

Fuzzy c -Varieties 法を用いた局所的な独立成分の抽出法*

(Extraction of Local Independent Components by Using Fuzzy c -Varieties)

本多 克宏[†]・大上 将之[†]・北口 勝志[†]・市橋 秀友[†]

[†] 大阪府立大学 大学院 工学研究科

Graduate School of Engineering,

Osaka Prefecture University;

1-1 Gakuen-cho, Sakai city, Osaka 599-8531, JAPAN

概要

独立成分分析 (Independent Component Analysis, ICA) を非線形な形状に分布するデータに拡張する研究が盛んに行われている。本論文では、観測信号をいくつかの線形多様体状のクラスに分割できる Fuzzy c -Varieties (FCV) 法を用いて局所的な独立成分を抽出する方法を提案する。提案法は混合行列の相違を考慮したデータ分割を行うために、混合行列が異なるデータが混在する観測信号からの独立成分の抽出に有効な手法である。

(Even though Independent Component Analysis (ICA) has become an important technique for Blind Source Separation (BSS), it can provide only a crude approximation for general nonlinear data distributions. Karhunen *et al.* proposed Local ICA, in which K-means clustering method was used before the application of linear ICA. The clustering part was responsible for an overall coarse nonlinear representation of the underlying data, while linear independent components of each cluster were used for describing local features of the data. In this paper, we propose a method for extracting local independent components by using Fuzzy c -Varieties (FCV) clustering, which seems to be more natural than K-means or the like. Because FCV can be regarded as a simultaneous approach to clustering and Principal Component Analysis (PCA), the FCV takes part of the preprocessing of Fast ICA by Hyvärinen *et al.*.)

keywords: independent component analysis, fuzzy clustering, blind source separation.

1 はじめに

高次モーメント量を用いて入力信号に含まれる独立成分を抽出する独立成分分析 (Independent Component Analysis, ICA) [1, 2] は、ブラインド信号分離 (Blind Source Separation, BSS) などの分野への応用が盛んに研究されている。ICA では観測された混合信号に対して、未知の原信号が統計的に独立であるという仮定のみを用いることにより、原信号を分離することを目的としている。たとえば二人の人間が同時に言葉を発していて、それらを複数のマイクロホンで受けている場合に、検出される両者の音声の混合信号から元の音声を抽出しようとするカクテルパーティ問題への応用などが挙げられる。ICA のアルゴリズムはニューラルネットワークを用いたものをはじめ、数多く提案されている [3, 4] が、不動点法を用いる Hyvärinen ら [5] の Fast ICA アルゴリズムは、収束が速いうえに学習係数などのパラメータを定める必要がないなど、利用しやすい手法である。Fast ICA アルゴリズムを適用する際には、問題の簡単化のために前処理として主成分分析を用いた入力信号の白色化が施される。

*システム制御情報学会論文誌, 14, 5, 252-258 (2001)

しかし、複雑な分布形状を有する現実の諸問題への適用を考えた際には、線形の ICA モデルでは望まれる結果を得ることができない。そこで、近年、線形 ICA を非線形データモデルに拡張した非線形 ICA のアルゴリズムがいくつか提案されているが、しばしば解が一意に定まらないうえに、計算のコストも線形 ICA に比べて非常に大きくなるという欠点がある [6]。

Karhunen ら [7, 8] は K-means 法などのクラスタリング手法を用いた局所的 ICA を提案している。局所的 ICA ではあらかじめ観測信号を球状のクラスタに分割した後に、クラスタごとにデータを白色化して線形 ICA のアルゴリズムを適用することにより、非線形な分布形状を有するデータから局所的な独立成分を抽出することができる。しかし、ブラインド信号分離の問題では観測信号が原信号の線形変換で表されると仮定するので、求めるべき混合行列の親近性を考慮するならば線形多様体状のクラスタにデータを分割するべきであり、K-means 法のような観測信号の親近性に基づいて球状のクラスタに分割するクラスタリング手法は、局所的な独立成分の抽出には適していないといえる。

