



**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ**  
**ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ**  
**ΤΟΜΕΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ ΕΛΕΓΧΟΥ ΚΑΙ ΡΟΜΠΟΤΙΚΗΣ**

**Εξαμηνιαία Εργασία**

**στο μάθημα «Ρομποτική II: Ευφυή Ρομποτικά Συστήματα»**

των φοιτητών

**Ηλιόπουλος Γεώργιος, Α.Μ.: 03118815**

**Σερλής Εμμανουήλ-Αναστάσιος, Α.Μ.: 03118125**

**Ομάδα 26**

**Εξαμηνιαία Εργασία 1:**

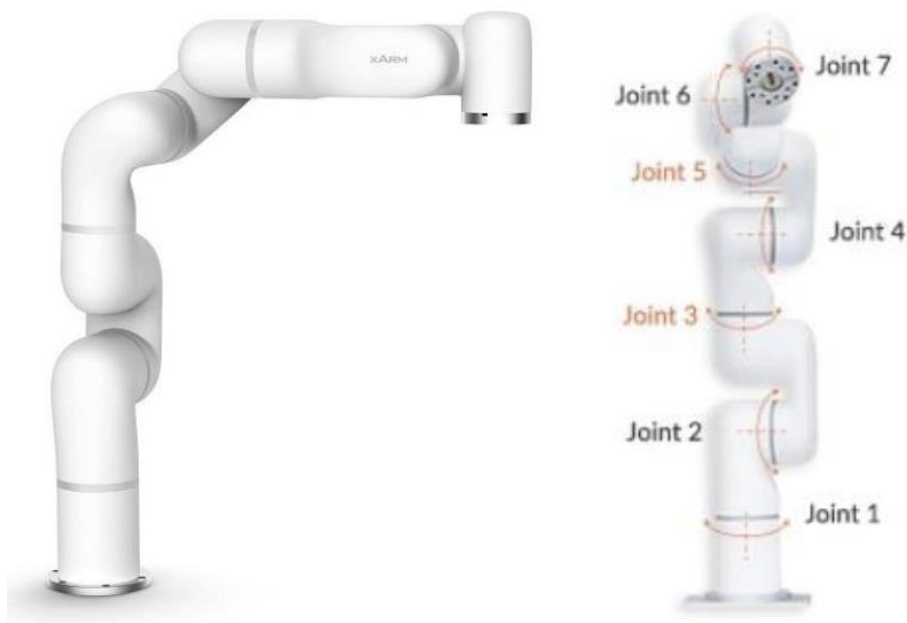
**Κινηματικός έλεγχος ρομποτικού χειριστή με πλεονάζοντες βαθμούς  
ελευθερίας: Παρακολούθηση τροχιάς και αποφυγή εμποδίου**  
**(Redundant manipulators: Path Following and Obstacle Avoidance)**

**Διδάσκων: Κων/νος Τζαφέστας**

Αθήνα, Μάιος 2022

## A. Θεωρητική Ανάλυση

Το ρομπότ το οποίο θα χρησιμοποιήσουμε για την υλοποίηση της παρούσας εργασίας είναι το xArm 7 το οποίο ανήκει στην κατηγορία cobot (collaborative robots - συνεργαζόμενα ρομπότ). Το xArm 7 φαίνεται στην εικόνα 1.



Εικόνα 1: Cobot xArm 7

Τα πλαίσια μετασχηματισμών μεταξύ των συνδέσμων που προκύπτουν από τους διαδοχικούς μετασχηματισμούς της εκφώνησης φαίνονται στη συνέχεια.

$$\begin{aligned} A_1^0 &= \begin{bmatrix} c_1 & -s_1 & 0 & 0 \\ s_1 & c_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, A_2^1 = \begin{bmatrix} c_2 & -s_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -s_2 & -c_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ A_3^2 &= \begin{bmatrix} c_3 & -s_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -l_2 \\ s_3 & c_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, A_4^3 = \begin{bmatrix} c_5 & -s_5 & 0 & l_4 \\ 0 & 0 & -1 & -l_4 \\ s_5 & c_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ A_5^4 &= \begin{bmatrix} c_5 & -s_5 & 0 & l_4 \cdot \sin(\theta_1) \\ 0 & 0 & -1 & -l_4 \cdot \cos(\theta_1) \\ s_5 & c_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, A_6^5 = \begin{bmatrix} c_6 & -s_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ s_6 & c_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ A_7^6 &= \begin{bmatrix} c_7 & -s_7 & 0 & l_5 \cdot \sin(\theta_2) \\ 0 & 0 & 1 & l_5 \cdot \cos(\theta_2) \\ -s_7 & -c_7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Όπου για τα παραπάνω:  $c_i = \cos(q_i)$  και  $s_i = \sin(q_i)$ .

