Interazione $e^- - e^-$ phon mediated

• $\hat H_{el-phon} \overset{def}{=} \sum_{i=1}^{N} \sum_{m} \bar u_m \cdot \frac{\partial V(\bar r_i - \bar R_m)}{\partial \bar R_m}$ ← Termine al 1° ordine dell'interazione elettrone-ione ↳ nello spostamento degli e_j

Posso scrivere questa Ham in II quantizzazione:

$$\hat H_{el-phon} = \sum_{\bar k, \bar k'} \langle \bar k | \sum_m \bar u_m \cdot \frac{\partial V(\bar r_i - \bar R_m)}{\partial \bar R_m} | \bar k' \rangle \hat c^+_{\bar k} \hat c_{\bar k'}$$

← non c'è il Termine di two-body interaction xchè $H_{el-phon}$ è SEPARABILE

Calcolo i coefficienti:

• $|\bar k\rangle \underset{posso}{\rightsquigarrow} \phi_{\bar k}(\bar r) = \frac{e^{+i\bar k \cdot \bar r}}{\sqrt{V}}$ xchè posso scegliere una qualsiasi base di f. onda singolo e^-

• $\frac{\partial V(\bar r - \bar R_m)}{\partial \bar R_m} = \sum_{\bar Q} \underline{i\bar Q}\, V_{\bar Q}\, e^{+i(\bar r - \bar R_m)\bar Q}$

Scrivo come serie di Fourier (AntiTraf. Four) — Traf. Four $V(\bar r)$ — Tr. Four Diretta

• $\bar u_m = \sum_{J,\bar q} Coeff(J,\bar q)\, e^{+i\bar q \cdot \bar R_m} (\hat b_{J,\bar q} + \hat b^+_{J,-\bar q})$ [QUESTO COEFFICIENTE!]

⇒ Quindi faccio $\langle k| \dots |\bar k'\rangle = \sum_{J,\bar q,\bar Q, m} \int d\bar r\; e^{-i\bar k \cdot \bar r}\, e^{+i(\bar r - \bar R_m)\bar Q}\, e^{+i\bar q \cdot \bar R_m}\, e^{-i\bar k' \cdot \bar r} (\hat b_{J,\bar q} + \hat b^+_{J,-\bar q}) =$

$$= \sum_{J,\bar q,\bar Q,m} \int d\bar r\; e^{+i\bar r \cdot (\bar k' - \bar k + \bar Q)}\; \underbrace{e^{+i\bar R_m \cdot (\bar q - \bar Q)} (\hat b_{J,\bar q} + \hat b^+_{J,-\bar q})}_{\text{esce dall'} \int \text{ole}} =$$

1) Ho l'$\int d\bar r\; e^{i\bar r \cdot (\bar k' - \bar k + \bar Q)} \underset{\bar r = \bar \rho + \bar R_m}{=} \cancel{\sum} \int_{\text{unit cell}} d\bar \rho\; e^{i\bar \rho \cdot (\bar k' - \bar k + \bar Q)} \sum_m e^{i\bar R_m \cdot (\bar k' - \bar k + \bar Q)} = N\delta_{\bar k' - \bar k + \bar Q, \phi}$ (1)

$\rho \in BZ$, $\bar R_m \in$ lattice

2) Ho $\sum_m e^{+i\bar R_m \cdot (\bar q - \bar Q)}$ (Termine uscito dal $\int d\bar r$) $\xrightarrow[\text{di sopra}]{\text{STESSO MODO}}$ $N\delta_{\bar q, \bar Q}$ (2)

Quindi:

$\sum_{\bar Q}$ (2) va via e rimane $\bar Q = \bar q$; $\sum_{\bar k'}$ (1) va via e rimane $\bar k' = \bar k - \bar Q = \bar k - \bar q$ (x ipot. sopra (2)!!)

questa somma non è in $\langle k| \dots |\bar k'\rangle$, è esterna

⇒ $\langle \bar k | \dots | \bar k' \rangle = \sum_{J,\bar q, m} (Coeff) (\hat b_{J,\bar q} + \hat b^+_{J,-\bar q})$ ed valuta $\sum_{\bar k'}$ esterna in $\bar k' = \bar k - \bar q$

↳ $\hat H_{el-phon} = \sum_{J,\bar q} \sum_{\bar k} (Coeff) (\hat b_{J,\bar q} + \hat b^+_{J,-\bar q})\, \hat c^+_{\bar k}\, \hat c_{\bar k - \bar q}$ (no $\sum_{\bar k'}$)

← Questo è l'Ham el-phon che sarà utilizzata in BCS (insieme al • Ham elettronica [illegible] • Ham crys. armonico)