# PROPOSAL FOR SUBSCRIPTION FOR PUBLIC OFFERING

2020 경매이론을 차용한 공모주 청약 방식 제안서

## **FOR DART**

### **IDEA**

i 2020 년 경매이론의 개선과 새 경매 형태의 발명으로 노벨 경제학상을 수상함. 경매란? 입찰을 통해서 물건을 사고 파는 절차로,

한정된 재화의 최적화된 분배를 목표로 함.

## **OVERVIEW**

항향식 N 차 경매의 제안

### THE TABLE OF CONTENTS

- 경매이론 소개
- 시뮬레이션 및 기대효과
- 결론

## 목표

- Goal #1: 경매 이론의 시장 적용
- Goal #2: 비인기 종목의 경쟁력 활성화
- Goal #3: 신규 상장 종목의 상장 초기 변동성 최소화

## **The Solution**

- 시뮬레이션을 통한 실증적 활용 분석 방안
- Recommendation #1: 1 차가격 경매에서 N 차가격 경매로의 확장
- Recommendation #2: 단순 비율배분, 균등배분 형태가 아닌 온라인 경매에서 효과적인 ebay style 의 적용.
- Recommendation #3: 새롭게 부상한 SMRA 방식 차용.

## **OUR PROPOSAL**

👔 경매 제도는 상황에 따라 조금씩 변하지만, 크게 2 가지 대분류인 공개 경매와 비밀 경매로 나뉠 수 있다.

짧게 설명하자면, 입찰자별 입찰 금액이 경쟁자들에게 공개되는가로 구분할 수 있는데, 공개 경매는 단계별 입찰 금액 또한 모두에게 공개되고 비밀 경매는 이를 알 수 없다. 대표적인 공개 경매 방식으로는 영국식 오름 경매, 네덜란드식 내림 경매가 있으며 대표적인 비밀 경매 방식으로는 일차가격 비밀 경매, 이차가격 비밀 경매가 존재한다. 알차, 이차 비밀 경매에 대해서는 후에 자세히 설명하도록 한다.

Wilson 과 Milgrom 은 부당하게 청구되는 비용에 대한 부담감과 만족스럽지 못한 서비스 제공을 모두 피할 수 있는 방법으로 Simultaneous Multiple Round Auction(SMRA, 동시 다중 라운드)이라는 새로운 경매 형식을 발명했습니다.

입찰 가능한 모든 항목이 동시에 제공됨과 함께, 일부에서 입찰이 가능한 이 방식은 승자의 저주를 피하기 위한 낮은 start line 을 가지고 있으며, 더 나아가서는 시장에 비해 낮은 가치로 측정되어 소비자와 판매자의 만족감을 해치는 것을 피할 수 있습니다.

Winner's Curse 는 경쟁에서 승리할 때, 승리하기 위해 치른 과한 비용으로 인해 위험에 빠지거나 후유증을 겪는 것을 의미합니다. 오름차순, 일차가격 경매에서 특히 이러한 경우가 많이 발생한다고 볼 수 있습니다. 또한, 낮은 가치로 시장의 clarity 가 낮아지는 것은 높은 가격이 제시되었을 때, 경매에서 이기지 못할 것을 두려워한 소비자들로 인해 실제 가치보다 낮게 폄하되는 것으로 판매자와 소비자 모두에게 악순화을 야기합니다.

앞서 얘기한 경매의 단점을 보완하고 다른 소비자들의 상품에 대한 잠재적 가치를 예상할 수 있게끔 차원을 확장하여, 새로운 형식의 경매를 제안했고 본 레포트에서 대표적인 온라인에서 사용되는 경매 제도인 ebay style 을 합성하여 적용하고자 합니다.

### 동기

- 이처럼 새로운 경매 방식을 공모주 청약 가격 결정 방식에 적용하는 것으로 확장.
- 현재 2021 년, 공모주 청약 방식은 비례배정에서 균등배정이 추가된 상태입니다.
- 공모주 청약을 경매의 일종으로 볼 수 있으며, 시장의 활성화와 자원 최적 배분을 위해 경매 이론을 적용할 수 있을 것으로 생각했습니다.
- 경쟁률이 높은 인기 공모주의 경우엔 Winner's Curse 가 일어날 수 있습니다.
- 첫날 큰 변동성을 보이는 공모주에 적절한 가격을 매겨 청약할 수 있도록 하여, 판매자(회사)에 끼치는 악영향과 일부 구매자의 소외 등을 막고 싶었습니다.

