

运筹学基础： matlab 练习 4

将以下线性规划问题（LP）转换成标准形式，并编写 matlab 代码，用单纯形法求解：

1.

$$\begin{aligned} \max z &= 2x_1 + 3x_2 \\ \text{s.t.} \quad &\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 8 \\ 4x_1 \leq 16 \\ 4x_2 \leq 12 \\ x_{1-2} \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned} \max z &= 4x_1 + 3x_2 \\ \text{s.t.} \quad &\begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 10 \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 18 \\ x_{1-2} \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

3.

$$\begin{aligned} \max z &= 3x_1 + 5x_2 \\ \text{s.t.} \quad &\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 8 \\ 2x_1 + x_2 \leq 10 \\ x_{1-2} \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

4.

$$\max z = 6x_1 + 8x_2$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \leq 18 \\ x_1 + 3x_2 \leq 15 \\ 2x_1 + x_2 \leq 10 \\ x_{1-2} \geq 0 \end{cases}$$

5. 某农户计划种植玉米、小麦和大豆三种农作物。种植 1 亩玉米需肥料 8 千克、水 6 吨、人工 2 工时；种植 1 亩小麦需肥料 4 千克、水 5 吨、人工 3 工时；种植 1 亩大豆需肥料 5 千克、水 3 吨、人工 4 工时。该农户共有肥料 40 千克、水 30 吨、人工 20 工时，且要求玉米的种植面积不得少于大豆种植面积的一半。已知种植玉米每亩可获利 1000 元，种植小麦每亩可获利 800 元，种植大豆每亩可获利 600 元。问该农户应如何安排三种农作物的种植面积，才能实现利润最大化？

6.

$$\max z = 2x_1 + 3x_2$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} x_1 + x_2 \leq 8 \\ 4x_1 \geq 16 \\ 4x_2 = 12 \\ x_{1-2} \geq 0 \end{cases}$$

7.

$$\max z = 2x_1 + 3x_2 - 5x_3$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 7 \\ 2x_1 - 5x_2 + x_3 \geq 10 \\ x_{1-3} \geq 0 \end{cases}$$

8. 用单纯形法求解 Beale 例。（选做，大概率陷入死循环）

$$\begin{aligned} \min z = & -\left(\frac{3}{4}\right)x_4 + 20x_5 - \left(\frac{1}{2}\right)x_6 + 6x_7 \\ \text{s.t. } & \begin{cases} x_1 + \left(\frac{1}{4}\right)x_4 - 8x_5 - x_6 + 9x_7 = 0 \\ x_2 + \left(\frac{1}{2}\right)x_4 - 12x_5 - \left(\frac{1}{2}\right)x_6 + 3x_7 = 0 \\ x_3 + x_6 = 1 \\ x_{1-7} \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

9. 构建一个带有 5 个待求解变量、2 个等式约束条件、2 个不等式约束条件的线性规划问题，并利用单纯形法（大 M 法）求解。