

달리는 자동차에 제동을 건 후 정지할 때까지 움직인 거리를 알면 방정식을 이용하여 그 자동차의 속력을 구할 수 있다.



III

이차방정식

- 1 이차방정식의 뜻 2 인수분해를 이용한 이차방정식의 풀이
- 3 제곱근을 이용한 이차방정식의 풀이
- 4 근의 공식을 이용한 이차방정식의 풀이



되짚어 보기

일차방정식의 풀이

중 1

1 다음 일차방정식을 푸시오.

(1) $2x + 1 = 7$

(2) $3x - 5 = -x + 7$

(3) $-2(x + 2) = 4 - x$

(4) $\frac{1}{6}x - 3 = \frac{1}{2}x$

제곱근

중 3

▶ 어떤 수 x 를 제곱하여 a 가 될 때 x 를 a 의 제곱근이라고 한다.

2 다음 수의 제곱근을 구하시오.

(1) 9

(2) 12

(3) 20

(4) $\frac{1}{36}$

인수분해

중 3

3 다음 식을 인수분해하시오.

(1) $x^2 + 2x$

(2) $x^2 + 4x + 4$

(3) $x^2 + x - 6$

(4) $2x^2 - 9x - 5$

완전제곱식

중 3

▶ 다항식의 제곱으로 된 식 또는 이 식에 상수를 곱한 식을 완전제곱식이라고 한다.

4 다음 식이 완전제곱식이 되도록 \square 안에 알맞은 양수를 구하시오.

(1) $x^2 - 6x + \square$

(2) $x^2 + \square x + 1$

(3) $4x^2 - 8x + \square$

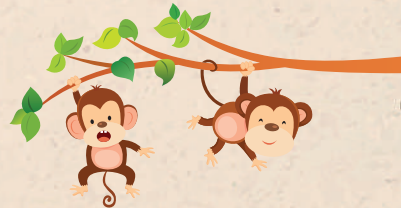
(4) $9x^2 + \square x + 16$



시로 쓴 수학책 “릴라바티”

12세기 인도의 수학책 “릴라바티”에는 다음과 같이 시로 표현된 방정식 문제가 실려 있다.

숲속에 있는 원숭이 무리가 신나게 놀고 있네.
그 무리의 $\frac{1}{8}$ 의 제곱은 숲속을
날뛰며 돌아다닌다네.
산들바람이 불 때마다
까! 까! 소리를 서로 외친다네.
남은 원숭이는 12마리.
거참, 원숭이는 숲속에 모두 몇 마리나
있는 것인지…….



당시 인도에서는 위와 같이 시 형태로 쓰인 수학 문제를 암송하며 수학을 배웠고,
시로 수학 문제를 써내는 놀이를 하였다고 한다.

(Colebrooke, H. T., “Algebra: With Arithmetic and Mensuration,
from the Sanskrit of Brahmagupta and Bhāscara”)

- 이 단원에서는 이차방정식의 의미를 이해하고, 이차방정식을 푸는 여러 가지 방법을 알아본다.

이차방정식의 뜻

이차방정식과 그 해의 의미를 이해한다.

B.C. 2000년경 바빌로니아의 점토판에는 이차방정식의 해를 구하는 과정이 새겨져 있다.



탐구 학습

이차방정식과 그 해는 무엇인가요?

열기

오른쪽 그림과 같이 화면이 직사각형 모양인 스마트폰에서 가로의 길이가 세로의 길이보다 6 cm 더 짧다고 한다. 가로의 길이를 x cm 라고 할 때, 물음에 답하여 보자.

- (1) 화면의 넓이를 x 에 대한 식으로 나타내 보자.
- (2) 화면의 넓이가 72 cm^2 일 때, 가로와 세로 사이의 관계를 x 에 대한 방정식으로 나타내 보자.



다지기

- (1) 스마트폰 화면의 가로의 길이가 x cm일 때, 세로의 길이는 cm이므로 화면의 넓이는 $x(x+6) \text{ cm}^2$ 이다.

- (2) 화면의 넓이가 72 cm^2 이므로 x 에 대한 방정식으로 나타내면

$$x(x+6) = \text{}$$

이다.

키우기

$x(x+6)=72$ 와 같은 식을 참이 되게 하는 x 의 값은 어떻게 구할까?

이차방정식의 뜻

탐구 학습에서 $x(x+6)=72$ 의 좌변을 전개한 후 우변에 있는 항을 좌변으로 이항하여 정리하면 $x^2+6x-72=0$ 이 된다. 이때 좌변에 있는 식 $x^2+6x-72$ 는 x 에 대한 이차식이다.

이처럼 우변에 있는 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 식이

$$(x \text{에 대한 이차식}) = 0$$

의 꼴로 나타나는 방정식을 x 에 대한 **이차방정식**이라고 한다.

$$\begin{aligned} x(x+6) &= 72 \\ x^2 + 6x - 72 &= 0 \end{aligned}$$

이항
↓
 x 에 대한 이차식

일반적으로 x 에 대한 이차방정식을 다음과 같은 꼴로 나타낼 수 있다.

$$ax^2+bx+c=0 \text{ (단, } a, b, c \text{는 상수, } a \neq 0 \text{)}$$

개념 확인

이차방정식인 예

$$3x^2+4=2x^2+x$$

$$\rightarrow x^2-x+4=0$$

이차방정식이 아닌 예

$$4x^2-1=4x^2-3x-5$$

$$\rightarrow 3x+4=0$$



문제 1 다음 중에서 이차방정식을 모두 찾으시오.

(1) $2x^2-x+4=x^2+1$

(2) $2x(x-1)=3+2x^2$

(3) $5x^2-2=3x^3+1$

(4) $-x^2=(x-4)^2$

이차방정식의 해

x 의 값이 $-2, -1, 0, 1, 2$ 일 때, 이차방정식 $x^2-x-2=0$ 을 참이 되게 하는 x 의 값을 알아보려고 x 에 $-2, -1, 0, 1, 2$ 를 각각 대입하면 다음 표와 같다.

x 의 값	좌변	우변	참, 거짓
-2	$(-2)^2-(-2)-2=4$	0	거짓
-1	$(-1)^2-(-1)-2=0$	0	참
0	$0^2-0-2=-2$	0	거짓
1	$1^2-1-2=-2$	0	거짓
2	$2^2-2-2=0$	0	참

위의 표에서 이차방정식 $x^2-x-2=0$ 은 $x=-1$ 또는 $x=2$ 일 때 참이 된다.

이처럼 x 에 대한 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ (단, $a \neq 0$)을 참이 되게 하는 x 의 값을 그 이차방정식의 해 또는 근이라 하고, 이차방정식의 해를 모두 구하는 것을 이차방정식을 푼다고 한다.

예제 1 x 의 값이 $-2, -1, 0, 1, 2$ 일 때, 이차방정식 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 의 해를 모두 구하시오.