## 구체화 전략

설명하기에 앞서, 경매 방식에 대한 구체적인 정보를 알 필요가 있습니다.

영국식 오름 경매란, 경매인이 정한 최저 가격에서부터 시작하여 점진적으로 자신의 입찰 금액을 높이고, 더 이상 높은 가격을 부른 사람이 나타나지 않을 때까지 경매가 진행되는 방식입니다. 마지막 입찰자가 낙찰자로 선정되어 자신이 입찰한 금액을 지불하게 됩니다. 우리가 흔히 아는 경매 방식으로 대중적으로 많이 사용됩니다. 반대로, 네덜란드식 내림 경매는 초기에 설정된 높은 가격에서 시작하여 경매인이 조금씩 가격을 낮춰 부르는 식으로 진행됩니다. 가장 먼저 물건을 사겠다는 입찰자가 나타나면 경매가 종료되고, 낙찰액을 지불하게 됩니다.

비밀 경매에는 일차가격 비밀 경매와 이차가격 비밀 경매로 나뉩니다.

일차가격 비밀 경매는 각 입찰자가 자신의 지불의사 금액을 입찰하고, 각 입찰자가 자신의 지불의사 금액을 입찰하고, 최고가를 적어 낸 입찰자가 낙찰자가 되어 자신이 적어 낸 금액을 지불하고 물건을 받는 방식입니다. 일차가격 경매에서 승리한 입찰자는 자신의 입찰액을 지불하므로, 어떤 입찰자도 자신이 물건에 부여하는 가치보다 높은 가격을 적어내지 않습니다. 만약 자신이 물건에 부여하는 가치보다 높은 가격을 적어 낸다면, 경매에서 승리하더라도 손실을 보기 때문입니다.

입찰액이 높을수록 경매에서 승리할 확률은 커지지만 이길 경우의 얻을 수 있는 보수가 작아지고, 입찰액이 낮을수록 승자가 되었을 때의 보수는 커지지만 승자가 될 확률은 작아지게 됩니다.

$$\beta(v_i) = \frac{n-1}{n}v_i$$

(식 1.1 입찰자 i 의 최적전략)

각 입찰자는 이를 고려하여 자신의 기대보수를 극대화하는 값을 생각하게 되는데, 모든 입찰자들의 가치가 균등분포를 따를 경우 자신이 물건에 부여하는 가치의 (n-1)/n 배를 입찰가로 내는 것이 균형전략이 됩니다. 판매자의 경매수입(revenue)은 경매에서 승리한 입찰자가 지불하는 비용과 같습니다. 따라서 판매자의 기대수입은 각 입찰자의 기대지불액의 합과 같습니다.

$$\left(\frac{b_i}{\alpha}\right)^{n-1}b_i = \frac{n-1}{n}v_i^n$$

(식 1.2 기대지불액)

$$\sum_{i=1}^{n} E\left[\frac{n-1}{n}v_{i}^{n}\right] = n \times \int_{0}^{1} \frac{n-1}{n}v^{n} dv = \frac{n-1}{n+1}$$

(식 1.3 기대수입)

n 이 커짐에 따라 (n-1)/(n+1)은 점점 커지게 되는데, 이는 앞서 보았듯이 n 이 커짐에 따라 입찰자들의 입찰가가 높아지기 때문에 판매자의 경매수입이 증가합니다. 이차가격 비밀 경매는 최고가를 적어 낸 입찰자가 승자가 되는 것은 같지만, 그 입찰자가 지불하는 금액은 자신이 적어낸 가격이 아니라 두번째로 높은 입찰가를 지불하게 됩니다. 즉, 자신이 적어 낸 입찰가(일차가격)가 아닌 2 등을 한 사람의 입찰가(이차가격)을 지불합니다.