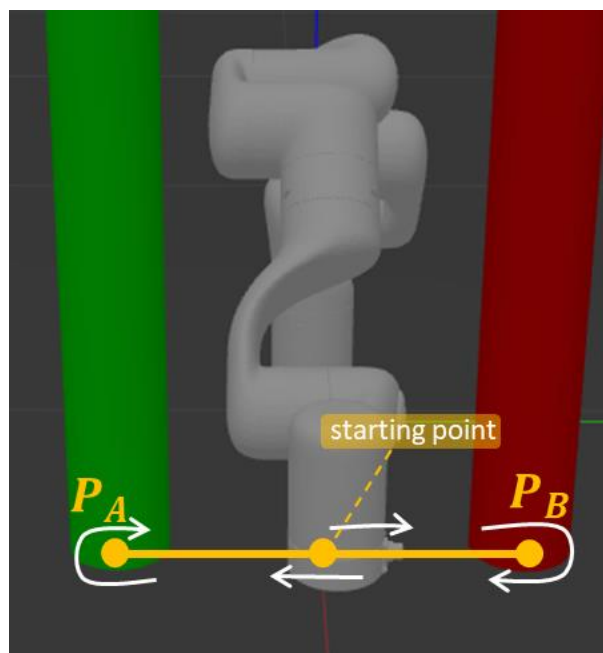
Από την εκφώνηση οι τιμές των σταθερών μας είναι γνωστές.

Στόχος της εργασίας είναι η υλοποίηση ενός αλγορίθμου για την παρακολούθηση τροχιάς από το τελικό στοιχείο δράσης της προαναφερθείσας ρομποτικής διάταξης (xArm 7) με ταυτόχρονη αποφυγή εμποδίων, η κίνηση των οποίων ελέγχεται διαδραστικά από το χρήστη μέσω του πληκτρολογίου. Πιο συγκεκριμένα, το τελικό στοιχείο δράσης του βραχίονα καλείται να εκτελέσει ευθύγραμμη περιοδική κίνηση μεταξύ των θέσεων  $P_A$  και  $P_B$ . Οπότε για τον προσδιορισμό της κατάλληλης γωνιακής ταχύτητας των αρθρώσεων του βραχίονα κάθε χρονική στιγμή μπορούμε να διασπάσουμε τη ρομποτική διεργασία σε δύο επιμέρους υποεργασίες:

- υποεργασία 1: σχεδιασμός τροχιάς και έλεγχος θέσης τελικού εργαλείου δράσης ώστε να εκτελείται η επιθυμητή κίνηση και
- υποεργασία 2: έλεγχος απόστασης από εμπόδια για αποφυγή σύγκρουσης.

## Υποεργασία Α:

Αρχικά απαιτείται σχεδιασμός της τροχιάς ο οποίος επιλέξαμε να γίνει με ένα πολυώνυμο παρεμβολής. Δεδομένου πως μετά την διαδικασία αρχικοποίησης ο ρομποτικός βραχίονας βρίσκεται στη θέση  $\left. \frac{P_A + P_B}{2} \right|_y = 0$  σχεδιάζουμε περιοδική κίνηση ως  $\frac{P_A + P_B}{2} \rightarrow P_B \rightarrow \frac{P_A + P_B}{2} \rightarrow P_A \rightarrow \frac{P_A + P_B}{2}$  (εικόνα 2) η οποία για πολλαπλές περιόδους εκτέλεσης ισοδυναμεί με την ζητούμενη περιοδική κίνηση  $P_A \rightarrow P_B$ . Οι συντεταγμένες των σημείων ενδιαφέροντος είναι  $\left. \frac{P_A + P_B}{2} \right|_y = 0$ ,  $P_A|_y = -0.2$  και  $P_B|_y = 0.2$ .



Εικόνα 2: Απεικόνιση επιθυμητής τροχιάς

Οπότε ως περιορισμούς για το πολυώνυμο θέσαμε τους εξής:

- Για την θέση:
  - $p_{Ey}(t = 0) = 0$
  - $p_{Ey}(T/4) = 0.2$ , όπου  $T$  είναι η περίοδος της κίνησης
  - $p_{Ey}(T/2) = 0$
  - $p_{Ey}(3T/4) = -0.2$
- Για την ταχύτητα:
  - $\dot{p}_{Ey}(T/4) = 0$
  - $\dot{p}_{Ey}(3T/4) = 0$

Για να ικανοποιούνται όλες οι παραπάνω συνθήκες επιλέγουμε ένα πολυώνυμο 6ου βαθμού.

