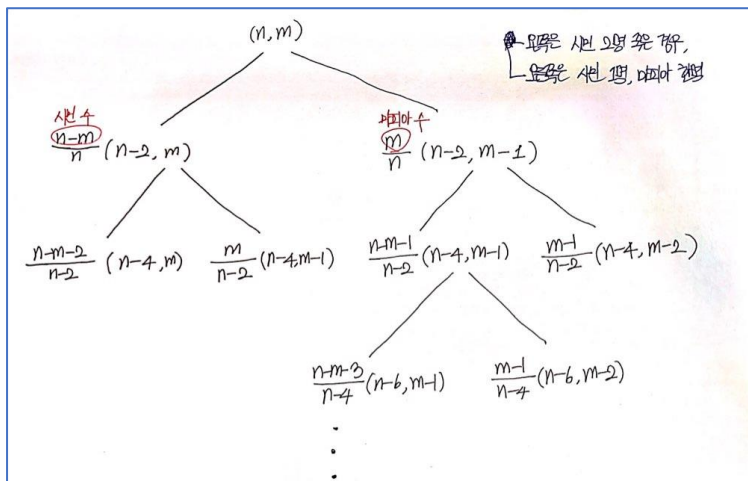


Midterm Project: M.A.F.I.A. in the morning

20192193 김수빈

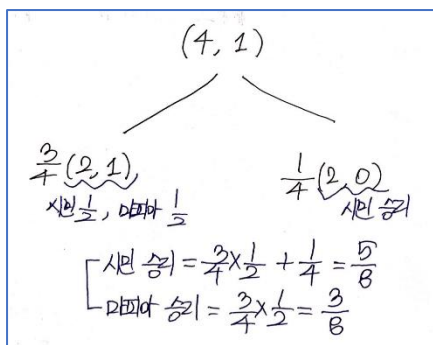
단순 마피아는 마피아와 시민만 있는 상황입니다. 낮에는 마피아와 시민을 모두 포함하여 무작위로 한 사람을 죽입니다. 밤에는 시민들 중에 무작위로 한 사람을 죽입니다. 낮-밤을 반복했을 때 마지막으로 살아있는 사람이 포함된 팀이 승리하게 됩니다. (원래 게임 룰은 마피아의 수가 시민이랑 같으면 끝나는 거지만 저는 이렇게 해보았습니다.)

승률 계산을 해보겠습니다. 게임 플레이어가 n 명이고, 마피아가 m 명일 때, (n, m) 이라고 하겠습니다. 낮-밤을 한 번에 지나간다고 생각해, 총 플레이어 수는 2명이 감소하고, 그 중 무조건 시민이 1명 죽습니다. 그렇기 때문에 시민이 2명 죽은 상황과 시민 1명, 마피아 1명이 죽은 상황으로 나누어집니다.



종료 조건은 마피아(m)가 0이 될 경우, 시민이 승리로 종료하게 되고, 시민($n-m$)이 1보다 작거나 같을 경우, 마피아의 승리로 종료되게 됩니다. 시민이 1명 남은 경우, 밤에 무조건 죽게 되어 마피아의 승리가 됩니다. 하지만 예외로 $(2, 1)$ 인 경우 즉, 시민 1명, 마피아 1명이 남은 상황에는 마피아와 시민의 승률이 $1/2$ 입니다.

간단하게 시민이 3명, 마피아가 1명인 경우를 보겠습니다.



1) 기본 마피아

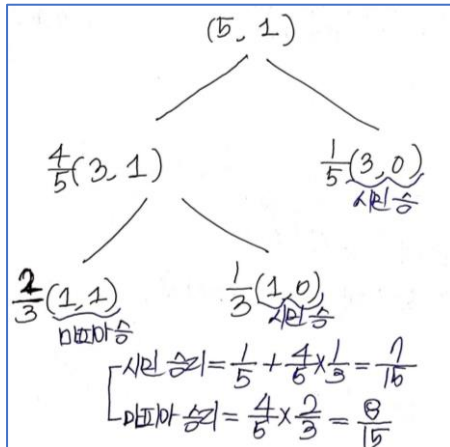
```
]: import random
win = []
for x in range(10000):
    mafia = 1
    citizen = 3
    player = []
```

```
print("마피아의 승률 :", round(win.co
```

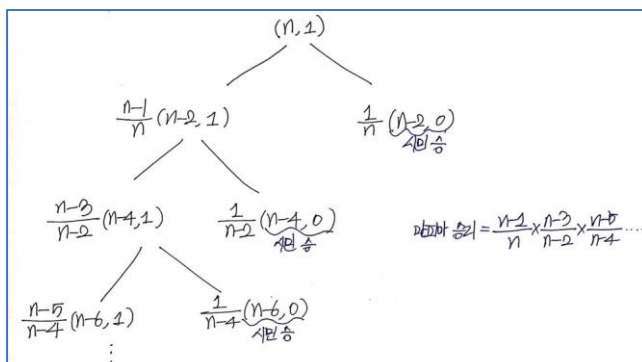
마피아의 승률 : 0.3725
시민의 승률 : 0.6275

제가 만든 기본 마피아 게임으로 승률을 확인해보니, 놀랍게도 동일하게 나왔습니다.

만든 마피아 게임으로 승률을 확인해 볼 때, 마피아의 수가 홀수일 때, 시민의 수가 더 큰 수인 짝수보다 홀수인 경우 시민의 승률이 더 높게 나타나는 패턴이 있었습니다. 예시로 시민이 4명, 마피아가 1명인 경우, 시민이 1명 많아져 시민 승률이 더 올라갈 것으로 예상되었지만 오히려 시민 승률이 떨어졌습니다.



먼저, 마피아 1명, 플레이어 n 명인 경우로 일반화한 후, 마피아 승률을 계산해보았습니다.



<마피아 승률>

① n이 홀수인 경우 (시민이 짝)

$$= \frac{n-1}{n} \times \frac{n-3}{n-2} \times \frac{n-5}{n-4} \times \dots \times \frac{6}{n} \times \frac{4}{5} \times \frac{2}{3}$$

② n이 짝수인 경우 (시민이 홀)

$$= \frac{n-1}{n} \times \frac{n-3}{n-2} \times \frac{n-5}{n-4} \times \dots \times \frac{5}{n} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$$

↓ n을 2K로

<마피아 승률> - 마피아 1명(홀)

① 시민이 짝수인 경우 (n이 홀)

$$= \frac{2K}{2K+1} \times \frac{2K-2}{2K-1} \times \frac{2K-4}{2K-3} \times \dots \times \frac{6}{n} \times \frac{4}{5} \times \frac{2}{3}$$

② 시민이 홀수인 경우 (n이 짝)

$$= \frac{2K-1}{2K} \times \frac{2K-3}{2K-2} \times \frac{2K-5}{2K-4} \times \dots \times \frac{5}{n} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$$

n이 홀수일 때, 2k+1로 짝수일 때보다 큰 수인 경우로 했을 경우입니다.

$$\frac{2K}{2K+1} - \frac{2K-1}{2K} = \frac{4K^2 - (4K^2 - 1)}{(2K+1)2K}$$

$$= \frac{1}{4K^2 + 2K} > 0$$

$$\therefore \frac{2K}{2K+1} > \frac{2K-1}{2K}$$

그러므로, 시민이 짝수인 경우, 홀수보다 1명 더 많지만 마피아의 승률이 더 높은 것입니다.