暨 南 大 学 考 试 试 卷

<table>
<tr><td rowspan="4">教师填写</td><td>20_24__ - 20_25__ 学年度第__二___学期</td><td>课程类别
必修[√ 选修[ ]</td></tr>
<tr><td>课程名称：_____运筹学______</td><td>考试方式
开卷[ ] 闭卷[√]</td></tr>
<tr><td>授课教师姓名：______________________</td><td rowspan="2">试卷类别(A、B)
[ ] 共_6_页</td></tr>
<tr><td>考试时间:____20__年______月_____日</td></tr>
<tr><td>考生填写</td><td colspan="2">__________学院 _____________专业____班(级)
姓名________学号 _____________内招[ ] 外招[ ]</td></tr>
</table>

题 号	一	二	三	四	五	六	总 分
得 分							
评阅人							

一、选择题（每题 5 分，共 30 分）

1. 关于 Q - 线性收敛的定义，以下说法正确的是（ ）

A. 存在常数 $0<\alpha<1$ 和正整数 N，使得当 $k\geq N$ 时，$\frac{|x_{k+1}-x^*|}{|x_k-x^*|}\leq\alpha$。

B. 存在常数 $0<\alpha<1$，使得 $\lim\limits_{k\to\infty}\frac{|x_{k+1}-x^*|}{|x_k-x^*|}=\alpha$。

C. 存在常数 $\alpha>1$ 和正整数 N，使得当 $k\geq N$ 时，$\frac{|x_{k+1}-x^*|}{|x_k-x^*|}\leq\alpha$。

D. 存在常数 $\alpha>1$，使得 $\lim\limits_{k\to\infty}\frac{|x_{k+1}-x^*|}{|x_k-x^*|}=\alpha$。

2. 下列关于 R-线性收敛的定义，表述正确的是（ ）

A. 存在非负序列 $\{t_k\}$ 和常数 $0<\alpha<1$，满足 $lim\,sup_{k\to\infty}\frac{t_{k+1}}{t_k}\leq\alpha$，

且 $|x_k-x^*|\leq t_k$ 对任意 k 成立。

B. 存在非负序列 $\{t_k\}$ 和常数 $\alpha>1$，满足 $lim\,sup_{k\to\infty}\frac{t_{k+1}}{t_k}\leq\alpha$，

且 $|x_k-x^*|\geq t_k$ 对任意 k 成立。

C. 存在非负序列 $\{t_k\}$ 且 $\{t_k\}$ R-线性收敛于 0，使得 $|x_k-x^*|\leq t_k$对任意 k 成立。

D. 存在非负序列 $\{t_k\}$ 收敛于常数 $c>0$，使得 $|x_k-x^*|\leq t_k$ 对任意 k 成立。

3. 设向量函数 $f: R^n \to R^m$，其在点 $x \in R^n$处的 Jacobian 矩阵 $\nabla f(x)$是（ ）

A. 一个$n \times m$ 的矩阵，其 (i,j)元素为$\frac{\partial f_j(x)}{\partial x_i}$

B. 一个 $m \times n$ 的矩阵，其 (i,j)元素为$\frac{\partial f_i(x)}{\partial x_j}$

C. 一个 n 维向量，其第 i 个元素为 $\frac{\partial f(x)}{\partial x_i}$

D. 一个 m 维向量，其第 i 个元素为 $\frac{\partial f_i(x)}{\partial x}$

4. 以下关于范数性质的表述，错误的是（ ）

A. 对于向量$x \in R^n$，$|x| \geq 0$，且 $|x| = 0$ 当且仅当 $x = 0$

B. 对于向量 $x \in R^n$和实数 α，$|\alpha x| = |\alpha||x|$

C. 对于向量 $x, y \in R^n$，$|x + y| \leq |x| + |y|$

D. 对于向量 $x, y \in R^n$，$|x - y| \geq |x| - |y|$ 不成立

5. 关于适当函数的性质，下列说法错误的是（ ）

A. 适当函数的定义域非空

B. 适当函数的值域不包含 $-\infty$

C. 适当函数在可行域内处处有限

D. 若函数 $f(x)$为适当函数，且 x_0是定义域内一点，则 $f(x_0) < +\infty$

