Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών & Μηχανικών Υπολογιστών ΕΜΠ

Σχεδίαση Συστημάτων Αυτόματου Ελέγχου
Εφαρμογή Εκκρεμούς σε Matlab

1)Όνομα: Σερλής Εμμανουήλ Αναστάσιος
2)Αριθμός Μητρώου: el18125
3) Εξάμηνο: 6ο
4) Ακαδημαϊκό έτος: 2020-2021
5)Email:manosanastassis@hotmail.com

Όσον αφορά την ελεγξιμότητα και την παρατηρησιμότητα, το σύστημα είναι τόσο ελέγξιμο όσο και παρατηρήσιμο, μιας και

contr_matrix=

$$\begin{matrix} 0 & -1.0000 & 0 & -20.6000 \\ -1.0000 & 0 & -20.6000 & 0 \\ 0 & 0.5000 & 0 & 0.5000 \\ 0.5000 & 0 & 0.5000 & 0 \end{matrix}$$

obs_matrix=

$$\begin{matrix} 1.0000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0000 & 0 \\ 0 & 1.0000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0000 \\ 20.6000 & 0 & 0 & 0 \\ -0.5000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 20.6000 & 0 & 0 \\ 0 & -0.5000 & 0 & 0 \end{matrix}$$

με rank(contr_matrix)=rank(obs_matrix)=4

A)

Το αρχικό σύστημα έχει πόλους p1=p2=0; p3=4.5387;p4=-4.5387, με τους 3 πρώτους να είναι ασταθείς.

Για τους νέους πόλους, επιθυμούμε ζ=0.5, a=4 και ts=1.2(<2sec) γεγονός που οδηγεί σε κυριαρχούντες πόλους:

pd1=-4.8+8.3j και pd2=-4.8 – 8.3j

Παράλληλα, επιλέγουμε μη κυριαρχούντες πόλους pd3=-50 και pd4=-100, οι οποίοι είναι ευσταθείς(αφού Re(pd3,pd4)<0) και σβήνουν γρήγορα.

Τέλος, από τον τύπο του Ackermann λαμβάνουμε το επιθυμητό κέρδος:

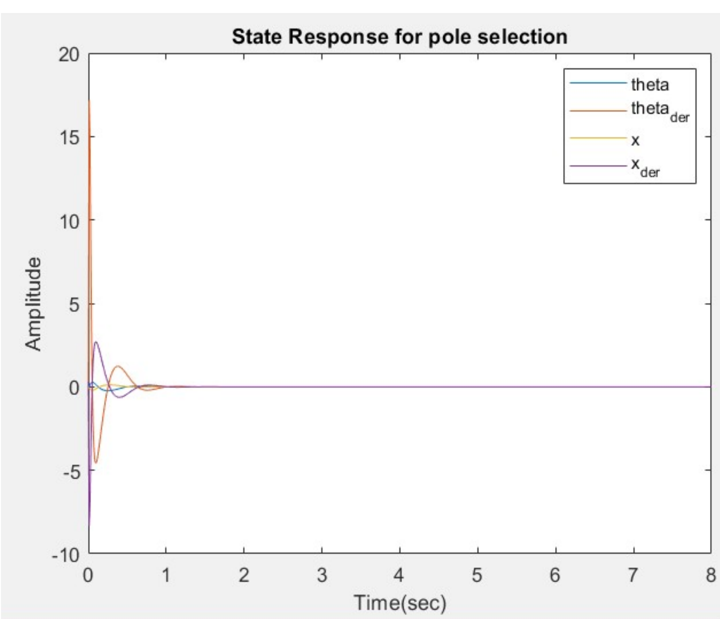
K_ack = $-e_n^T$ * $[\text{contr\_matrix}]^{-1}$*$x_d(A)$, με e_n^T=[0 0 0 1] =>