풀이 이차방정식 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 에

$$x = -2 \text{를 대입하면 } (-2)^2 - 3 \times (-2) + 2 = 12 \neq 0$$

$$x = -1 \text{을 대입하면 } (-1)^2 - 3 \times (-1) + 2 = 6 \neq 0$$

$$x = 0 \text{을 대입하면 } 0^2 - 3 \times 0 + 2 = 2 \neq 0$$

$$x = 1 \text{을 대입하면 } 1^2 - 3 \times 1 + 2 = 0$$

$$x = 2 \text{를 대입하면 } 2^2 - 3 \times 2 + 2 = 0$$

따라서 이차방정식 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 의 해는 $x = 1$ 또는 $x = 2$ 이다.

답 $x = 1$ 또는 $x = 2$

문제 2 x 의 값이 $-2, -1, 0, 1, 2$ 일 때, 다음 이차방정식의 해를 모두 구하시오.

(1) $3x^2 - 12 = 0$

(2) $x^2 + 3x = 0$

(3) $x^2 - 2x - 3 = 0$

(4) $x^2 - 2 = 5x - 8$



기원전 약 1700년경 고대 이집트 사람들은 수학 내용을 기록한 아메스파피루스를 남겼다. 여기에는 일차방정식과 이차방정식의 문제가 상형 문자로 적혀 있다.

한편, 고대 그리스의 수학자인 디오판토스(Diophantos, 200?~284?)는 저서 “산학(Arithmetica)”에 다양한 형태의 이차방

정식을 푸는 방법을 제시하였고, 문자와 기호를 사용함으로써 수학의 발전에 큰 역할을 하였다.

이후 9세기 무렵 아라비아에서 활동했던 수학자 알콰리즈미(Al-Khwarizmi, 780?~850?)는 모든 이차방정식의 해를 구하는 근의 공식을 발견하여 저서 “복원과 대비의 계산”에 소개하였다. 이는 고대 그리스의 귀중한 책들과 함께 유럽에 전해져 중세 유럽의 르네상스 시대에 문화와 수학을 발전시키는 데 큰 공헌을 하였다.



이차방정식의 역사

(하워드 이브스, “수학사”)



1

다음 보기 중에서 이차방정식을 모두 찾으시오.

보기

㉠. $x-2=x^2-2$

㉡. x^2-7x+6

㉢. $-2x(x+1)=0$

㉣. $x^2=(x-1)(x+3)$

2

x 의 값이 $-1, 0, 1, 2, 3$ 일 때, 다음 이차방정식의 해를 모두 구하시오.

(1) $2x^2+2x=0$

(2) $x^2-4x+3=0$

(3) $x^2=-x+2$

3

다음 보기 중에서 [] 안의 수가 주어진 이차방정식의 해가 되는 것을 모두 찾으시오.

보기

㉠. $2x(x-1)=0$ [1]

㉡. $3x^2+9x+6=0$ [-2]

㉢. $(x+3)(x-3)=9$ [-3]

㉣. $x(x-4)-3x(x-4)=0$ [4]

4

등식 $ax^2+3x+1=2x(x-1)$ 이 x 에 대한 이차방정식이 되도록 하는 실수 a 의 조건을 구하시오.

5

다음 물음에 답하시오.

(1) x 에 대한 이차방정식 $x^2+ax-6=0$ 의 한 근이 $x=2$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하시오.

(2) x 에 대한 이차방정식 $x^2-x+2b=0$ 의 한 근이 $x=-3$ 일 때, 상수 b 의 값을 구하시오.

6 발전 문제

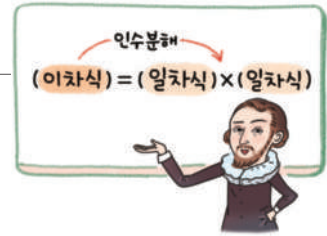
x 에 대한 이차방정식 $ax^2+bx+12=0$ 의 해가 $x=1$ 또는 $x=4$ 일 때, ab 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수)

2

인수분해를 이용한 이차방정식의 풀이

인수분해를 이용하여 이차방정식을 풀 수 있다.

해리엇(Harriot, T., 1560~1621)은 인수분해를 이용하여 이차방정식의 해를 쉽게 구하는 데 이바지하였다. (두산백과, 2018년)

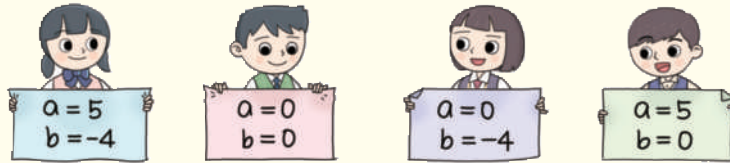


탐구 학습

인수분해를 이용하여 이차방정식을 어떻게 푸나요?

▶ 열기

다음을 보고 $ab=0$ 인 경우를 모두 말하여 보자.



▶ 다지기

$ab=0$ 이 되는 경우는 다음의 세 가지 경우이다.

- ① $a=0, b=0$ ② $a=\square, b=-4$ ③ $a=5, b=\square$

▶ 키우기

$ab=0$ 이 되려면 a, b 는 어떤 값을 가져야 할까?

$AB=0$ 꼴의 이차방정식의 풀이

탐구 학습에서 $ab=0$ 이면 두 수 a, b 의 값 중에서 적어도 하나가 0이 되어야 함을 알 수 있다.

일반적으로 두 수 또는 두 식 A, B 에 대하여 $AB=0$ 이면 다음의 세 가지 중에서 어느 하나가 성립한다.

- ① $A=0, B=0$ ② $A=0, B \neq 0$ ③ $A \neq 0, B=0$

이것을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$AB=0 \text{이면 } A=0 \text{ 또는 } B=0$$

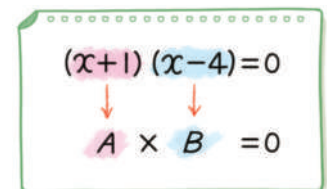
❖ 거꾸로 $A=0$ 또는 $B=0$ 이면 $AB=0$ 이 성립한다.

위의 성질을 이용하여 이차방정식을 풀어 보자.

예를 들어 이차방정식 $(x+1)(x-4)=0$ 에서

$$x+1=0 \text{ 또는 } x-4=0$$

이므로 구하는 해는 $x=-1$ 또는 $x=4$ 이다.



□ 예제 ① 이차방정식 $(x+6)(3x-2)=0$ 을 푸시오.

풀이 $(x+6)(3x-2)=0$ 에서

$$x+6=0 \text{ 또는 } 3x-2=0$$

$$\text{따라서 } x=-6 \text{ 또는 } x=\frac{2}{3}$$

$$\text{답 } x=-6 \text{ 또는 } x=\frac{2}{3}$$

문제 1 다음 이차방정식을 푸시오.

(1) $x(x-5)=0$

(2) $(x+2)(x-2)=0$

(3) $(x+3)(4-x)=0$

(4) $(3x+1)(2x-5)=0$

인수분해를 이용한
이차방정식의 풀이

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ (단, $a \neq 0$)의 좌변을 두 일차식의 곱으로 인수분해할 수 있는 경우에는 인수분해를 이용하여 이차방정식을 풀 수 있다.

□ 예제 ②

이차방정식 $x^2+4x-12=0$ 을 푸시오.