$$p_{Ey}(t) = a_5 \cdot t^5 + a_4 \cdot t^4 + a_3 \cdot t^3 + a_2 \cdot t^2 + a_1 \cdot t + a_0$$

$$\dot{p}_{Ey}(t) = 5 \cdot a_5 \cdot t^4 + 4 \cdot a_4 \cdot t^3 + 3 \cdot a_3 \cdot t^2 + 2 \cdot a_2 \cdot t + a_1$$

Από τα παραπάνω προκύπτει ένα σύστημα 6 εξισώσεων και 6 αγνώστων από την επίλυση του οποίου (σε προγραμματιστικό περιβάλλον) προκύπτουν οι συντελεστές  $a_i$ ,  $i = 0, \dots, 5$ . Πιο συγκεκριμένα  $a_0 = 0$ ,  $a_1 = \frac{1.067}{T}$ ,  $a_2 = \frac{2.489}{T^2}$ ,  $a_3 = -\frac{20.622}{T^3}$ ,  $a_4 = \frac{28.444}{T^4}$  και  $a_5 = -\frac{11.378}{T^5}$ .

Βέβαια καθώς το κινηματικό μοντέλο μας είναι μη γραμμικό απαιτείται και ένας ελεγκτής θέσης ώστε να διορθώνονται τα σφάλματα που είναι λογικό να προκύπτουν. Έτσι εισάγουμε τον παρακάτω περιορισμό για τις ταχύτητες του τελικού στοιχείου δράσης:

$$\dot{q}_A = J^+(p_d + K_1 \cdot e_p)$$

Το  $J^+$  συμβολίζει την Moore – Penrose ψευδοαντίστροφη της Ιακωβιανής μήτρας και μπορεί εύκολα να υπολογιστεί στην python με την εντολή `pinv(J)`.

Το  $e_p$  είναι το σφάλμα της θέσης και προκύπτει αν από την πραγματική θέση που έχουμε από το κινηματικό μοντέλο αφαιρέσουμε την επιθυμητή θέση που έχουμε από το πολυώνυμο παρεμβολής, δηλαδή  $e_p = p_d(t) - p_{real}(t)$ .

## Υποεργασία Β:

Για την υλοποίηση της αποφυγής εμποδίων, προτιμήθηκε η μέθοδος της ελαχιστοποίησης μίας συνάρτησης κόστους, η οποία θα περιλαμβάνει την απόσταση των αρθρώσεων  $q_3, q_4$  και  $q_5$  από το κέντρο  $y_0 = \frac{P_A + P_B}{2}$ , και έχουμε:

$$C(q) = \sum K^T \cdot d$$

όπου  $d$  είναι η απόσταση κάθε επιλεγμένης άρθρωσης από το κέντρο  $y_0$ , δηλαδή:

$$d = 0.5 \cdot [(A_3^0[2,3] - y_0)^2 + (A_4^0[2,3] - y_0)^2 + (A_5^0[2,3] - y_0)^2]$$

και  $K$  τα κέρδη για κάθε απόσταση  $d[i]$ :

$$K = [K_1 \quad K_2 \quad K_3] = [15 \quad 30 \quad 15]$$

Σημειώνεται ότι δόθηκε μεγαλύτερο «βάρος» στην απόσταση της άρθρωσης  $q_4$  μιας και αυτή αποτελεί την κεντρική άρθρωση του βραχίονα της οποίας η απόσταση είναι πιο σημαντικό να ελαχιστοποιηθεί ώστε να αποφύγουμε το εκάστοτε εμπόδιο.

Έτσι έχουμε:

$$C(q) = 0.5 \cdot [K_1 \cdot (A_3^0[2,3] - y_0)^2 + K_2 \cdot (A_4^0[2,3] - y_0)^2 + K_3 \cdot (A_5^0[2,3] - y_0)^2]$$

Έτσι, η ελαχιστοποίηση της παραπάνω συνάρτησης αντιστοιχεί-με βάση την Gradient Descent μέθοδο - στον υπολογισμό του διανύσματος αναφοράς  $\xi$ :

$$\xi = -K_4 \cdot \frac{dC(q_i)}{dq_i}$$

όπου:

- $K_4$  είναι το συνολικό κέρδος για την υποεργασία Β
- $\frac{dC(q_i)}{dq_i}$  είναι ένα  $7 \times 1$  διάνυσμα με κάθε γραμμή  $i$  να έχει την παράγωγο της συνάρτησης ως προς το  $q_i$  διάνυσμα

Έτσι, η 2η διεργασία επενεργεί στις γωνιακές ταχύτητες των αρθρώσεων μέσω της σχέσης:

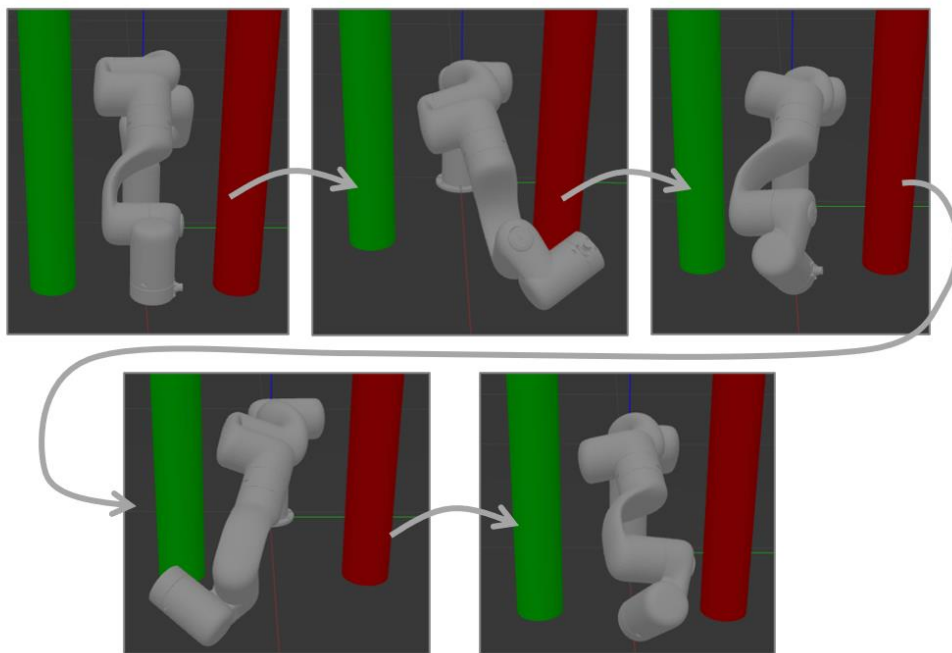
$$\dot{q}_B(t) = (I_7 - J^+ \cdot J) \cdot \xi$$

Συνολικά, η ολική επενέργηση στις αρθρώσεις αποτελεί επαλληλία των 2 υποεργασιών ως εξής:

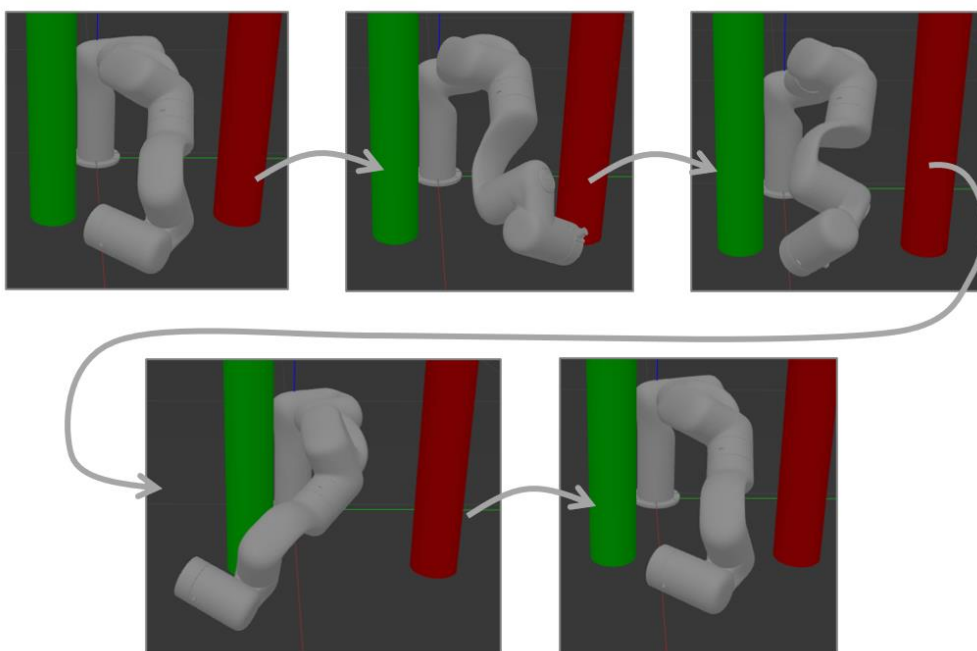
$$\dot{q}(t) = \dot{q}_A(t) + \dot{q}_B(t)$$