本論文では、観測信号を ICA に適した線形多様体状のファジィクラスタに分割することのできる Fuzzy c -Varieties (FCV) 法 [9] を用いて局所的な独立成分を抽出する方法を提案する。クラスタのプロトタイプとして線形多様体を用いる FCV 法は、主成分分析とファジィクラスタリングの同時適用法とみなすことができるので、ICA の前処理として用いることにより、データの分割と白色化を併せて行うことができるという利点もある。また、FCV 法により求めたおのおののクラスタへのメンバシップ値を考慮しながら、クラスタごとに Fast ICA を適用することにより、局所的な独立成分を抽出する Fuzzy Fast ICA アルゴリズムを提案する。数値例においては、データ分割を考慮しない場合や Karhunen らの局所的 ICA を用いた場合との比較を通して、提案手法の有効性を検討する。

2 Fuzzy c -Varieties 法を用いた Fast ICA アルゴリズム

観測される M 次元入力信号を v 、対応する N 次元原信号を s とする。ただし、 $N \leq M$ とする。また、原信号ベクトルの各要素 (s_1, s_2, \dots, s_N) は統計的に独立で、それぞれ平均 0 とし、以下のような線形関係を仮定する。

$$v = As \quad (1)$$

ここで、行列 A は未知の $M \times N$ 行列で、混合行列と呼ばれる。ICA では、与えられた観測信号 v のみから、原信号 $s_i, i = 1, \dots, N$ と混合行列 A を推定する。

Hyvärinen ら [5] は式 1 の行列 A の推定を簡単化するために、観測信号 v に前処理を施している。観測信号 v を

$$x = Mv$$

のように、その要素 $x_i, i = 1, \dots, N$ が互いに無相関で、 N 個の要素のすべてがそれぞれ分散 1 となるようなベクトル x に線形変換する。このような変換は一般には主成分分析によりなされる。ここで

$$x = Mv = Mas = Bs$$

と書け、 x の相関行列が $E\{xx^T\} = I$ となり、 x の各要素が独立と仮定されることから、

$$E\{xx^T\} = BE\{ss^T\}B^T = BB^T = I$$

とできるので、 $B = MA$ は直交行列となる。このように、フルランクの行列 A を推定する問題を、 $s = B^T x$ を与える直交行列 B を求めるという単純な問題に変換することができる。

本論文では、主成分分析の代わりに、主成分分析とクラスタリングの同時分析法である FCV 法を適用することにより、ICA に適したデータの分割と白色化を同時に行った後に、求めたメンバシップ値を考慮しながら局所的な独立成分を抽出する Fuzzy Fast ICA アルゴリズムを提案する。

2.1 エントロピ - 正則化を用いた Fuzzy c -Varieties 法

Fuzzy c -Varieties (FCV) 法 [9] はクラスタのプロトタイプとして線形多様体を用いることにより、データ集合をいくつかの線形クラスタに分割するクラスタリング手法であり、データ分割と同時に局所的な主成分を抽出できることから、主成分分析とクラスタリングの同時適用法であるといえる。本論文では、ファジィなデータ分割を得るために、従来の FCV 法におけるメンバシップ値のべき乗に代えて、宮本らによるエントロピ - 正則化 [10] を用いた方法を採用する。

あるデータ集合 $v_k = (v_{k1}, v_{k2}, \dots, v_{kM})^T, k = 1, \dots, J$ が与えられたときに、これらのデータに対して線形多様体状のデータ分割を施すということは、各クラスタのクラスタ中心 $m_c = (m_{c1}, m_{c2}, \dots, m_{cM})^T$,