풀이 좌변을 인수분해하면

$$(x+6)(x-2)=0$$

$$x+6=0 \text{ 또는 } x-2=0$$

$$\text{따라서 } x=-6 \text{ 또는 } x=2$$

$$\text{답 } x=-6 \text{ 또는 } x=2$$

따라 하기

| 인수분해를 이용하여 이차방정식 풀기

이차방정식 $x^2-2x-15=0$ 을 푸시오.

풀이 좌변을 인수분해하면

또는 _____

$$\text{따라서 } \underline{\hspace{2cm}} \text{ 또는 } \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\text{답 } \underline{\hspace{2cm}}$$

문제 2 다음 이차방정식을 푸시오.

(1) $9x^2-16=0$

(2) $x^2+3x-18=0$

(3) $x^2+9x+20=0$

(4) $2x^2+9x-5=0$

□ 예제 3 다음 이차방정식을 푸시오.

(1) $(x-2)(x-6) = -3$

(2) $(x+2)^2 = 3(x+8)$

우변에 있는 항을
좌변으로 이항하여
 $ax^2+bx+c=0$ 의 꼴로
정리한 후에 풀어 봐.



풀이 (1) 괄호를 풀면 $x^2-8x+12=-3$

우변에 있는 항을 좌변으로 이항하여 정리하면

$$x^2-8x+15=0$$

좌변을 인수분해하면 $(x-3)(x-5)=0$

$$x-3=0 \text{ 또는 } x-5=0$$

따라서 $x=3$ 또는 $x=5$

(2) 괄호를 풀면 $x^2+4x+4=3x+24$

우변에 있는 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리하면

$$x^2+x-20=0$$

좌변을 인수분해하면 $(x+5)(x-4)=0$

$$x+5=0 \text{ 또는 } x-4=0$$

따라서 $x=-5$ 또는 $x=4$

답 (1) $x=3$ 또는 $x=5$ (2) $x=-5$ 또는 $x=4$

문제 3 다음 이차방정식을 푸시오.

(1) $x(x+8) = -7$

(2) $x(x+6) = 5x+12$

(3) $(x-1)^2 = 2(x+3)$

(4) $(x+4)(x-3) = 2(x-3)$

의사소통



예원이가 다음과 같이 이차방정식을 풀었더니 해가 $x=10$ 이 나왔다. 풀이 과정 중 틀린 부분을 찾고, 그 이유를 설명하여 보자.

$$\begin{aligned} (x+2)(x-5) &= 3(x-5) \\ \text{양변을 } x-5 \text{로 나누면} \\ x+2 &= 3 \\ \text{따라서 } x &= 1 \end{aligned}$$



중근이란 무엇인가요?

중근

이차방정식 $x^2 - 6x + 9 = 0$ 을 풀어 보자.

이 방정식의 좌변을 인수분해하면

$$(x-3)^2 = 0, \text{ 즉 } (x-3)(x-3) = 0$$

이다. 따라서

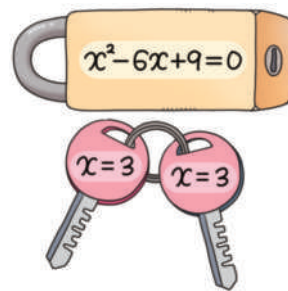
$$x-3=0 \text{ 또는 } x-3=0$$

이므로 이 이차방정식의 해는

$$x=3 \text{ 또는 } x=3$$

이 되어 서로 같다.

이처럼 이차방정식의 두 해가 중복일 때, 이 해를 주어진 이차방정식의 **중근**이라고 한다. 즉, $x=3$ 은 이차방정식 $x^2 - 6x + 9 = 0$ 의 중근이다.



❖ (완전제곱식)=0의 꼴로 나타낼 수 있는 이차방정식은 중근을 갖는다.

| 인수분해를 이용하여 이차방정식 풀기

□ 예제 4 이차방정식 $4x^2 + 12x + 9 = 0$ 을 푸시오.

풀이 좌변을 인수분해하면

$$(2x+3)^2 = 0$$

$$2x+3=0$$

$$\text{따라서 } x = -\frac{3}{2}$$

$$\text{답 } x = -\frac{3}{2}$$

문제 4 다음 이차방정식을 푸시오.

(1) $x^2 + 8x + 16 = 0$

(2) $(x+3)^2 = 2x+5$

(3) $2x^2 - 4x + 8 = 4x$

(4) $9x^2 - 15x + 5 = 5(-4 + 3x)$

문제 5 다음 이차방정식이 중근을 가질 때, 양수 a 의 값과 중근을 구하시오.

(1) $x^2 + 10x + a - 4 = 0$

(2) $25x^2 + ax + 16 = 0$

1

다음 이차방정식을 푸시오.

- (1) $(x+3)(x-6)=0$
- (2) $x(x+2)=0$
- (3) $5(x-1)(x-4)=0$
- (4) $(6x+7)(3x-2)=0$

2

다음 이차방정식을 푸시오.

- (1) $x^2+5x+4=0$
- (2) $6x^2-7x-5=0$
- (3) $x^2-6x+9=4(x-3)$
- (4) $3(x-1)(x+2)=x^2+2x$

3

다음 이차방정식을 푸시오.

- (1) $2(x+5)^2=0$
- (2) $x(x-4)=-4$
- (3) $3-x^2=6(x+2)$
- (4) $9x^2-16x=8(x-2)$

4

x 에 대한 이차방정식 $x^2-8x+2-k=0$ 이 중근을 가질 때, 상수 k 의 값과 중근을 구하시오.

5

x 에 대한 이차방정식 $x^2+2px-3=0$ 의 한 근이 $x=-3$ 일 때, 다음을 구하시오.

- (1) 상수 p 의 값
- (2) 다른 한 근이 이차방정식 $x^2+qx+1-2q=0$ 의 근일 때, 상수 q 의 값

6 창의·융합

한 개의 주사위를 두 번 던져서 처음 나온 눈의 수를 a , 두 번째 나온 눈의 수를 b 라고 할 때, 이차방정식 $x^2+2ax+b=0$ 의 해가 중근일 확률을 구하시오.





제곱근을 이용한 이차방정식의 풀이

제곱근을 이용하여 이차방정식을 풀 수 있다.

인도의 수학자 브라마굽타(Brahmagupta, 598~665?)는 완전제곱식을 이용하여 원금과 이자에 관한 이차방정식 문제를 해결하였다.
(Burton, D. M., "The History of Mathematics")



제곱근을 이용하여 이차방정식을 어떻게 푸나요?

▶ 열기

다음 대화를 읽고 물음에 답하여 보자.

제곱하여 15가 되는 수는 무엇일까?



이차방정식으로 나타내 볼까?



제곱하여 15가 되는 수를 x 라고 할 때, 이를 x 에 대한 이차방정식으로 나타내 보자.

▶ 다지기

제곱하여 15가 되는 수가 x 일 때, 이를 x 에 대한 이차방정식으로 나타내면 $\square = 15$ 이다.

▶ 키우기

$x^2 = 15$ 와 같은 이차방정식은 어떻게 풀까?

제곱근을 이용한 이차방정식의 풀이

이차방정식 $x^2 = 15$ 가 참이 되게 하는 x 의 값은 15의 제곱근이다. 따라서 구하는 해는

$$x = \sqrt{15} \text{ 또는 } x = -\sqrt{15}$$

이다.