## B. Προσομοίωση

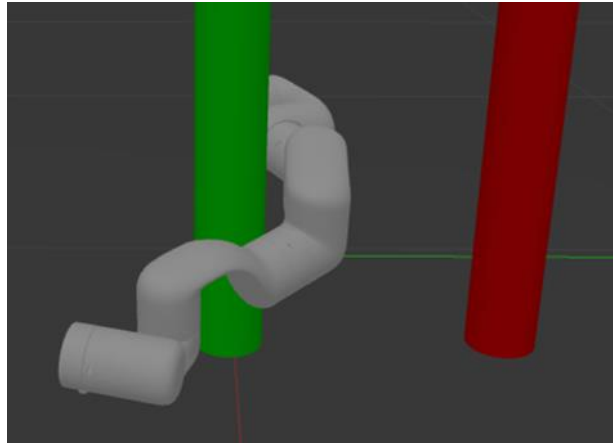
Για την εκτέλεση της προσομοίωσης της κίνησης του ρομποτικού βραχίονα εισαγάγαμε αρχικά την κινηματική ανάλυση στο αρχείο `kinematics.py` και έπειτα συμπληρώσαμε τους ελεγκτές για τις δύο υποεργασίες στο αρχείο `controller.py`. Στην εικόνα 3 φαίνονται τα στιγμιότυπα από την περιοδική κίνηση του βραχίονα  $\left(\frac{P_A+P_B}{2} \rightarrow P_B \rightarrow \frac{P_A+P_B}{2} \rightarrow P_A \rightarrow \frac{P_A+P_B}{2}\right)$  χωρίς τη μετακίνηση των εμποδίων και στην εικόνα 4 με τα εμπόδια μετακινημένα.



Εικόνα 3: Στιγμιότυπα κίνησης με εμπόδια στις αρχικές θέσεις



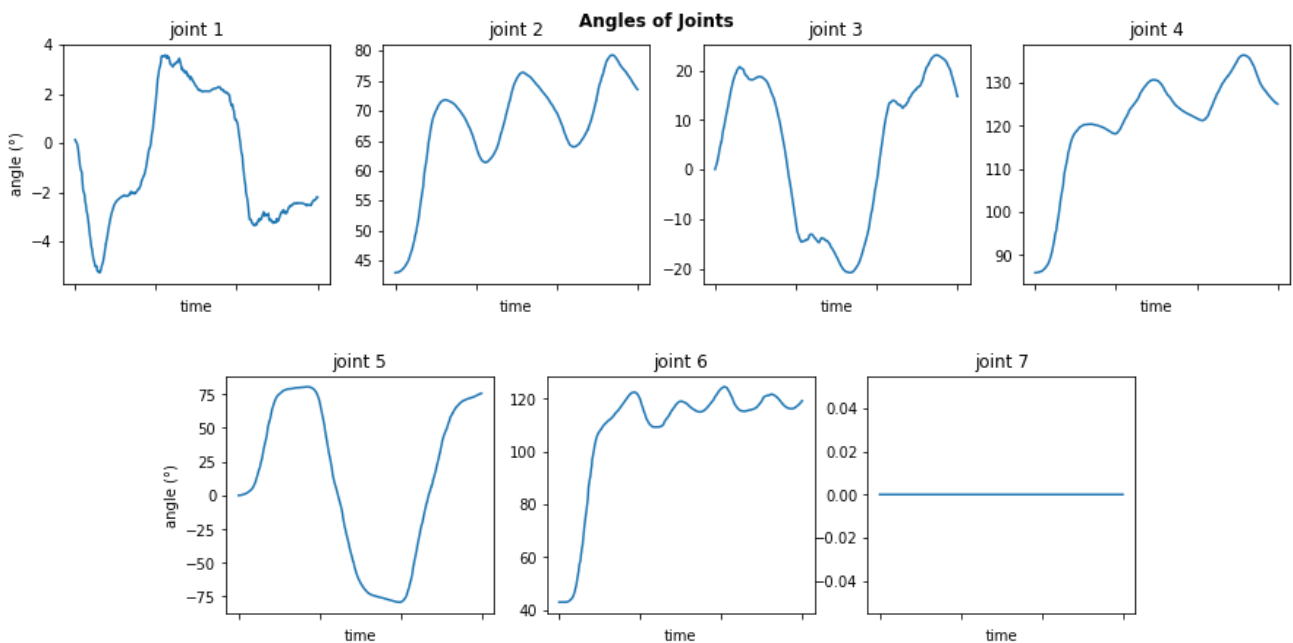
Εικόνα 4: Στιγμιότυπα κίνησης με μετακινημένα εμπόδια