$c = 1, \dots, C$ とおのおののデータのメンバシップ値 $u_c = (u_{c1}, u_{c2}, \dots, u_{cJ})^\top$, $c = 1, \dots, C$, およびクラスごとにプロトタイプとなる線形多様体を張るベクトル $p_{ci} = (p_{ci1}, p_{ci2}, \dots, p_{ciM})^\top$, $c = 1, \dots, C$, $i = 1, \dots, N$ を同時に算出することを意味する．ここで, M は与えられたデータの特徴値の数 (次元数), J はデータの個数, C はクラスの数, N はプロトタイプとなる線形多様体の次元を表す．また, データ v_k の成分は平均 0, 分散 1 に基準化されているとする．メンバシップ値 u_c は各データが第 c クラスに属する度合いで,

$$u_c = \{(u_{ck}) | \sum_{c=1}^C u_{ck} = 1, u_{ck} \in [0, 1], k = 1, \dots, J\}$$

である．

FCV 法ではおのおののデータと線形多様体との距離の最小化が考えられるが, その最小化問題は, データとクラス中心との 2 乗距離を小さくしながら, 線形多様体上に射影されたデータとクラス中心との 2 乗距離を大きくするという最適化問題と同等であることから, FCV 法はクラスタリングと主成分分析の同時適用法であるといえる．ここで, クラスと主成分の同時分析のために, ラグランジュの未定乗数法を用いて, 以下の目的関数 L の最適化問題を考える．

$$\begin{aligned} \min L = & \sum_{k=1}^J \sum_{c=1}^C u_{ck} \left\{ (v_k - m_c)^\top (v_k - m_c) \right. \\ & \left. - \alpha_c \sum_{i=1}^N p_{ci}^\top R_{ck} p_{ci} \right\} \\ & + \sum_{c=1}^C \sum_{i=1}^N \lambda_{ci} (p_{ci}^\top p_{ci} - 1) \\ & + \beta \sum_{k=1}^J \sum_{c=1}^C u_{ck} \log u_{ck} \\ & + \sum_{k=1}^J \gamma_k \left(\sum_{c=1}^C u_{ck} - 1 \right) \end{aligned} \quad (2)$$

$$R_{ck} = (v_k - m_c)(v_k - m_c)^\top \quad (3)$$

ここで, λ_{ci} , γ_k はラグランジュ乗数で, α_c , β は正の定数である．

目的関数 L の第 1 項目の $(v_k - m_c)^\top (v_k - m_c)$ は, データ v_k とクラス中心 m_c との 2 乗距離を表し, $(v_k - m_c)^\top (v_k - m_c)$ を最小化することでクラスタリングを行う．また, $p_{ci}^\top R_{ck} p_{ci}$ は,

$$\begin{aligned} p_{ci}^\top R_{ck} p_{ci} &= p_{ci}^\top (v_k - m_c)(v_k - m_c)^\top p_{ci} \\ &= |(v_k - m_c)^\top p_{ci}|^2 \end{aligned} \quad (4)$$

と変形できるので, p_{ci} により定まる主成分軸に射影されたデータとクラス中心との 2 乗距離を表す． $p_{ci}^\top R_{ck} p_{ci}$ を最大化することにより主成分分析を行う． α_c は主成分分析に対する重み係数で, $\alpha_c = 0$ のときは球状にデータ分割を行う Fuzzy c -Means 法 [9] を表し, 重みを大きくするに従って超楕円体状のクラスタを得ることができる． $\alpha_c = 1$ のときは第 1 項目がデータと線形多様体との距離となるので, 線形多様体状のクラスタが得られる．目的関数 L の第 2 項目は主成分ベクトルの長さを 1 にする制約を表す．第 3 項目はファジィクラスタを得るためのエントロピー - 項で, 重み係数 β を大きくするに従って, よりファジィなデータ分割が得られる．第 4 項目はメンバシップ値の和が 1 である制約を表している．ラグランジュ関数の最適性の必要条件から, おのおのの変数の値を求めることができる．

クラスと主成分の同時分析法のアルゴリズムを以下に記述する．

- Step 1 メンバシップの初期値 u_{ck} , $c = 1, \dots, C$, $k = 1, \dots, J$ を乱数により与える．
- Step 2 クラス中心ベクトル m_c を求める．
- Step 3 主成分ベクトル p_{ci} を求める．
- Step 4 メンバシップ値 u_{ck} を求める．

