

created: 2022-12-06

tags: study, university

# NP 문제

결정 문제 중에서 다항 시간 내에 답을 검증할 수 있는(Verifiable) 문제  
다른 말로, 비결정적 튜링 기계로 다항 시간 내에 해결할 수 있는 문제

## 예시: 부분집합 합 문제

임의의 집합과 정수가 주어졌을 때, 그 집합의 부분집합 중 모든 원소들의 합이 주어진 정수와 같은 집합이 존재하는지 찾는 문제이다. 입력의 크기에 따라 부분집합의 수가 기하급수적으로 증가하는 문제이지만, 답으로 주어진 부분집합의 합이 주어진 정수와 같은지 다항 시간 내에 검증이 가능하다.

## NP-완전(Complete)

NP 문제 중에서 다른 모든 NP 문제들보다 어려운(정확히는 쉽지 않은) 문제  
여기서 쉽지 않다는 것은 다른 모든 NP 문제를 이 문제로 환원가능하다는 것을 의미한다  
즉, NP 문제와 NP-난해 문제의 교집합

## 예시: (결정 문제로서의) 외판원 문제

주어진 가중치 무향 완전 그래프에서 최단 해밀턴 사이클(출발점을 제외한 모든 노드를 한 번씩만 지나는 사이클)을 구하는 것이 최적화 문제로서의 외판원 문제이다.  
이때, 가중치 무향 완전 그래프가 거리가  $k$ 인 해밀턴 사이클을 가지는가가 결정 문제로서의 외판원 문제이다.  
외판원 문제는 답으로 주어진 해밀턴 사이클을 따라가면 다항 시간 내에 검증되므로 NP 문제이며, NP 문제중 다른 문제들보다 쉽지 않은 문제로서 NP-난해 문제이므로, 결과적으로 NP-완전 문제이다.

## NP-난해(Hard)

모든 NP 문제들보다 어려운(정확히는 쉽지 않은) 문제  
여기서 쉽지 않다는 것은 모든 NP 문제를 이 문제로 환원가능하다는 것을 의미한다

## 예시: 힐베르트의 10번째 문제

주어진 유한 디오판토스 방정식에서 정수해를 찾는 문제이다.  
디오판토스 방정식이란 정수 계수를 가진 여러 변수로 된 방정식이다.  
이를테면  $1x + 2y = 3$ 은 디오판토스 방정식이고  $x = 1, y = 1$ 이라는 정수해를 갖는다.  
이 문제는 결정불가능한 문제의 목록에 속한다.