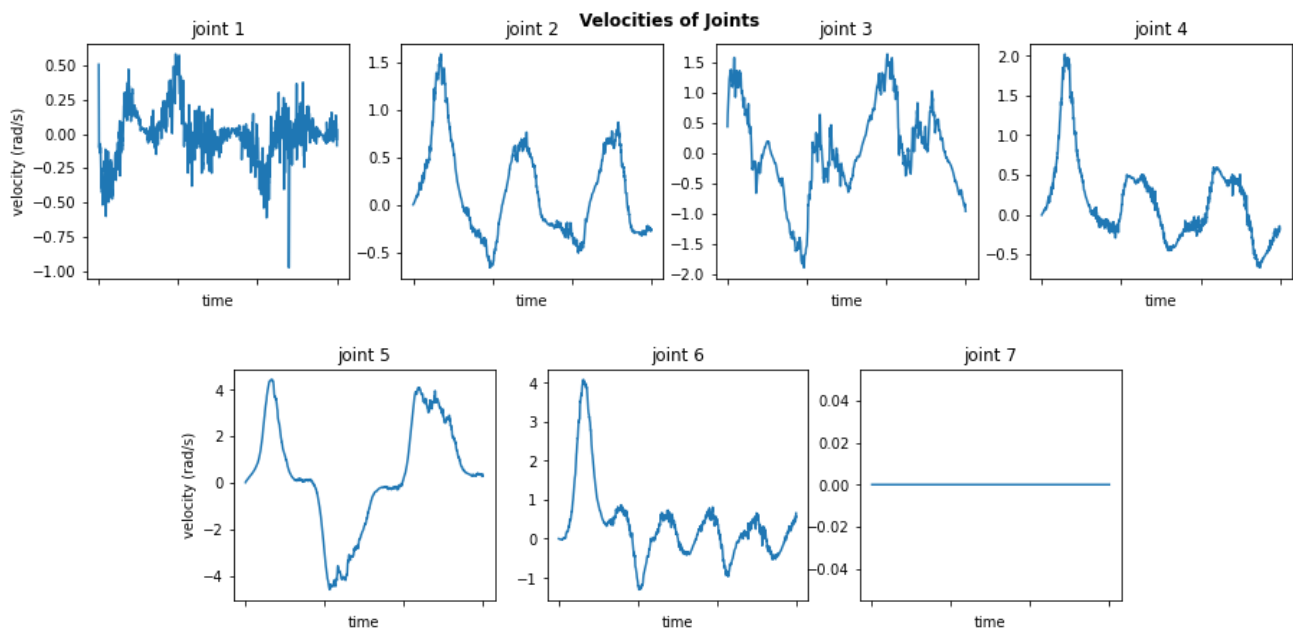
Εικόνα 5: Προσαρμογή βραχίονα στην κίνηση των εμποδίων

Στην εικόνα 5 παρατηρούμε πως ακόμα και σε μεγάλη κίνηση των εμποδίων ο βραχίονας, λόγω των πλεοναζόντων βαθμών ελευθερίας, έχει την δυνατότητα να ακολουθήσει την σχεδιασμένη τροχιά του.

Για την εξαγωγή δεδομένων για διάφορες μεταβλητές γράφουμε τις τιμές του κάθε χρονική στιγμή σε ένα αρχείο .txt το οποίο στη συνέχεια εισάγουμε στη python για την γραφική αναπαράστασή τους. Στις εικόνες 6 και 7 μπορούμε να παρατηρήσουμε τις γωνίες και τις γωνιακές ταχύτητες κάθε άρθρωσης.