이차가격 비밀 경매에서 모든 입찰자들이 자신의 가치를 그대로 입찰가로 제시하는 것이 약우월전략이 됩니다. 입찰자 1은 자신의 가치를 그대로 입찰할 때, 다른 가격을 적어내는 것에 비해서 손해를 보는 경우는 없고 경우에 따라서 더이득을 볼 수 있습니다. 판매자의 기대수입은 n 명의 입찰자 중 두번째로 높은 가치를 가진 입찰자의 가치의 기댓값이됩니다. 따라서, 일차가격 비밀 경매에서처럼 모든 입찰자들의 가치가 0 과 1 사이에서 균등분포를 따른다면, 이는 식(3)과 같이 (n-1)/(n+1)이 됩니다.

입찰전략이 서로 다름에도 불구하고 판매자의 기대수입은 동일하다는 것을 알 수 있습니다. 이는 입찰자들이 경매 방법에 따른 지불 방식의 차이를 감안하여 입찰에 참여하기 때문입니다. 입찰자들은 경매방법에 따라 입찰전략을 달리하여 어떤 경매에서든 승리할 때 지불하는 기대지불액이 같도록 하는 것 입니다. 이러한 결과는 입찰자들의 가치의 확률분포가 균등분포를 따를 때만 성립하는 것이 아니라 일반적으로 성립하는데 이를 수입동등정리라고 부릅니다.

영국식 오름 경매, 네덜란드식 내림 경매, 일차가격 비밀 경매, 이차가격 비밀 경매 모두 위의 조건들을 만족하므로 판매자에게 동일한 기대수입을 가져다주게 됩니다.

수입동등정리의 중요한 가정 중 하나는 앞의 1 절과 2 절에서와 같이 입찰자들이 물건에 부여하는 가치가 다른 입찰자들의 가치와 독립적으로 결정된다는 것 입니다. 하지만 현실에서는 입찰자들이 자신의 가치를 충분히 알고 있지 않고 다른 입찰자가 가진 정보에 따라 가치평가가 달라지는 경우도 많습니다.

판매 재화의 가치가 자신이 가진 정보뿐만 아니라 경쟁 입찰자가 가진 정보에도 의존하게 되는 경우 입찰자들은 상호의존가치를 가진다고 말합니다. 상호의존가치 경매에서 판매자의 경매수입은 이차가격 비밀 경매가 일차가격 비밀 경매 보다 높고, 오름 경매가 이차가격 비밀 경매보다 높아집니다.

**፤** 물건을 구입할 때에도 경매가 사용되는데, 입찰 공고를 내어 가장 낮은 가격이나 높은 품질로 제공하는 업체에 해당 사업권을 부여하는 방식이다. 이를 역경매 혹은 조달 경매로 부른다.

이 경우, 가격 외에도 비가격 요소를 함께 고려하여야 하는데, 공모가를 결정하는데 있어서는 가격만 고려하면 되기 때문에 우리는 조달 경매 방식은 사용하지 않는다

위를 바탕으로, 상호의존가치를 입찰자가 감안할 수 있도록 하고, 공모주의 청약이라는 상황에서는 경매의 승자가 한명이 아닌 청약 매물로 나온 주식 수량만큼이므로, 이를 n으로 하여 상향식 n차 균일 상승 경매 모델을 제안할 수있습니다.

# 접근

i 시뮬레이션은 위의 내용을 바탕으로 파이썬 환경에서 진행하였으며 각 객체는 랜덤으로 생성되고 이는 입찰자 개인을 표방합니다.

판매자(회사)가 지정한 최저가격을 시작으로 각 입찰자 객체를 생성합니다.

각 입찰자 객체는 최저가격을 기준으로 본인이 생각하는 해당 주식에 대한 내재 가치를 생각하게 되며, 개인이 생각하는 내재 가치에 대한 분포는 정규분포를 따릅니다. 이후 상장 예정 주식 수 만큼의 상위 입찰자가 승리자가 됩니다.

여기서 상위 입찰자가 지불하게 되는 금액은 최상위 금액이 아닌, n 차(주식 수) 상위 금액입니다.

