为半正定矩阵时, $f(\mathbf{x})$ 是凸函数; (

4. 设函数 $f: R^n \rightarrow R$ 的梯度 ∇f 满足 Lipschitz 连续条件

(1) 证明: 对任意 \mathbf{x}, \mathbf{y} , 有

$$f(\mathbf{y}) \leq f(\mathbf{x}) + \nabla f(\mathbf{x})^T (\mathbf{y} - \mathbf{x}) + \frac{L}{2} |\mathbf{y} - \mathbf{x}|^2$$

(2) 若 f 是凸函数, 证明: 对任意 \mathbf{x}, \mathbf{y} , 有

$$f(\mathbf{y}) \geq f(\mathbf{x}) + \nabla f(\mathbf{x})^T (\mathbf{y} - \mathbf{x})$$

5. 设矩阵 $X \in R^{m \times n}$, 函数 $f(X) = \text{tr}(X^T A X)$, 其中 $A \in R^{m \times m}$ 为对称矩阵, $\text{tr}(\cdot)$ 表示矩阵的迹。

(1) 计算 $f(X)$ 对 X 的导数 $\frac{\partial f}{\partial X}$;

(3) 若 $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$, $X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{bmatrix}$, 写出导数矩阵的具体表达式。

6. (1) 求函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2$ ($x \in R$) 的共轭函数 $f^*(y)$;
- (2) 求函数 $f(x) = |x|_1$ ($x \in R^n$) 的共轭函数 $f^*(y)$ 。

线

订

装