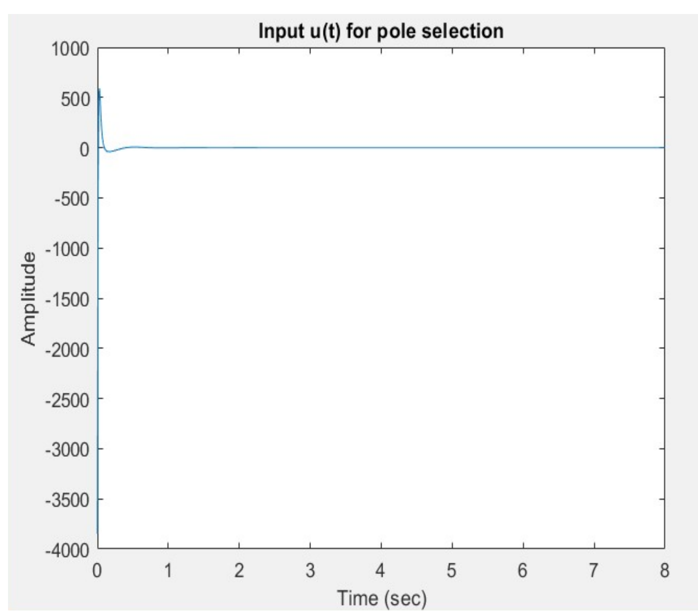
K_ack=

```
1.0e+04 *

-3.0063   -0.3314   -4.7020   -0.6309
```

Οι γραφικές παραστάσεις των αποκρίσεων του συστήματος x(t) καθώς και της εισόδου u(t)=-K_ack*x(t) φαίνονται παρακάτω:





Παρατηρούμε ότι οι συνιστώσες του x(t) παραμένουν στην τιμή 0(<0.015) για t>2sec, γεγονός που συμφωνεί με τις προδιαγραφές σχεδίασης.

B)

Για τον προσδιορισμού του νόμου ελέγχου που οδηγεί σε ελαχιστοποίηση του τετραγωνικού κριτηρίου κόστους, πραγματοποιούμε επίλυση της εξίσωσης Ricatti:

$$A^T P + PA + PBB^T P + I = 0 \quad P = P^T > 0 \qquad K = B^T P$$

,με Q=

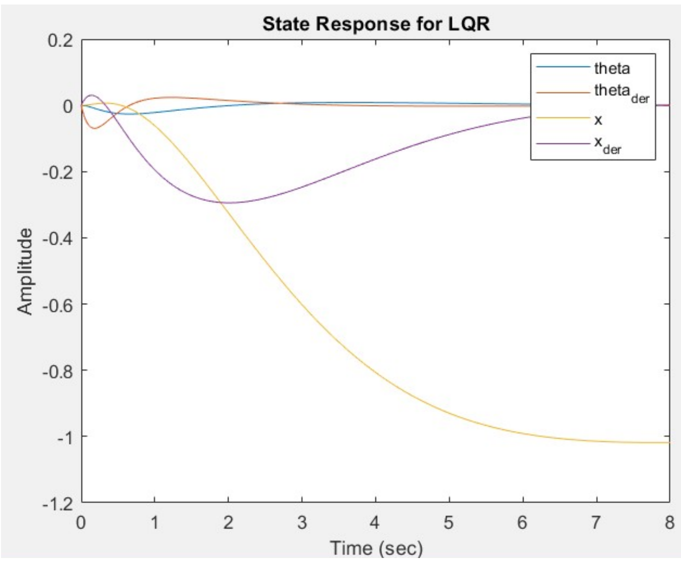
$$\begin{matrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{matrix}$$

