## PROBABILITÀ CONDIZIONATA NEI DECADIMENTI

**Prob. condizionata:** $\text{Prob}\{x = \tilde{x}$ noto che $x > x_0\}$ corrisponde alla statistica

$$\#\text{ volte in cui } x > x_0 \text{ ed } x = \tilde{x} \;/\; \#_0 \text{ volte in cui } x > x_0$$

→ QUI RIDUCO la STATISTICA su cui calcolo le frequenze.

MENTRE $\text{Prob}\{x = \tilde{x}\}$ corrisponde alla statistica

$$\#_0 \text{ volte in cui } x = \tilde{x} \;/\; \text{TOTALE dei casi}$$

**NEI DECADIMENTI:**

$N(t) = N(t_0)\, e^{-(t-t_0)/\tau}$ dipende da $t_0, t$ solo tramite $N(t_0)$, $t-t_0$

↳ La probabilità che UN singolo nucleo (tra gli $N(t_0)$ presenti a $t_0$) decada prima del tempo $t$ (tra $t_0$ e $t$)

DEVE essere: $\left(1 - e^{-(t-t_0)/\tau}\right)$ così che $N(t) = N(t_0) - \left(1 - e^{-(t-t_0)/\tau}\right) N(t_0) = e^{-(t-t_0)/\tau} N(t_0)$ ✓

↳ La probabilità che un singolo nucleo (fra quelli presenti a $t_0$) decada nell'intervallo infinitesimo $t, t+dt$ è

$$\frac{d}{dt}\left(1 - e^{-(t-t_0)/\tau}\right) = +\frac{1}{\tau} e^{-(t-t_0)/\tau}$$

COSA NON CI PIACE: Questa probabilità dipende da $t_0$. In un primo momento è strano perché sembra che $t_0$ sia un tempo privilegiato.
TUTTAVIA è giusto che questa probabilità dipenda da $t_0$, perché è la probabilità che un atomo, fra quelli presenti al tempo $t_0$, decada al tempo $t$

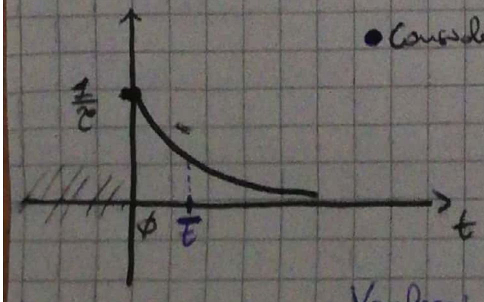
E QUINDI è: "la probabilità che un singolo atomo decada al tempo $t$, noto che "esiste ancora" al tempo $t_0 < t$" ⟷ NOTO CHE $t > t_0$

Quindi è una PROBABILITÀ CONDIZIONATA

se ti sembra AVVENTATO guarda qui!

Chiamo la quantità discussa così: $f_{t_0}(t) \equiv \frac{1}{\tau} e^{-(t-t_0)/\tau}$

• Plotto x $t_0 = \phi$:

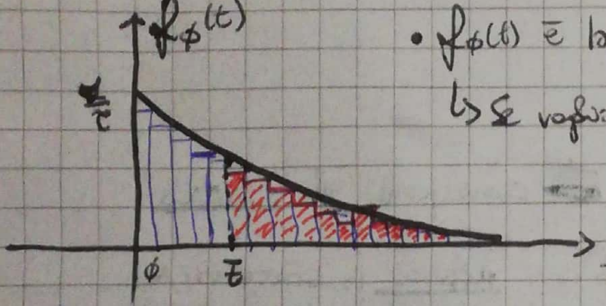


• Considero un $\bar{t} > \phi \Longrightarrow$ se $f_{\bar{t}}(t)$ è la prob. che un atomo decada al tempo $t$, noto che $t > \bar{t}$, allora $f_{\bar{t}}(t)$ DEVE essere la STESSA curva $f_\phi(t)$, valutata $t > \bar{t}$ e NORMALIZZATA. x come la def. sopra Prob. condizionata
[penso ad un istogramma che tende ad $f_\phi(t)$ se vuoi]

Verifico: $f_{\bar{t}}(t) = \frac{1}{\tau} e^{-(t-\bar{t})/\tau} = \frac{e^{-t/\tau}}{\tau}\, e^{\bar{t}/\tau}$ con $t > \bar{t}$ ✓

$e^{\bar{t}/\tau}$ è proprio la NORMALIZZAZIONE considerato che $\int_{\bar{t}}^{\infty} dt$ e non da $\phi$

PIÙ ESPLICITO




- $f_\phi(t)$ è la prob. di avere un dec. al tempo $t$ (tra $t$ e $t+dt$)

↳ Se voglio considerare quella <u>CONDIZIONATA</u> "NOTO CHE $t \geq \bar{t}$"
allora la STATISTICA (RISULTATI DEGLI ESPERIMENTI)
a cui mi devo ridurre è BLU $\xrightarrow[\text{RIDUCO}]{}$ ROSSA

ma siccome l'istogramma rosso
<u>tende alla stessa curva $f_\phi(t)$</u>

↳ La prob. condizionata "NOTO $t \geq \bar{t}$" è
UGUALE al $f_\phi(t)$ (A MENO DI NORMALIZZARE)

e risulta che $f_{\bar{t}}(t)$ è fatta proprio così

**IDEA:** UNA STATISTICA LUNGA
TENDE ALLA DISTRIBUZIONE ATTESA.