6. 闭函数的定义是（ ）

A. 函数的图像是闭集的函数

B. 函数在定义域内的每个点都连续的函数

C. 函数的上图是闭集的函数

D. 函数的下图是闭集的函数

二、填空题（每题 5 分，共 20 分）

1. 最优线搜索步长计算设目标函数为$f(x) = \frac{1}{2}x^T Hx + g^T x + c$ ，其中 $H = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$，当前点梯度为$g = \nabla f(x_k) = \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \end{bmatrix}$ ，沿方向 $d = -g$ 进行精确线搜索，则最优步长 t_k=______。

2. 下降方向判断设当前点 x_k处的梯度为 $\nabla f(x_k) = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$ ，搜索方向为 $d_k = \begin{bmatrix} -2 \\ 5 \end{bmatrix}$，则$d_k$是否为下降方向？__________（填 “是” 或 “否”）。

3.考虑目标函数$f(x,y) = x^2 + 3xy + 2y^2$，该函数满足 L=_____的梯度 Lipschitz 条件。使用梯度下降法 $x_{k+1} = x_k - t\nabla f(x_k)$ ，则具有收敛性保证的步长上界 $t_{\max}$ =________。

4.对于目标函数 $f(x,y) = x^2 + 2xy + 3y^2$ ，若 (x^*, y^*) 是局部极小点且 f 在 (x^*, y^*) 处可微，则一阶必要条件为 ________。

装

订

线

线

订

装

三、问答题（共 6 题，任选 5 题作答，每题 10 分）

1. 考虑线性规划问题：

$$
\begin{aligned}
&\min 3x_1 + 2x_2 \\
&s.t.\ x_1 + x_2 \geq 3 \\
&\quad 2x_1 + x_2 \geq 4 \\
&\quad x_1, x_2 \geq 0
\end{aligned}
$$

（1）将该问题转化为标准型；

（2）用单纯形法进行求解。

2. 给定原问题：

$$\min f(x,y)=\frac{1}{2}x^2+y^2$$
$$s.t.\quad x+2y\leq 4$$
$$3x-y=1$$

（1）写出拉格朗日函数$L(x,y;\lambda,\mu)$，

（2）消去原始变量(x,y)，推导对偶函数$g(\lambda,\mu)$；

（3）写出对偶优化问题（包括目标函数和约束条件）。

装

订

线

3. 设向量函数$f(x)=\frac{1}{2}x^TAx+b^Tx+c$，其中 $x\in R^n$，$A\in R^{n\times n}$ 为对称矩阵，$b\in R^n$，$c\in R$。

（1）计算$f(x)$ 的 Hessian 矩阵 $\nabla^2 f(x)$;

（2）证明：当 A 为半正定矩阵时，$f(x)$是凸函数;

线

订

4. 设函数$f:R^n\to R$的梯度∇f 满足 Lipschitz 连续条件

（1）证明：对任意x,y，有

$$f(y)\le f(x)+\nabla f(x)^T(y-x)+\frac{L}{2}|y-x|^2$$

（2）若 f 是凸函数，证明：对任意x,y，有

$$f(y)\ge f(x)+\nabla f(x)^T(y-x)$$

装

5. 设矩阵 $X \in R^{m\times n}$，函数 $f(X) = \mathrm{tr}(X^T A X)$，其中$A \in R^{m\times m}$ 为对称矩阵，$\mathrm{tr}(\cdot)$表示矩阵的迹。

（1）计算 $f(X)$对 X 的导数 $\frac{\partial f}{\partial X}$；

（3）若 $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$，$X = \begin{bmatrix} \mathrm{x}_{11} & \mathrm{x}_{12} \\ \mathrm{x}_{21} & \mathrm{x}_{22} \end{bmatrix}$，写出导数矩阵的具体表达式。

装

订

线

6.（1）求函数$f(x)=\frac{1}{2}x^2$（$x\in R$）的共轭函数$f^*(y)$；

（2）求函数 $f(x)=|x|_1$（$x\in R^n$）的共轭函数 $f^*(y)$。

线

订

装