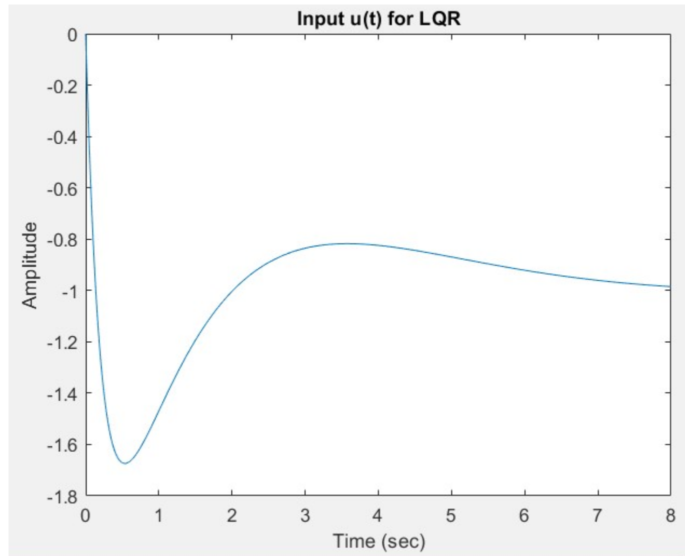
N=0 και R=1

Με βάση τα παραπάνω, προκύπτει κέρδος K_lqr ίσο με:

```
-52.1157  -11.5847   -1.0000   -2.7261
```

Ομοίως με το ερώτημα α, παρατίθενται οι γραφικές παραστάσεις των αποκρίσεων του συστήματος x(t) καθώς και της εισόδου u(t)





Γ)

Από θεωρία γνωρίζουμε ότι ο καινούργιος νόμος ελέγχου είναι της μορφής:

$u=-K(x(t)-x_r)$

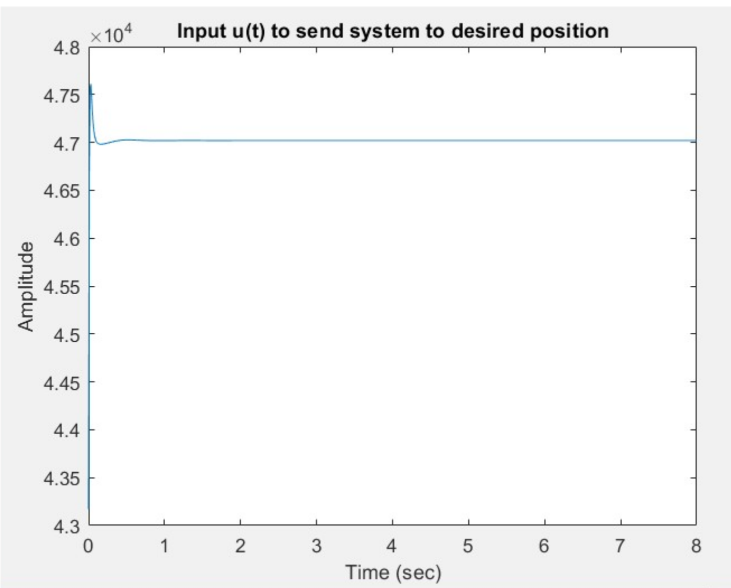
ενώ η τελική θέση xf θα δίνεται από την σχέση:

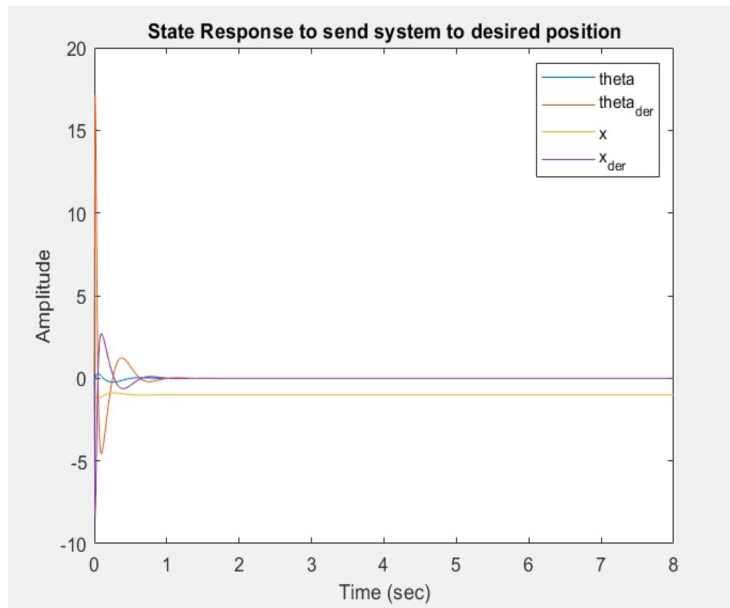
$xf=(A-BK)^{-1}BKx_r$

Επιλέγουμε $x_r = (0,0,1,0)^T$ το οποίο αντιστοιχεί σε τελική θέση:

xf= $\begin{matrix} 0 \\ 0 \\ -1.0000 \\ 0 \end{matrix}$

Οι γραφικές παραστάσεις των αποκρίσεων του συστήματος και της εισόδου u(t) είναι οι εξής:

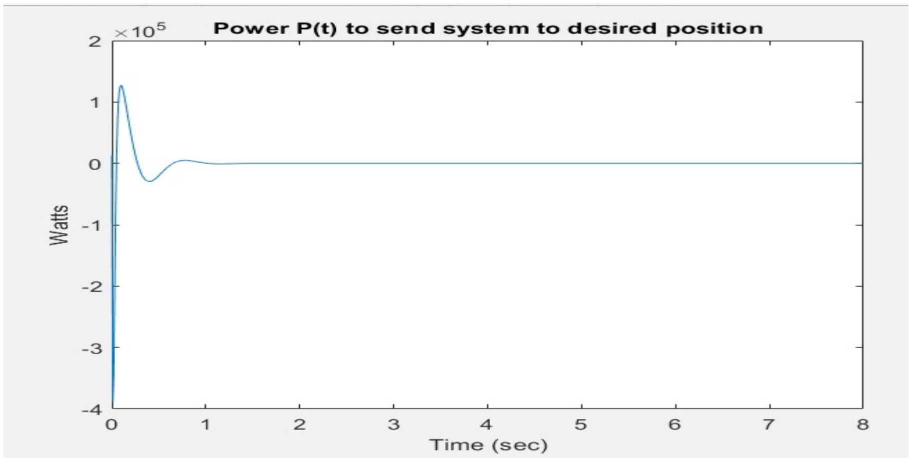




Παρατηρούμε ότι πράγματι η μεταβλητή x οδηγείται στην θέση -1, όπως ακριβώς επιβλήθηκε από την επιλογή του x_r

Όσον αφορά την απαιτούμενη ισχύ του κινητήρα, αυτή δίνεται από την σχέση:

P=F*x_der=u*x_der, η οποία αντιστοιχεί στην κάτωθι γραφική:



Δ)

Αφού είναι το y μετρήσιμο, οδηγούμαστε στην χρήση παρατηρητή πλήρους τάξης(Luenberger Observer), ο οποίος υπακούει στις κάτωθι σχέσεις:

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + L(y - \hat{y}) \qquad \dot{e} = (A - LC)e$$

ξ=(x,e)^T

$$\dot{\xi} = \mathbb{A}\xi + \mathbb{B}u \qquad \text{με} \qquad \mathbb{A} = \begin{pmatrix} A - BK & BK \\ \mathbb{O} & A - LC \end{pmatrix} \quad \mathbb{B} = \begin{pmatrix} B \\ \mathbb{O} \end{pmatrix}$$

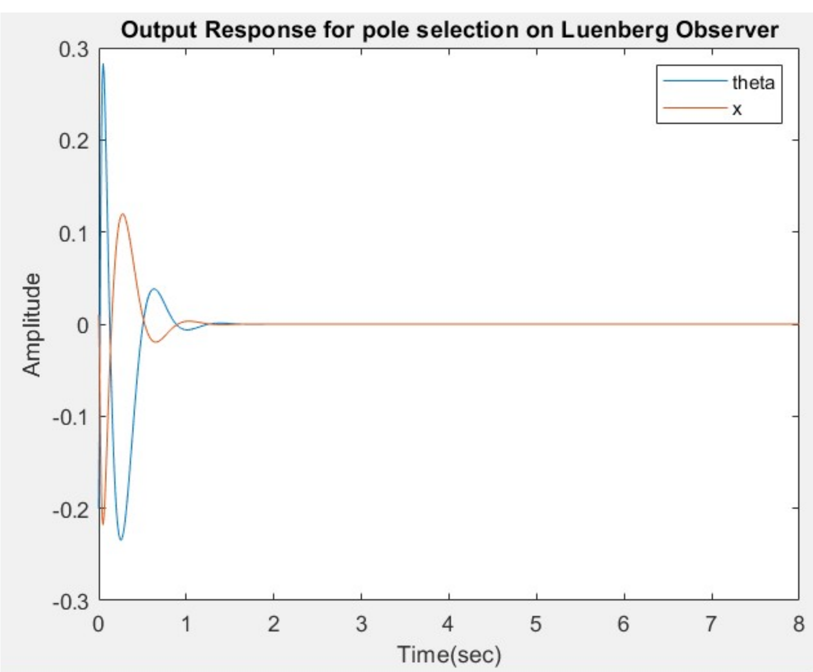
$$y_\xi = \mathbb{C}\xi \qquad \text{με} \qquad \mathbb{C} = \begin{pmatrix} C & \mathbb{O} \end{pmatrix}$$