④ $x^2 = k$ 의 해

① $k > 0$ 이면 $x = \pm\sqrt{k}$

② $k = 0$ 이면 $x = 0$

이차방정식 $x^2 = k$ (단, $k > 0$)는 제곱근을 이용하여 풀 수 있다. 이때 이차방정식의 해는

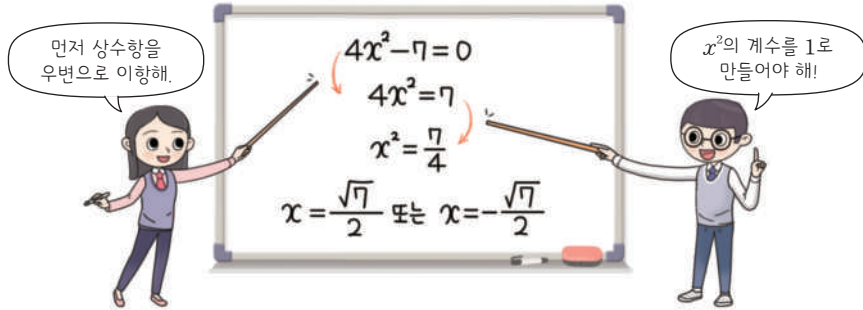
$$x = \sqrt{k} \text{ 또는 } x = -\sqrt{k}$$

이다. 이것을 간단히 $x = \pm\sqrt{k}$ 로 나타내기도 한다.

일반적으로 $ax^2 + c = 0$ (단, a, c 는 상수, $ac < 0$)과 같은 이차방정식은 $x^2 = k$ (단, $k > 0$)의 형태로 고쳐서 푼다.

개념 확인

이차방정식 $4x^2 - 7 = 0$ 의 풀이



문제 1 다음 이차방정식을 푸시오.

(1) $x^2 = 4$

(2) $3x^2 = 6$

(3) $x^2 - 8 = 0$

(4) $3x^2 - 7 = 0$

$x+1$ 을 한 문자로 생각하고 풀면 돼.

예제 1

이차방정식 $3(x+1)^2 = 9$ 를 푸시오.

풀이 양변을 3으로 나누면

$$(x+1)^2 = 3$$

$x+1$ 은 3의 제곱근이므로

$$x+1 = \pm\sqrt{3}$$

$$x+1 = \sqrt{3} \text{ 또는 } x+1 = -\sqrt{3}$$

$$x = -1 + \sqrt{3} \text{ 또는 } x = -1 - \sqrt{3}$$

답 $x = -1 + \sqrt{3}$ 또는 $x = -1 - \sqrt{3}$

제곱근을 이용하여 이차방정식 풀기

따라 하기

이차방정식 $2(x-3)^2 = 10$ 을 푸시오.

풀이 양변을 ____ (으)로 나누면

____ 은/는 ____ 의 제곱근이므로

답 _____

문제 2 다음 이차방정식을 푸시오.

(1) $(x+2)^2 = 6$

(2) $(x-1)^2 - 12 = 0$

(3) $3(x+5)^2 = 24$

(4) $5(x-3)^2 - 20 = 0$

완전제곱식을 이용하여 이차방정식을 어떻게 푸나요?

완전제곱식을 이용한 이차방정식의 풀이

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ (단, $a \neq 0$)의 좌변이 인수분해가 되지 않을 때는 완전제곱식을 이용하여 이차방정식을 풀 수 있다.

예를 들어 이차방정식 $x^2+6x-2=0$ 을 다음과 같이 풀어 보자.

1 단계 | 상수항을 우변으로 이항하기

상수항 -2 를 우변으로 이항하면 $x^2+6x=2$

2 단계 | 양변에 $\left(\frac{x\text{의 계수}}{2}\right)^2$ 을 더하기

양변에 $\left(\frac{6}{2}\right)^2=9$ 를 더하면 $x^2+6x+9=2+9$

3 단계 | 좌변을 완전제곱식으로 고치기

좌변을 완전제곱식으로 고치면 $(x+3)^2=11$

4 단계 | 제곱근을 이용하여 이차방정식 풀기

제곱근을 이용하여 풀면 $x+3=\pm\sqrt{11}$
 $x=-3\pm\sqrt{11}$

$$\begin{aligned} x^2 + 6x - 2 &= 0 \\ x^2 + 6x &= 2 \\ x^2 + 6x + \left(\frac{6}{2}\right)^2 &= 2 + \left(\frac{6}{2}\right)^2 \\ (x+3)^2 &= 11 \\ \text{완전제곱식} \end{aligned}$$

⊕ $x=-3\pm\sqrt{11}$ 은
 $x=-3+\sqrt{11}$ 또는
 $x=-3-\sqrt{11}$
을 간단히 나타낸 것이다.

| 완전제곱식을 이용하여 이차방정식 풀기

예제 2 이차방정식 $x^2-8x+2=0$ 을 푸시오.

풀이 1단계 상수항 2를 우변으로 이항하면

$$x^2-8x=-2$$

2단계 양변에 $\left(\frac{-8}{2}\right)^2=16$ 을 더하면

$$x^2-8x+16=-2+16$$

3단계 좌변을 완전제곱식으로 고치면

$$(x-4)^2=14$$

4단계 제곱근을 이용하여 풀면

$$x-4=\pm\sqrt{14}$$

$$x=4\pm\sqrt{14}$$

$$\text{답 } x=4\pm\sqrt{14}$$

문제 3 다음 이차방정식을 푸시오.

(1) $x^2-4x=-1$

(2) $x^2-5x+3=0$

(3) $x^2+3x-2=0$

(4) $x^2+6=-6x$

예제 ③ 이차방정식 $4x^2 - 12x + 7 = 0$ 을 푸시오.

이차방정식

$ax^2 + bx + c = 0$ 에서 a 가 1이 아닌 경우에는 양변을 a 로 나눈 다음에 완전제곱식으로 고쳐서 푼다.

풀이 1단계 양변을 4로 나누면

$$x^2 - 3x + \frac{7}{4} = 0$$

상수항 $\frac{7}{4}$ 을 우변으로 이항하면

$$x^2 - 3x = -\frac{7}{4}$$

2단계 양변에 $\left(\frac{-3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$ 를 더하면

$$x^2 - 3x + \frac{9}{4} = -\frac{7}{4} + \frac{9}{4}$$

3단계 좌변을 완전제곱식으로 고치면

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

4단계 제곱근을 이용하여 풀면

$$x - \frac{3}{2} = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad x = \frac{3 \pm \sqrt{2}}{2}$$

$$\boxed{x = \frac{3 \pm \sqrt{2}}{2}}$$

문제 4 다음 이차방정식을 푸시오.

(1) $2x^2 + 10x + 3 = 0$

(2) $5x^2 - 10x = 2$

(3) $3x^2 + x = 3$

(4) $2x^2 = -2x + 1$

의사소통



x 에 대한 이차방정식 $(2x-5)^2 = a$ 가 해를 갖는 상수 a 의 조건을 구하여 보자. 또한, 해를 갖도록 하는 상수 a 의 조건에 따라 이차방정식의 해를 구한 다음에 자신의 풀이 과정을 친구들에게 설명하여 보자.