Step 5 収束判定条件

$$\max_{c, k} |u_{ck}^{NEW} - u_{ck}^{OLD}| < \epsilon$$

を満たせば終了．その他は Step 2.2 へ戻る．

2.2 Fuzzy Fast ICA アルゴリズム

本節では，FCV 法によりファジィ分割されたデータに対して，求められたメンバシップ値を考慮しながら Hyvärinen らの Fast ICA を適用することができる Fuzzy Fast ICA アルゴリズムを提案する．観測データ \mathbf{v}_j のクラスタ c へのメンバシップ値を u_{cj} , $j = 1, \dots, J$, $c = 1, \dots, C$, クラスタ c の第 i 主成分ベクトルを \mathbf{p}_{ci} , $i = 1, \dots, N$ とする．不動点法を用いたアルゴリズムを適用するために，以下の手順で前処理を施す．

Step 1 クラスタごとにデータの平均が 0 となるように変換する．

$$\mathbf{v}'_{cj} = \mathbf{v}_j - \frac{\sum_{j=1}^J u_{cj} \mathbf{v}_j}{\sum_{j=1}^J u_{cj}}$$

Step 2 データを主成分ベクトルにより定義される線形多様体上に射影する．

$$\mathbf{v}^*_{cj} = \mathbf{P}_c \mathbf{v}'_{cj}$$

$$\mathbf{P}_c = \begin{pmatrix} \mathbf{p}_{c1}^\top \\ \mathbf{p}_{c2}^\top \\ \vdots \\ \mathbf{p}_{cN}^\top \end{pmatrix}$$

Step 3 線形多様体上に射影されたデータの分散を 1 にする．

$$\mathbf{x}_{cj} = \mathbf{Q}_c \mathbf{v}^*_{cj}$$

$$\mathbf{Q}_c = \text{diag} \left(\frac{1}{h_{c1}}, \dots, \frac{1}{h_{cN}} \right)$$

$$h_{ci} = \sqrt{E\{v_{cji}^{*2}\}} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^J u_{cj} v_{cji}^{*2}}{\sum_{j=1}^J u_{cj}}}$$

以上より，観測データ \mathbf{v}_j がクラスタごとに $E\{\mathbf{x}_c \mathbf{x}_c^\top\} = \mathbf{I}$ を満たすデータ \mathbf{x}_{cj} に変換される．Fast ICA では，データ分布の非ガウス性の尺度である kurtosis などの統計量を評価値として用いて，互いに独立な復元信号が得られるように混合行列を推定するが，ここではファジィクラスタごとに独立成分 $s_c = \mathbf{w}_c^\top \mathbf{x}_c$ を抽出するために，メンバシップ値を考慮した非ガウス性の評価値として Fuzzy kurtosis を定義し，目的関数を次のように表す．

$$\begin{aligned} J_c(\mathbf{w}_c) &= E\{(\mathbf{w}_c^\top \mathbf{x}_c)^4\} - 3\|\mathbf{w}_c\|^4 + F(\|\mathbf{w}_c\|^2) \\ &= \frac{\sum_{j=1}^J u_{cj} (\mathbf{w}_c^\top \mathbf{x}_{cj})^4}{\sum_{j=1}^J u_{cj}} - 3\|\mathbf{w}_c\|^4 + F(\|\mathbf{w}_c\|^2) \end{aligned} \quad (5)$$

ただし、添え字 c はクラス番号を表している．ここで、右辺の第 2 項目までが Fuzzy kurtosis であり、平均値の計算にメンバシップ値の重みを用いることで、ファジィ分割されたデータの非ガウス性を測ることができる．Fuzzy kurtosis が 0 のとき、 $w_c^\top x_c$ の分布は第 c ファジィクラスにおいてガウス性を有するといえるので、この目的関数を Fuzzy kurtosis が正の値を持つときには最大化、負の値を持つときには最小化することで、 $w_c^\top x_c$ が非ガウス分布となるような w_c を求めることができる．また、第 3 項目は $\|w_c\|^2 = 1$ となるための w_c の大きさを制限するペナルティ項である．