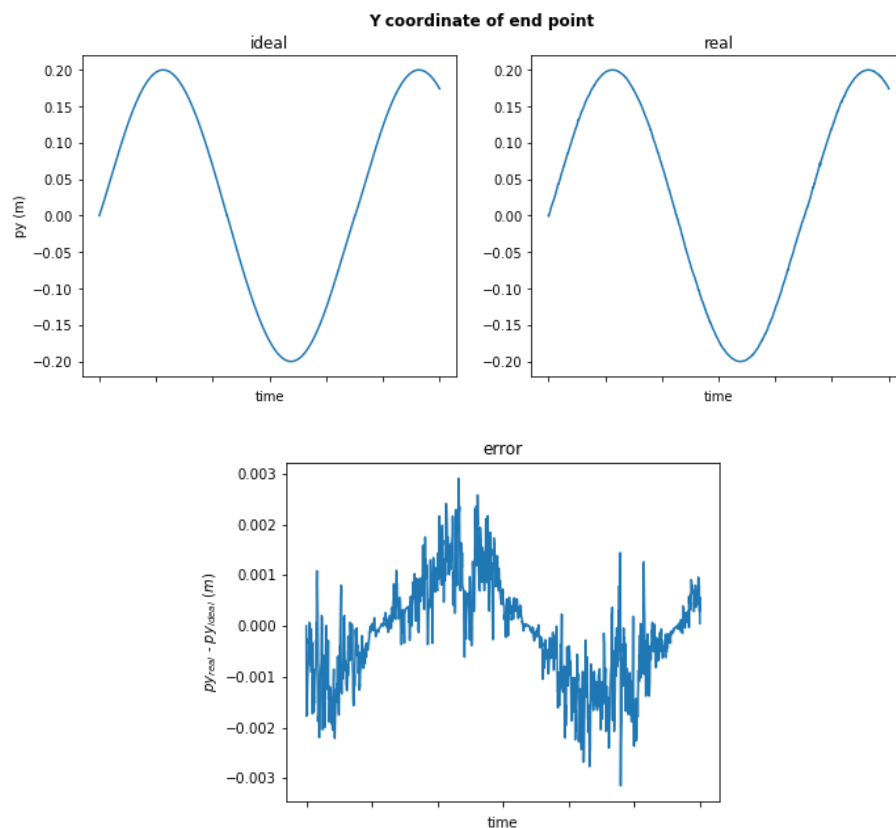
Εικόνα 6: Γωνίες αρθρώσεων



Εικόνα 7: Γωνιακές ταχύτητες αρθρώσεων

## Ακίνητα Εμπόδια

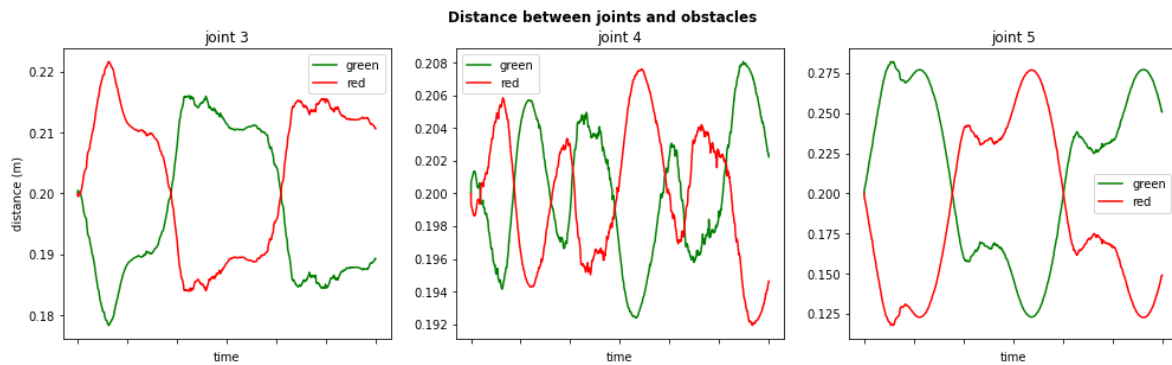
Στην εικόνα 8 μπορούμε να δούμε πως το τελικό στοιχείο δράσης ακολουθεί πιστά την επιθυμητή τροχιά αφού το σφάλμα είναι της τάξης των χιλιοστών που μπορεί να θεωρηθεί αμελητέο στα πλαίσια της άσκησης.



Εικόνα 8:  $y$  συντεταγμένη τελικού εργαλείου δράσης και σφάλμα



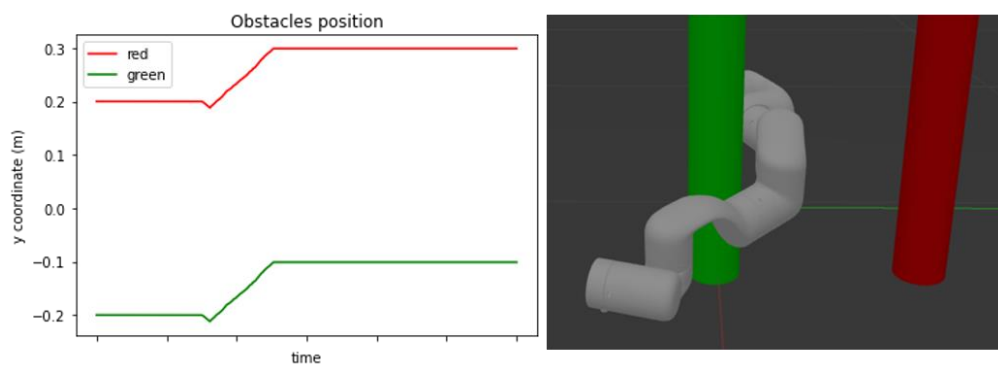
Στην εικόνα 9 παρατηρούμε τις αποστάσεις μεταξύ των κρίσιμων αρθρώσεων 3, 4 και 5 και των εμποδίων, οι οποίες κρατούνται πάντα κάτω των 12 εκατοστών από τον ελεγκτή μας.