1

다음 이차방정식을 푸시오.

- (1) $3x^2=9$
- (2) $x^2-7=0$
- (3) $4x^2-3=0$
- (4) $6x^2-5=0$

2

다음 이차방정식을 푸시오.

- (1) $(x-4)^2=7$
- (2) $(x+3)^2-2=0$
- (3) $3(x+2)^2=15$
- (4) $2(x-1)^2-15=0$

3

다음은 완전제곱식을 이용하여 이차방정식

$2x^2+20x+8=0$ 을 푸는 과정이다. 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

양변을 2로 나누면 $x^2+10x+4=0$
 상수항 4를 우변으로 이항하면 $x^2+10x=-4$
 양변에 을/를 더하면
 $x^2+10x+\text{}=-4+\text{$
 좌변을 완전제곱식으로 고치면
 $(x+\text{)^2}=\text{$
 제곱근을 이용하여 풀면 $x=\text{$

4

다음 이차방정식을 푸시오.

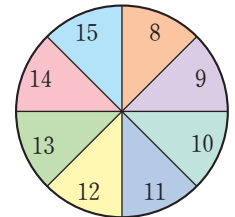
- (1) $x^2+x-1=0$
- (2) $x^2+8x-3=0$
- (3) $2x^2-3x-1=0$
- (4) $3x^2+12x+2=0$

5

이차방정식 $(x-2)^2=a$ 의 해가 $x=b\pm\sqrt{3}$ 일 때, 유리수 a, b 의 값을 구하시오.

6 창의·융합

오른쪽 그림과 같이 8부터 15까지의 숫자가 하나씩 적힌 원판에 화살을 던져 맞힌 칸의 숫자를 다음 이차방정식의 안에 써넣고, 이차방정식을 풀어 자연수인



해의 크기만큼 상품을 받는 놀이를 한다고 하자.

$$x^2-2x-\text{}=0$$

원판의 어떤 숫자가 적힌 칸을 맞혀야 가장 많은 상품을 받을 수 있는지 구하시오. (단, 이차방정식을 풀어 자연수인 해가 나오지 않는 경우는 상품을 받지 못한다.)

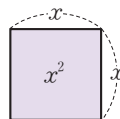
도형을 이용한 이차방정식의 풀이



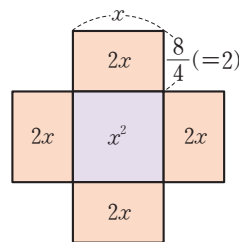
아라비아의 수학자 알콰리즈미(Al-Khwarizmi, 780?~850?)
는 방정식의 체계적인 풀이 방법을 연구한 학자로, 정사각형의
넓이를 이용하여 이차방정식의 양수인 해를 구하는 방법을 고
안해 내었다. 그의 방법을 이용하여 이차방정식 $x^2+8x=33$
의 양수인 해를 구하는 과정은 다음과 같다.

(칼 B. 보이어·유타 C. 메르츠바흐, “수학의 역사 상”)

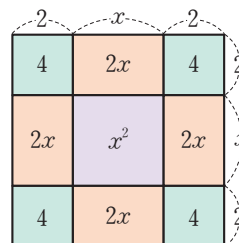
- ① 한 변의 길이가 x 인 정사각형을 그린다.



- ② 오른쪽 그림과 같이 정사각형의 네 변에 두 변의 길이가 $\frac{8}{4}(=2)$, x
인 직사각형을 붙이고, 이 전체 도형의 넓이를 33이라고 한다.



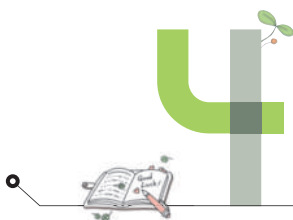
- ③ 위의 도형에 한 변의 길이가 2인 작은 정사각형 4개를 오른쪽 그림과
같이 붙여 큰 정사각형을 만들면 그 넓이는 $33+4 \times 2^2=49$ 이다.
이때 넓이가 49인 정사각형의 한 변의 길이는 7이므로 오른쪽 그림에
서 $x+4=7$, $x=3$ 임을 알 수 있다.
따라서 이차방정식 $x^2+8x=33$ 의 양수인 해는 $x=3$ 이다.



수행 과제

문제 해결

위와 같은 방법으로 $x^2+4x=32$ 의 양수인 해를 구하여 보고, 그 과정을 친구들에게 설명하여 보자.



근의 공식을 이용한 이차방정식의 풀이

근의 공식을 알고, 이를 이용하여 이차방정식을 풀 수 있다.
이차방정식을 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있다.

조선 시대 수학자 홍정하(洪正夏, 1684~?)가 쓴 “구일집(九一集)”
에는 이차방정식을 활용하여 해결할 수 있는 문제가 있다.
(김용운·김용국, “한국 수학사”)



탐구 학습

이차방정식의 근의 공식은 무엇인가요?



열기

x 에 대한 일차방정식 $ax+b=0$ (단, $a \neq 0$)의 해를 a, b 를 이용하여 나타내 보자.



다지기

상수항 b 를 우변으로 이항하면 $ax = \square$
양변을 x 의 계수 a 로 나누면 $x = -\frac{b}{\square}$



키우기

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 해를 a, b, c 를 이용하여 어떻게 나타낼까?

근의 공식

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ (단, $a \neq 0$)의 해는 이차방정식 $2x^2+5x-1=0$ 의 해를 구하는 방법과 마찬가지로 완전제곱식을 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

	$2x^2+5x-1=0$ 의 풀이	$ax^2+bx+c=0$ (단, $a \neq 0$)의 풀이
① 양변을 x^2 의 계수로 나누기	$x^2 + \frac{5}{2}x - \frac{1}{2} = 0$	$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$
② 상수항을 우변으로 이항하기	$x^2 + \frac{5}{2}x = \frac{1}{2}$	$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$
③ 좌변을 완전제곱식으로 고치기	$x^2 + \frac{5}{2}x + \left(\frac{5}{4}\right)^2 = \frac{1}{2} + \left(\frac{5}{4}\right)^2$ $\left(x + \frac{5}{4}\right)^2 = \frac{33}{16}$	$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2$ $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$
④ 제곱근 구하기	$x + \frac{5}{4} = \pm \frac{\sqrt{33}}{4}$	$x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ (단, $b^2 - 4ac \geq 0$)
⑤ 해 구하기	$x = -\frac{5}{4} \pm \frac{\sqrt{33}}{4}$ $= \frac{-5 \pm \sqrt{33}}{4}$	$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ $= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

이상을 정리하면 다음과 같이 이차방정식의 근을 구하는 공식을 얻을 수 있다.
이것을 이차방정식의 **근의 공식**이라고 한다.

이차방정식의 근의 공식

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ (단, $a \neq 0$)의 근은

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (\text{단, } b^2 - 4ac \geq 0)$$

예제 1

이차방정식 $2x^2-7x+4=0$ 을 푸시오.