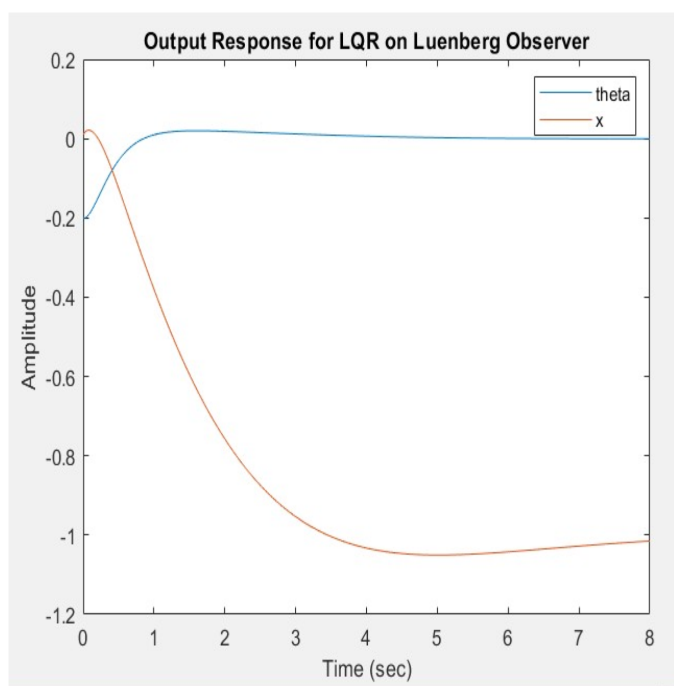
Όσον αφορά τον υπολογισμό του πίνακα L, πραγματοποιούμε χρήση των ευσταθών πόλων pd1 ως και pd4 του ερωτήματος α σε συνδυασμό με την εντολή place της Matlab, για να προκύψει το κάτωθι αποτέλεσμα:

```
1.0e+03 *

 0.0892   -0.0212
 0.3529   -0.2152
 0.0025    0.0704
 2.3438   -0.1318
```

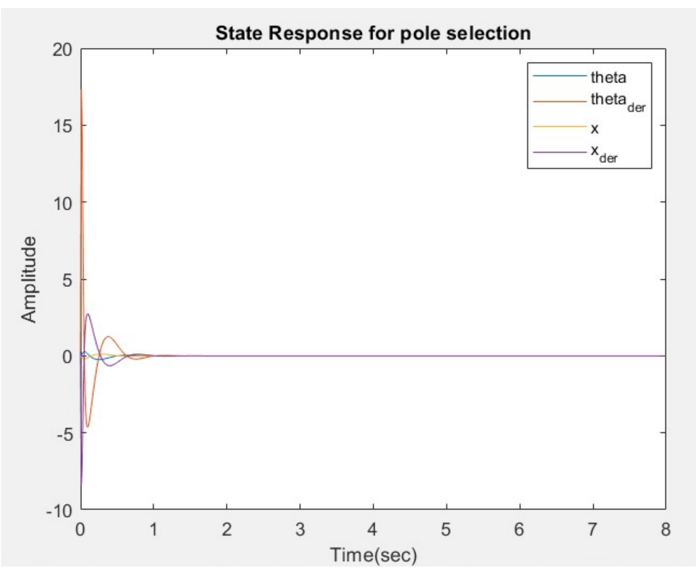
Υλοποιούμε τα ερωτήματα A, B με τους τροποποιημένους πίνακες A,B,C του παρατηρητή πλήρους τάξης και λαμβάνουμε τις εξής γραφικές:

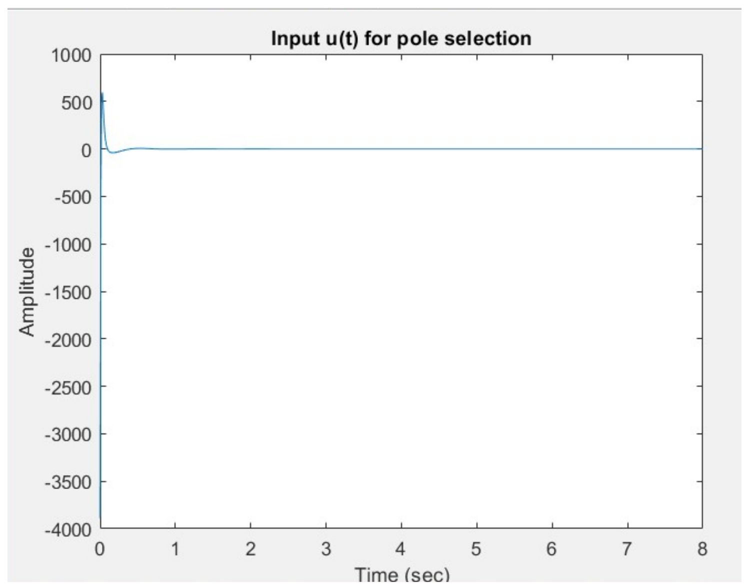




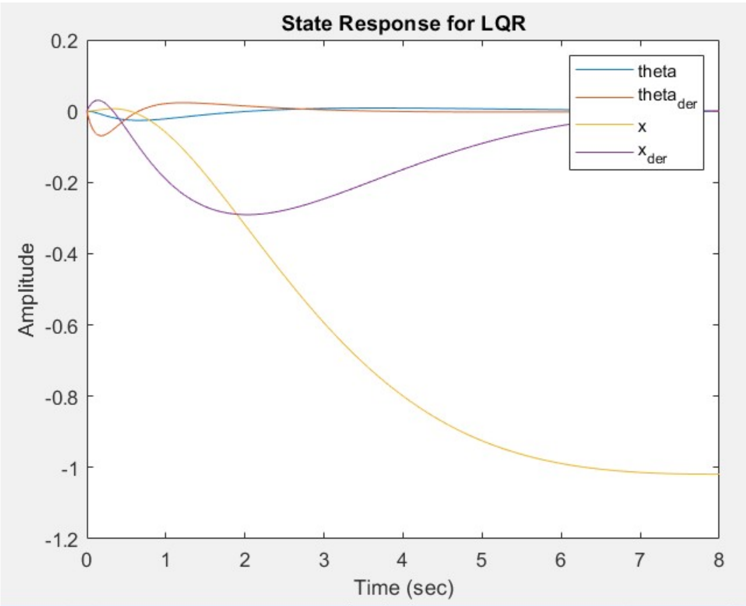
Ε) Πραγματοποιούμε τις ζητούμενες αντικαταστάσεις και επαναλαμβάνουμε την υλοποίηση των ερωτημάτων Α ως και Δ. Συγκεκριμένα, λαμβάνουμε:

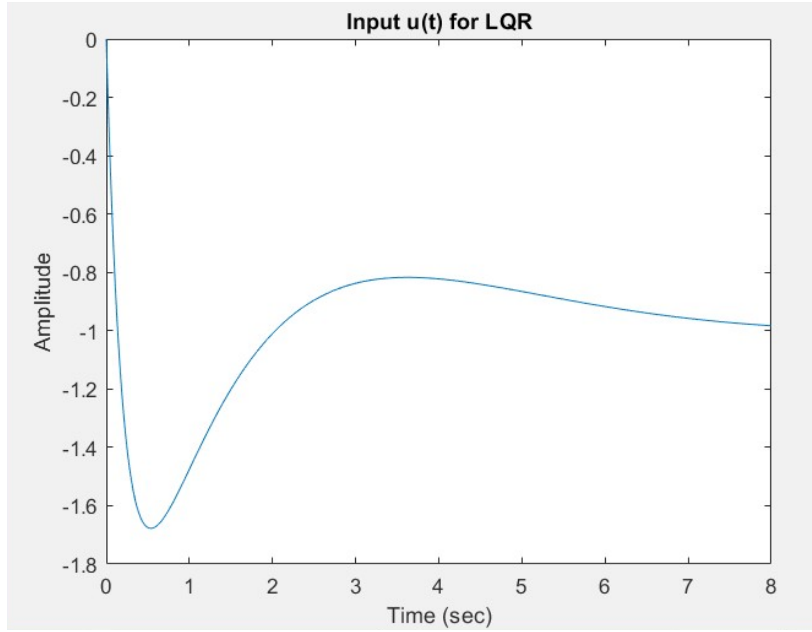
Α)



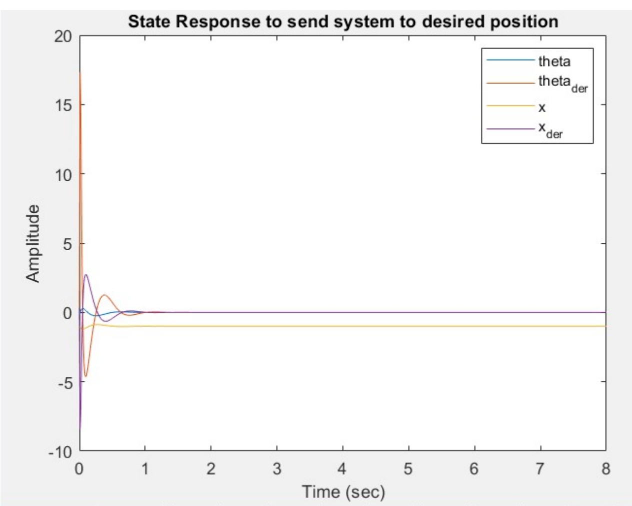


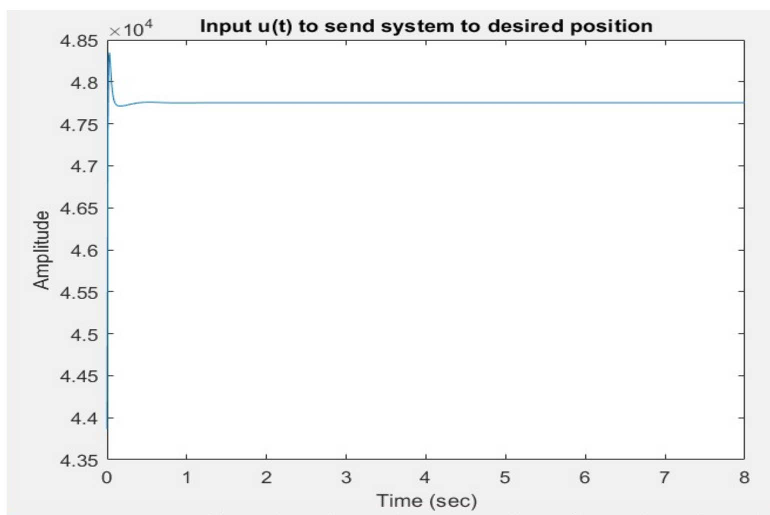
Β)

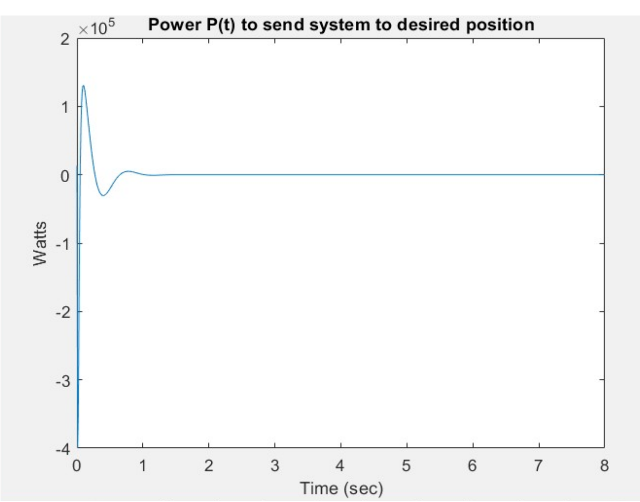

State Response for LQR
theta
theta$_{der}$
x
x$_{der}$
Amplitude
Time (sec)