Εικόνα 9: Αποστάσεις μεταξύ αρθρώσεων και εμποδίων

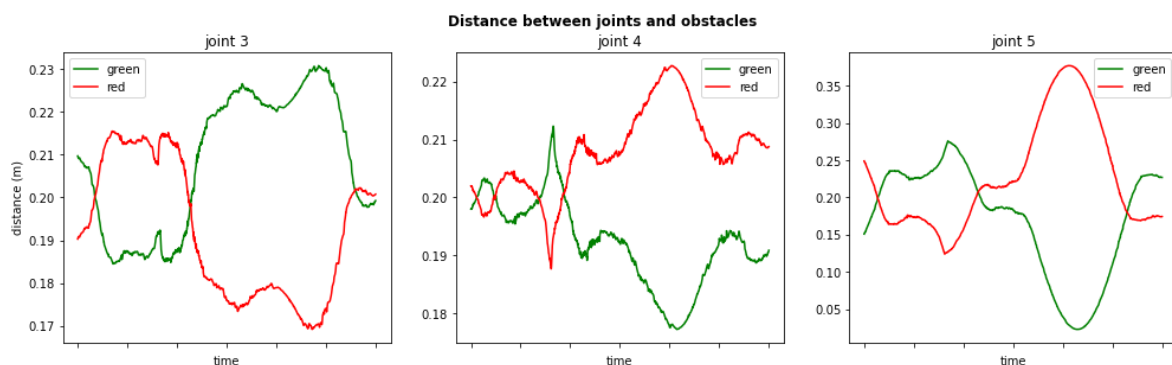
## Κίνηση Εμποδίων

Για να δούμε καλύτερα την απόδοση των δυο υποεργασιών μετακινούμε τα εμπόδια σε μία πιο «δύσκολη» θέση όπως φαίνεται στην εικόνα 10.



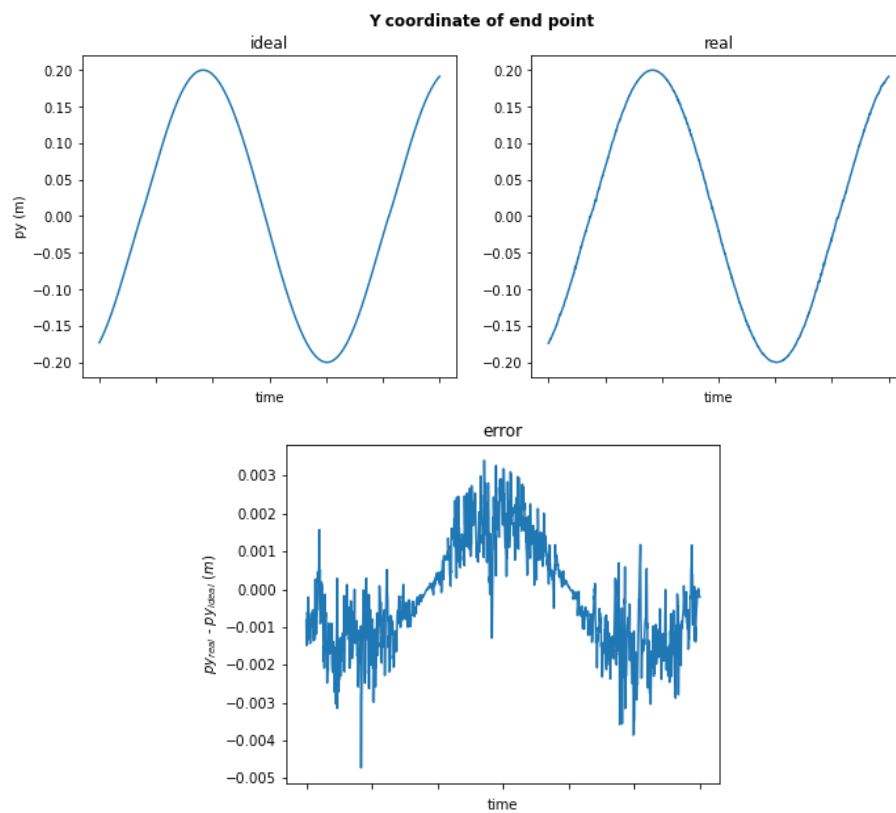
Εικόνα 10: νέα θέση εμποδίων

Στην εικόνα 11 παρατηρούμε πως τώρα ο βραχίονας πλησιάζει τα εμπόδια περισσότερο φτάνοντας μέχρι και σε απόσταση 5 εκατοστών όπως άλλωστε φαίνεται και στο στιγμιότυπο της εικόνας 10.



Εικόνα 11: Αποστάσεις μεταξύ αρθρώσεων και εμποδίων (νέα θέση εμποδίων)

Τέλος στην εικόνα 12 παρατηρούμε πως το σφάλμα κυμαίνεται στα ίδια πλαίσια με πριν αποδεικνύοντας πως παρά την κίνηση των εμποδίων ο βραχίονας μπορεί να αναπροσαρμοστεί και να εκτελέσει την επιθυμητή εργασία.



Εικόνα 12:  $y$  συντεταγμένη τελικού εργαλείου δράσης και σφάλμα (νέα θέση εμποδίων)