\*또한, 입찰 가격 단위는 코스피 시장의 호가가격단위를 따릅니다.

기준가	호가가격단위(단위 : 원)
1,000 미만	1
1,000 ~ 5,000 미만	5
5,000 ~ 10,000 미만	10
10,000 ~ 50,000 미만	50
50,000 ~ 100,000 미만	100
100,000 ~ 500,000 미만	500
500,000 이상	1000

(표 1.1 코스피 시장 호가가격단위)

# 시뮬레이션 방법

각 시뮬레이션은 입찰자 객체를 100, 1000, 10000, 100000 명씩 생성하여 1000 회씩 진행합니다.

## 결과 해석

먼저, 1 차가격 경매를 수행하였을 때,

전체 자본 수	평균 입찰 횟수	평균 최종 입찰가(소수점 절사)
100	4.998	131297
1000	7.206	138970
10000	9.355	145454
100000	11.391	151185

전체 자본 즉, 입찰자 객체가 늘어날수록 평균 입찰 횟수와 입찰 가격은 자연히 상승하지만, 만 명을 예시로 들었을 때, 9 회에 그치는 것을 볼 수 있습니다. 즉, 높은 가격에서 10 명의 입찰자가 참여한다고 해석할 수 있습니다.

다음으로, 300 차가격 경매를 수행했을 때,

전체 자본 수	평균 입찰 횟수	평균 최종 입찰가(소수점 절사)
1000	655.954	108678
10000	1319.243	115573
100000	1966.136	133827

1 차가격 경매를 수행하였을 때에 비해, 평균 입찰 횟수가 확연히 늘어난 것을 볼 수 있습니다. 이를 통해, 비인기 종목의 경쟁률과 cycle 을 효율적으로 만들 수 있으며, 회사는 가능한 많은 구매자에게 이를 어필할 수 있습니다. 인기 종목의 경우에도 높은 가격으로 인한 입찰 포기나 상대적으로 낮은 가치로 폄하되는 경우를 피할 수 있게 됩니다.

# 기대 효과

*결과적으로, 시장의 가치와 cycle 에 탄력을 가할 수 있음.* 

공모주의 가격 결정 방식을 비교적 시장의 수요에 맞게 조정할 수 있는 점과, 회사의 입장에서도 변동성을 줄일 수 있다는 점을 기대할 수 있습니다.

## **Financial Benefits**

- Result #1: 균등 배분으로 자본의 순환을 해치는 것을 회피.
- Result #2: 소비자와 판매자가 여유 한도 내에서 자유롭게 거래.
- Result #3: 판매가를 수요와 공급 선에서 적절하게 조정 가능.

### **Technical Benefits**

- Result #1: 상향식 비율 배분으로 인한 승자의 저주(Winner's Curse)를 제거.
- Result #2: 소비자의 입장에서, 다른 소비자의 상품에 대한 예상 가치를 유추할 수 있음.
- Result #3: 너무 낮은 가격으로 책정되는 일을 피하며 판매자에게도 이득.

## **Other Benefits**

이기 공모주 청약에 있어 유동 현금의 필요량을 줄일 수 있다.

# 하계

시뮬레이션에 있어, 상호의존가치를 고려하지 않은 점을 개선하고 입찰자에게 있어 내재된 최대 가치와 현재 가치의 차이가 크지 않을 때 고려할 수 있는 참작이나 개인의 위험성향 등을 반영하지 않았습니다.

# CONCLUSION

膏️ 공모주 청약 가격 결정에 있어, ebay style 의 n 차 가격 경매가 효과적으로 적용될 수 있음을 입증함.

이외에도 궁금한 점이나 개선 사항이 보인다면 편하게 contact 해주시길 바랍니다.

감사합니다.

## **REFERENCE**

- Introduction of Auction Theory and Its Applications, Youngwoo Koh, Hanyang University, 2018.12.19
- The economic science behind Wilson's and Milgrom's Nobel Prize, Stanford News, OCTOBER 12, 2020

Name 6 기 이상목 7 기 김지우 Title <2020 경매이론을 차용한 공모주 청약 방식 제안서>