Input u(t) for LQR
Amplitude
Time (sec)

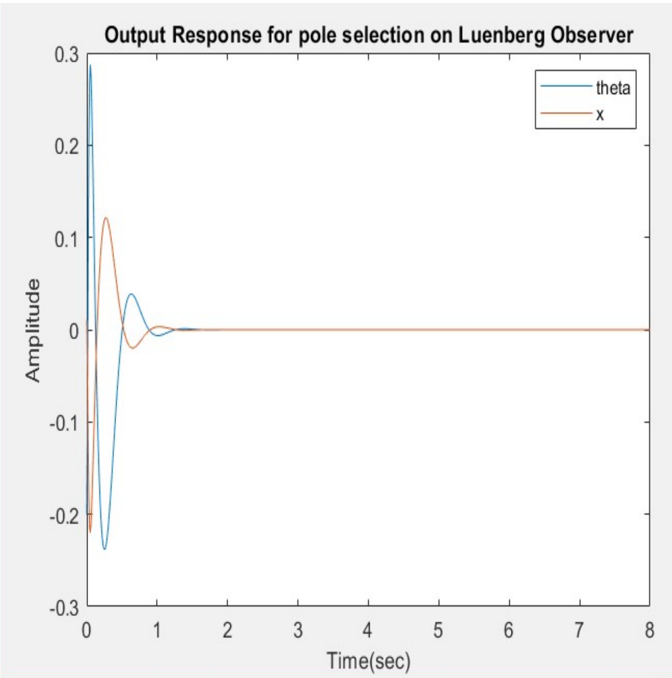
Γ)

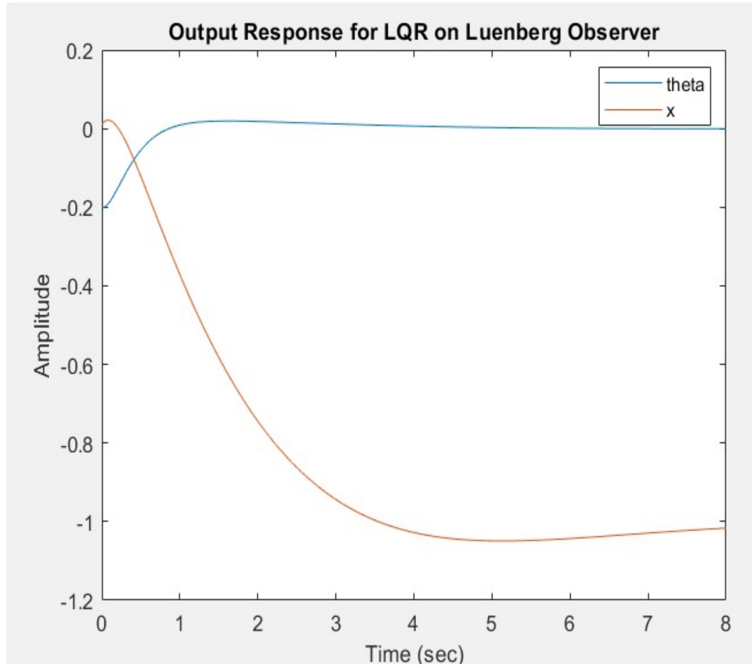

State Response to send system to desired position
theta
theta$_{der}$
x
x$_{der}$
Amplitude
Time (sec)


Input u(t) to send system to desired position
$\times 10^4$
Amplitude
Time (sec)


Power P(t) to send system to desired position
$\times 10^5$
Watts
Time (sec)

Δ)





Παρατηρούμε ότι η μεταβολή των εν λόγω παραμέτρων αλλάζει ελάχιστα τις προκύπτουσες γραφικές παραστάσεις.