풀이 근의 공식에 $a=2$, $b=-7$, $c=4$ 를 대입하면

$$\begin{aligned} x &= \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \times 2 \times 4}}{2 \times 2} \\ &= \frac{7 \pm \sqrt{49 - 32}}{4} \\ &= \frac{7 \pm \sqrt{17}}{4} \end{aligned}$$

답 $x = \frac{7 \pm \sqrt{17}}{4}$

따라 하기

| 근의 공식을 이용하여 이차방정식 풀기

이차방정식 $3x^2+4x-2=0$ 을 푸시오.

풀이 근의 공식에 $a=$ __, $b=$ __, $c=$ __을/를 대입하면

$$\begin{aligned} x &= \underline{\hspace{2cm}} \\ &= \underline{\hspace{2cm}} \\ &= \underline{\hspace{2cm}} \end{aligned}$$

답 $\underline{\hspace{2cm}}$

문제 1 다음 이차방정식을 근의 공식을 이용하여 푸시오.

(1) $x^2-5x+1=0$

(2) $x^2+2x-4=0$

(3) $x^2+3x-3=0$

(4) $x^2-x-4=0$

문제 2 다음 이차방정식을 근의 공식을 이용하여 푸시오.

(1) $5x^2+2x-1=0$

(2) $3x^2+6x-1=0$

(3) $2x^2-5x+1=0$

(4) $6x^2-3x-1=0$

계수나 상수항이
소수 또는 분수인
이차방정식의 풀이

각 항의 계수나 상수항이 소수 또는 분수인 이차방정식은 양변에 적당한 수를 곱하여 계수나 상수항을 모두 정수로 고쳐서 풀면 편리하다.

| 계수나 상수항이 소수 또는 분수인 이차방정식 풀기

예제 2 다음 이차방정식을 푸시오.

(1) $0.1x^2 - 0.4x + 0.2 = 0$

(2) $\frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{2}x = -\frac{1}{6}$

풀이 (1) 양변에 10을 곱하면 $x^2 - 4x + 2 = 0$

근의 공식에 $a=1, b=-4, c=2$ 를 대입하면

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \times 1 \times 2}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{4 \pm 2\sqrt{2}}{2} = 2 \pm \sqrt{2}$$

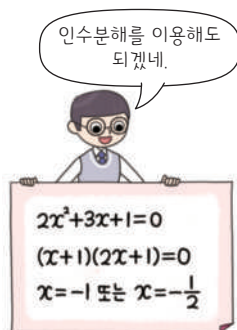
(2) 양변에 분모의 최소공배수인 6을 곱하고 상수항을 좌변으로 이항하여 정리하면 $2x^2 + 3x + 1 = 0$

근의 공식에 $a=2, b=3, c=1$ 을 대입하면

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 2 \times 1}}{2 \times 2} = \frac{-3 \pm 1}{4}$$

$$x = -1 \text{ 또는 } x = -\frac{1}{2}$$

답 (1) $x = 2 \pm \sqrt{2}$ (2) $x = -1$ 또는 $x = -\frac{1}{2}$



문제 3 다음 이차방정식을 푸시오.

(1) $0.2x^2 + 0.3x - 0.9 = 0$

(2) $0.2x^2 - x + 0.3 = 0$

(3) $\frac{1}{6}x^2 + x - \frac{1}{6} = 0$

(4) $\frac{1}{5}x^2 - 0.3x - \frac{1}{2} = 0$

의사소통



이차방정식 $3x^2 + x - 2 = 0$ 을 여러 가지 방법으로 풀어 보고, 친구들에게 자신의 풀이 방법을 설명하여 보자.



이차방정식을 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있나요?

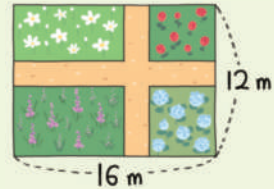
이차방정식의 활용

이차방정식을 활용하여 실생활 문제를 해결할 때에는 구하려는 수량을 먼저 찾고, 그 수량들 사이의 관계를 이차방정식으로 나타낸다. 이때 문제를 해결하는 순서는 다음과 같다.

- 1 단계 문제의 뜻을 파악하고, 구하려고 하는 것을 x 로 놓기
- 2 단계 문제의 뜻에 맞게 이차방정식 세우기
- 3 단계 이차방정식 풀기
- 확인 구한 해가 문제의 뜻에 맞는지 확인하기

도형에 관한 이차방정식 문제 해결하기

- 예제 3** 오른쪽 그림과 같이 가로와 세로의 길이가 각각 16 m, 12 m인 직사각형 모양의 꽃밭에 폭이 일정한 십자형의 산책로를 만들려고 한다. 산책로를 제외한 꽃밭의 넓이가 140 m^2 일 때, 산책로의 폭을 구하시오.



풀이 1단계 산책로의 폭을 x m라고 하자.

2단계 산책로를 제외한 꽃밭의 넓이는 140 m^2 이므로

$$(16-x)(12-x)=140 \text{이다. 즉, } x^2-28x+52=0$$

3단계 이차방정식 $x^2-28x+52=0$ 을 풀면

$$(x-2)(x-26)=0 \text{이므로 } x=2 \text{ 또는 } x=26$$

$$\text{그런데 } 0 < x < 12 \text{이므로 } x=2$$

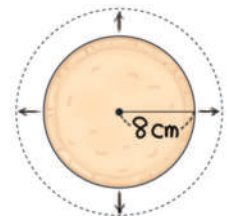
따라서 산책로의 폭은 2 m이다.

확인 산책로의 폭이 2 m이면 산책로를 제외한 꽃밭의 넓이는

$$(16-2)(12-2)=140 (\text{m}^2) \text{이므로 구한 해는 문제의 뜻에 맞는다.}$$

답 2 m

- 문제 4** 어느 피자집에서 주방장이 피자를 만들려고 한다. 오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 8 cm인 원 모양의 피자 반죽에서 반지름의 길이를 약간 늘였더니 넓이가 $57\pi \text{ cm}^2$ 만큼 늘어났다. 반지름의 길이를 몇 cm만큼 늘였는지 구하시오.



예제 4

지면에서 초속 70 m로 수직으로 쏘아 올린 물체의 x 초 후의 높이가 $(70x - 5x^2)$ m라고 한다. 이 물체의 높이가 120 m가 되는 것은 물체를 쏘아 올린 지 몇 초 후인지 구하시오.

풀이 **1단계** 물체를 쏘아 올린 지 x 초 후의 높이가 120 m라고 하자.

2단계 x 초 후의 높이가 $(70x - 5x^2)$ m이므로 $70x - 5x^2 = 120$ 이다.

$$\text{즉, } 5x^2 - 70x + 120 = 0$$

3단계 이차방정식 $5x^2 - 70x + 120 = 0$ 을 풀면

$$(x - 2)(x - 12) = 0 \text{ 이므로 } x = 2 \text{ 또는 } x = 12$$

따라서 물체의 높이가 120 m가 되는 것은 물체를 쏘아 올린 지 2초 후 또는 12초 후이다.

확인 물체를 쏘아 올린 지 2초 후의 높이는 $70 \times 2 - 5 \times 2^2 = 120$ (m)이고, 12초 후의 높이는 $70 \times 12 - 5 \times 12^2 = 120$ (m)이다.

따라서 구한 해는 문제의 뜻에 맞는다.