このように、提案法では前処理に利用した FCV 法で求められたメンバシップ値を考慮した評価値を用いることにより、ファジィ分割されたデータ空間に対する独立成分分析を行うことができる．不動点法を用いた Fuzzy Fast ICA アルゴリズムは次のようになる．

Step 1 ウェイトベクトル $w_c(k)$ の初期値 $w_c(0)$ をノルムが 1 となるように乱数で与え、 $k = 1$ とおく．

Step 2 式 6 により $w_c(k)$ を更新する．

$$w_c(k) = E\{x_c(w_c(k-1)^\top x_c)^3\} - 3w_c(k-1) \quad (6)$$

$$\begin{aligned} E \{ x_c(w_c(k-1)^\top x_c)^3 \} \\ = \frac{\sum_{j=1}^J u_{cj} x_{cj} (w_c(k-1)^\top x_{cj})^3}{\sum_{j=1}^J u_{cj}} \end{aligned} \quad (7)$$

Step 3 $w_c(k)$ をそのノルムで割り、基準化する．

Step 4 $\|w_c(k)^\top w_c(k-1)\|$ が 1 に十分近くなれば、終了．そうでなければ、 $k = k + 1$ としてステップ 2.2 へ．

以上のアルゴリズムより求まる $w_c(k)$ がクラス c での求めるべき直交混合行列 B_c の一つの列となる． N 個の独立成分を求めるためには、クラスごとにこのアルゴリズムを N 回繰り返す必要がある．ここで、二つ目以降の $w_c(k)$ を求める際には、アルゴリズムのステップ 3 の前に次の射影操作を加える．

$$w_c(k) = w_c(k) - \bar{B}_c \bar{B}_c^\top w_c(k)$$

ここで、行列 \bar{B}_c は、その列がこれまでの計算により求められた行列 B_c の列により定義される行列である．

3 数値実験

本章では、混合行列の異なる観測信号が混在するデータに対しての提案法の有効性について、混合行列が途中で変化する状況考えたカクテルパーティ問題の例を用いて検証を行う．

3.1 混合音声の分離実験

二人が同時に話している声を 3 本のマイクで観測している場面を想定し、観測される混合信号からおのおのの話者の音声信号を抽出するブラインド信号分離 (BSS) 問題を考える．一般に、バッチ処理を用いる BSS 問題においては、観測されるすべてのデータが同一の混合行列により混合されていると仮定して分析が行われるが、現実の問題においては必ずしもこの仮定が満たされるとは限らない．そこで、観測の途中で話者が元の位置から移動したために、観測信号に混合行列が異なる 2 種類の混合信号が含まれる場合を考える．3 本のマイクで観測される混合音声として、二人の話者の音声信号を以下の二つの混合行列 A_1, A_2 、

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 \\ 0.7 & 0.3 \\ 0.2 & 0.8 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 \\ 0.6 & 0.4 \\ 0.8 & 0.2 \end{bmatrix}$$

により混合したものを作成した．ただし，データの前半は A_1 を，後半は A_2 を用いて混合した．二人の話者の混合音声信号を 3 次元空間にプロットした図を図 1 に，それらの波形を図 2 に示す．図 1 では，データは破線で囲まれた二つの平面状に分布している．本実験では二つの混合行列として比較的類似した行列を用いているために，二つの平面が互いになす角度はそれほど大きくなく，ハードクラスタリング手法では二つの平面を分離することが困難なデータとなっている．これらのデータを用いて，3 次元空間に存在する二つの異なる 2 次元平面を捕らえることにより混合行列の違いを考慮したデータの分割を行い，クラスタごとに Fuzzy Fast ICA アルゴリズムを適用することにより二人の話者の音声信号を復元する実験を行った．

データの分割と白色化のために，前処理として FCV 法を適用した．重み係数を $\alpha_c = 1.0$, $\beta = 0.05$ としてクラスタリングを行った結果，データは前半部分と後半部分に対応する二つの線形多様体状のクラスタに分割された．続いて，FCV 法で得られたメンバシップ値を考慮しながら Fuzzy Fast ICA アルゴリズムを適用した．図 3 におのおの話者について，原信号と復元信号の波形を比較して示す．ただし，後半部分の復元信号を対応する前半部分の復元信号に続けて表示している．図 3 より，両者の音声信号がほぼ正確に復元できていることがわかる．