답 2초 후 또는 12초 후

문제 5 골프 선수가 친 공의 x 초 후의 높이가 $(-5x^2 + 25x)$ m라고 한다. 이 골프공이 땅에 떨어질 때까지 걸린 시간을 구하시오.

문제 6 불꽃 축제에서 폭죽을 지면에서 초속 45 m로 수직으로 쏘아 올릴 때, t 초 후의 높이가 $(45t - 5t^2)$ m라고 한다. 이 폭죽이 올라가면서 높이 90 m인 지점에서 터졌다면 쏘아 올린 지 몇 초 후에 터진 것인지 구하시오.



예제 5 선형이는 동생보다 4살이 더 많다. 두 사람의 나이의 곱이 192일 때, 선형이와 동생의 나이를 구하시오.

풀이 1단계 선형이의 나이를 x 살이라고 하면 동생의 나이는 $(x-4)$ 살이다.

2단계 두 사람의 나이의 곱이 192이므로 $x(x-4)=192$ 이다.

$$\text{즉, } x^2-4x-192=0$$

3단계 이차방정식 $x^2-4x-192=0$ 을 풀면

$$(x+12)(x-16)=0$$

$$\text{이므로 } x=-12 \text{ 또는 } x=16$$

$$\text{그런데 } x>4 \text{ 이므로 } x=16$$

따라서 선형이의 나이는 16살이고, 동생의 나이는 12살이다.

확인 선형이의 나이와 동생의 나이를 곱하면 $16 \times 12=192$ 이다.

따라서 구한 해는 문제의 뜻에 맞는다.

답 선형이의 나이: 16살, 동생의 나이: 12살



문제 7 오른쪽 그림과 같은 2027년 6월의 달력에서 아래, 위로 이웃하는 두 수를 각각 제공하여 더한 값이 337이 될 때, 두 자연수를 구하시오.



문제 8 고대 그리스의 수학자 디오판토스(Diophantos, 200?~284?)의 저서 “산학”에는 다음과 같은 문제가 실려 있다. 두 자연수를 구하시오.

두 자연수의 차는 3이고, 그 두 수의 제공의 합은 149이다.



1

다음은 근의 공식을 이용하여 이차방정식 $x^2+3x-1=0$ 을 푸는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

근의 공식에 $a=1$, $b=\square$, $c=\square$ 을/를 대입하면

$$x = \frac{\square \pm \sqrt{\square^2 - 4 \times 1 \times (\square)}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{\square \pm \sqrt{\square}}{2}$$

2

다음 이차방정식을 근의 공식을 이용하여 푸시오.

- (1) $x^2-5x-3=0$
- (2) $x^2+6x+2=0$
- (3) $2x^2+6x-1=0$
- (4) $3x^2-4x-1=0$

3

다음 이차방정식을 푸시오.

- (1) $0.1x^2-0.1x-0.4=0$
- (2) $0.2x^2-0.5x+0.2=0$
- (3) $\frac{1}{3}x^2-\frac{3}{5}x+\frac{1}{5}=0$
- (4) $x^2-1=\frac{3x+7}{2}$

4

이차방정식 $2x^2+x+A=0$ 의 해가

$$x = \frac{B \pm \sqrt{33}}{4} \text{ 일 때, 유리수 } A, B \text{의 값을 구하시오.}$$

5

대각선의 개수가 14인 다각형은 몇 각형인지 구하시오.

6 창의·융합

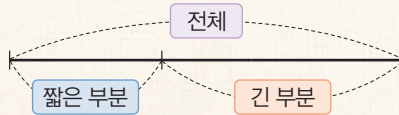
조선 시대의 수학자 홍정하(洪正夏, 1684~?)가 쓴 “구일집”에는 다음과 같은 문제가 실려 있다. 작은 정사각형의 한 변의 길이를 구하시오.

크고 작은 두 개의 정사각형이 있다. 두 정사각형의 넓이의 합은 468평방자이고, 큰 정사각형의 한 변의 길이는 작은 정사각형의 한 변의 길이보다 6자만큼 길다. 작은 정사각형의 한 변의 길이는 얼마인가?



조화롭고 아름다운 비율, 황금비

선분을 두 부분으로 나눌 때, 다음과 같은 비율을 황금비라고 한다.



$$(\text{짧은 부분의 길이}) : (\text{긴 부분의 길이}) = (\text{긴 부분의 길이}) : (\text{전체의 길이})$$

위의 그림에서 짧은 부분의 길이를 1, 긴 부분의 길이를 x 라고 하면 전체의 길이는 $1+x$ 이므로 $1 : x = x : (1+x)$ 이다.

따라서 $x^2 - x - 1 = 0$ 이고, 근의 공식을 이용하여 이 이차방정식을 풀면 $x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$ 이다.

이때 $x > 0$ 이므로 $x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1.618\cdots$ 이다. 즉, 황금비는 약 $1 : 1.618$ 이다.

시각적으로 조화롭고 아름답게 느껴지는 황금비는 쿠푸왕의 피라미드, 라 투레트 수도원 등과 같은 건축물이나 해바라기 씨앗의 나선 모양과 같은 자연 현상에서 찾아볼 수 있다.

수행 과제

의사소통

우리 주변에서 황금비를 찾아볼 수 있는 다양한 예를 모둠별로 조사해 발표하여 보자.

개념 콕콕

1 이차방정식의 뜻

- (1) x 에 대한 이차방정식: $ax^2+bx+c=0$ (단, a, b, c 는 상수, $a \neq 0$)의 꼴로 나타나는 방정식
- (2) 이차방정식의 해: x 에 대한 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ (단, a, b, c 는 상수, $a \neq 0$)을 참이 되게 하는 x 의 값

2 이차방정식의 풀이

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ (단, a, b, c 는 상수, $a \neq 0$)을 참이 되게 하는 x 의 값은 다음과 같이 구한다.

예 $x^2-6x+8=0$

(1) 인수분해 이용하기

$$(x-2)(x-4)=0$$

$$x-2=0 \text{ 또는 } x-4=0$$

$$x=2 \text{ 또는 } x=4$$

$AB=0$ 이면 $A=0$ 또는 $B=0$ 임을 이용해.



(2) 제곱근 이용하기

$$(x-3)^2=1$$

$$x-3=\pm 1$$

$$x=2 \text{ 또는 } x=4$$

(완전제곱식) = (상수) 꼴로 바꾼 후 제곱근을 이용해.



(3) 근의 공식 이용하기

근의 공식

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \times 1 \times 8}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{6 \pm 2}{2}$$

$$x=2 \text{ 또는 } x=4$$

근의 공식에 $a=1$, $b=-6$, $c=8$ 을 대입하면 돼.



01 다음 보기 중에서 이차방정식을 모두 찾은 것은?

보기

ㄱ. $-x+3=4x^2$

ㄴ. $x^2(x+1)=x^3-5$

ㄷ. $x(x+1)=x^2+2$

ㄹ. $(x+2)(x-1)=5$

① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄷ ③ ㄴ, ㄹ

④ ㄱ, ㄴ, ㄹ ⑤ ㄴ, ㄷ, ㄹ

02 다음 이차방정식 중에서 $x=-3$ 을 해로 갖는 것은?

① $x^2+9=0$

② $x(x-3)=0$

③ $x^2+2x+3=0$

④ $x^2+4x+3=0$

⑤ $(-2x+1)(x+3)-1=0$

03 이차방정식 $x^2+ax-a-1=0$ 의 한 근이 $x=2$ 일 때, 상수 a 의 값은?

① -3

② -2

③ 0

④ 1

⑤ 3



04 다음 두 이차방정식의 공통인 해를 구하시오.

$$x^2 - 9x + 14 = 0, \quad 6x^2 - 8x - 8 = 0$$

05 이차방정식 $x^2 + 10x + a + 3 = 0$ 이 중근을 가질 때, 상수 a 의 값과 중근을 구하시오.

06 다음은 완전제곱식을 이용하여 이차방정식 $x^2 - 5x + 2 = 0$ 을 푸는 과정이다. ①~⑤에 들어갈 수로 옳지 않은 것은?

$$\begin{aligned} x^2 - 5x + 2 &= 0 \\ x^2 - 5x + \text{①} &= -2 + \text{①} \\ (x - \text{②})^2 &= \text{③} \\ x - \text{②} &= \pm \text{④} \\ x &= \text{⑤} \end{aligned}$$

- ① $\frac{25}{4}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{17}{4}$
 ④ $\frac{\sqrt{17}}{2}$ ⑤ $\frac{-5 \pm \sqrt{17}}{2}$

07 이차방정식 $2(x+3)^2 = a$ 의 해가 $x = b \pm \sqrt{2}$ 일 때, ab 의 값은? (단, a, b 는 유리수)

- ① -30 ② -12 ③ -8
 ④ 6 ⑤ 20

08 이차방정식 $\frac{1}{5}x^2 - 0.1x = \frac{x}{2} - 0.2$ 의 해가

$$x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{2} \text{ 일 때, } A+B \text{의 값은?}$$

- ① 6 ② 7 ③ 8
 ④ 9 ⑤ 10

09 지면으로부터 10 m 높이의 건물 옥상에서 수직으로 쏘아 올린 물 로켓의 x 초 후 지면으로부터의 높이가 $(-5x^2 + 30x + 10)$ m라고 한다. 이때 쏘아 올린 물 로켓이 처음으로 50 m의 높이에 도달하는 데 걸리는 시간은 몇 초인지 구하시오.

서술형

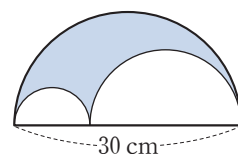
- 10 이차방정식 $(x-5)^2=2k$ 의 두 해가 모두 자연수가 되도록 하는 자연수 k 의 값을 모두 구하시오.

- 11 어떤 두 자리 자연수가 있다. 일의 자리 수와 십의 자리 수의 합은 6이고, 원래 두 자리 자연수는 각 자리 수의 곱보다 24만큼 크다고 할 때, 이 두 자리 자연수를 구하시오.

사고력 높이기

- 12 이차방정식 $x^2-2px-5=0$ 의 한 근이 $x=-5$ 이고 다른 한 근은 이차방정식 $x^2+(q-2)x+3q=0$ 의 근일 때, 상수 p, q 의 값을 구하시오.

- 13 오른쪽 그림은 지름의 길이가 30 cm인 반원 안에 반지름의 길이가 서로 다른 두 개의 반원을 접하도록 그린 것이다. 색칠한 부분의 넓이가 $50\pi \text{ cm}^2$ 일 때, 가장 작은 반원의 반지름의 길이를 구하시오.



학습 내용 점검

1. 이차방정식의 뜻	▶01, 02, 03번	😊 😐 😞
2. 인수분해를 이용한 이차방정식의 풀이	▶04, 05, 12번	😊 😐 😞
3. 제곱근을 이용한 이차방정식의 풀이	▶06, 07, 10번	😊 😐 😞
4. 근의 공식을 이용한 이차방정식의 풀이	▶08, 09, 11, 13번	😊 😐 😞

학습 태도 점검

흥미도
☆☆☆☆☆

집중도
☆☆☆☆☆

참여도
☆☆☆☆☆

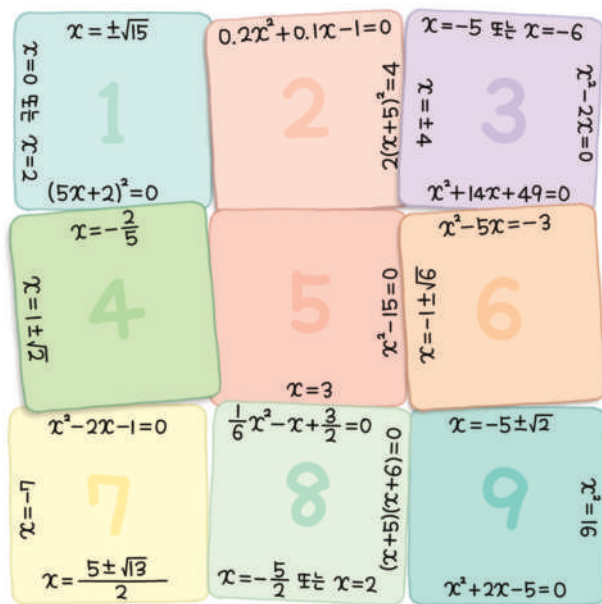
협동심
☆☆☆☆☆

나의 학습 일기

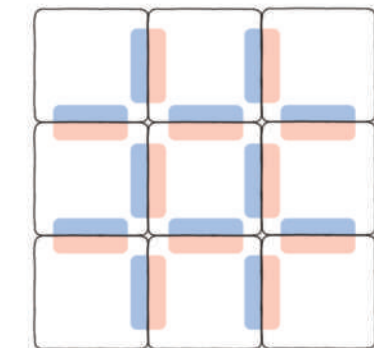
이 단원을 배우고 나서 새롭게 알게 된 점이나 부족한 점을 적어 보세요.

다음과 같은 순서로 이차방정식을 이용하여 퍼즐 맞추기 활동을 하여 보자.

- 1 <그림 1>과 같이 이차방정식과 이차방정식의 해가 적힌 퍼즐 조각 9개를 준비한다.
- 2 각 퍼즐 조각에 적힌 이차방정식을 풀어 그 해를 구한다.
- 3 이차방정식을 하늘색으로 이차방정식의 해를 분홍색으로 나타냈을 때, 이차방정식과 그 해가 서로 맞닿도록 <그림 2>와 같이 퍼즐을 맞춘다.



<그림 1>



<그림 2>

탐구 과제

- 1 위의 퍼즐을 맞추어 보자.
- 2 다음 순서에 따라 나만의 퍼즐을 만들고, 모둠별로 퍼즐 맞추기를 하여 보자.
 - 1 해를 구할 수 있는 이차방정식 12개를 만들고, 그 해를 구한다.
 - 2 퍼즐 조각 9개를 준비하여 <그림 2>와 같이 각 이차방정식과 그 해가 서로 맞닿도록 퍼즐 조각에 적어 넣는다.
 - 3 퍼즐 조각 9개를 섞은 후 친구와 서로 바꾸어 퍼즐 맞추기를 한다.