3.2 従来法との比較

本節では，提案法により得られた結果を，Hyvärinen らのデータ分割を考慮しない Fast ICA や Karhunen らの K-means 法によるクラスタリングを用いる局所的 ICA の結果と比較する．評価関数

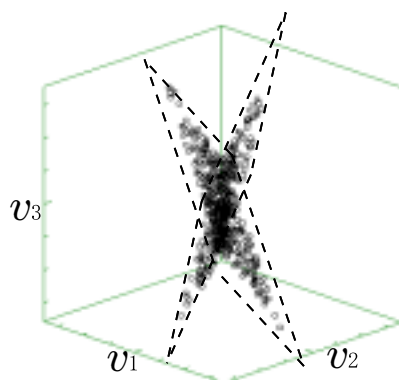


図 1: 3D plots of observed data

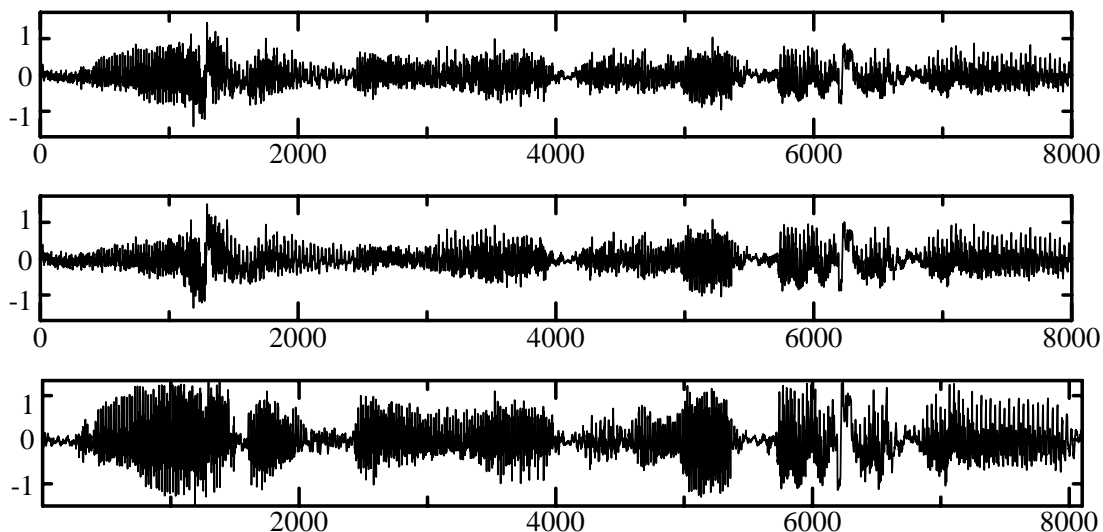


図 2: Three mixed speech signals

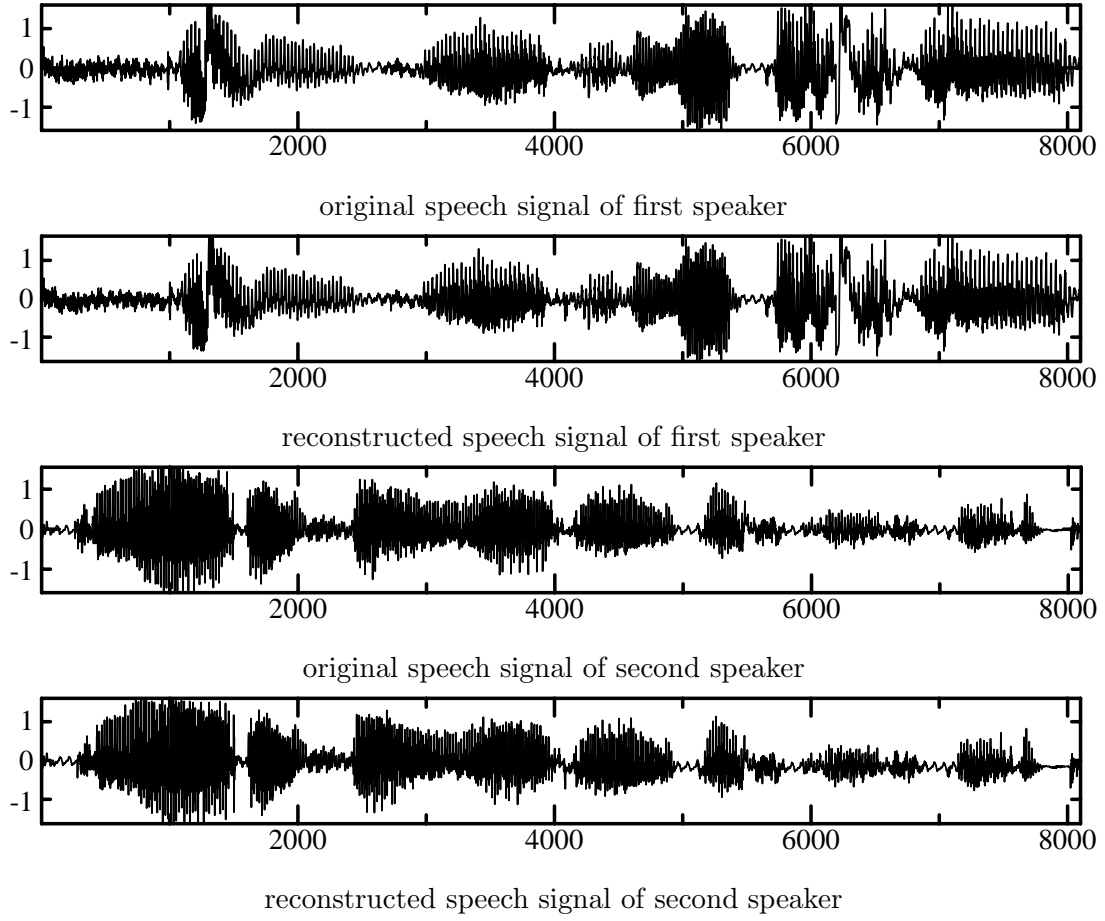


図 3: Comparison between original and reconstructed speech signals

としては, [Yang97] で用いられている二つの評価関数 E_1 , E_2 を使用した.

$$\begin{aligned}
 E_1 = & \sum_{i=1}^N \left(\sum_{j=1}^N \frac{|z_{cij}|}{\max_k |z_{cik}|} - 1 \right) \\
 & + \sum_{j=1}^N \left(\sum_{i=1}^N \frac{|z_{cij}|}{\max_k |z_{ckj}|} - 1 \right)
 \end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned}
 E_2 = & \sum_{i=1}^N \left(\sum_{j=1}^N \frac{z_{cij}^2}{\max_k z_{cik}^2} - 1 \right) \\
 & + \sum_{j=1}^N \left(\sum_{i=1}^N \frac{z_{cij}^2}{\max_k z_{ckj}^2} - 1 \right)
 \end{aligned} \tag{9}$$

$$\mathbf{Z}_c = (z_{cij}) = \mathbf{B}_c^\top \mathbf{Q}_c \mathbf{P}_c \mathbf{A}_c \tag{10}$$

これらの評価関数は原信号の復元の精度が高いほど値が小さくなり, 原信号と復元信号が完全に一致するときに最小値 0 を持つ. おおのの手法を用いた場合の評価関数値の比較を表 1 に示す. まず, データ分割を考慮せずに Fast ICA を適用したところ, 2 種類の混合行列で混合されたデータが混在しているにもかかわらず, すべてのデータを単一の復元行列で分離しようとしているために, 原信号が全く復元されていない. このように, 混合行列が異なる混合信号が混在するデータに対しては, データ分割を考慮しないモデルでは信号を分離することができない. 続いて, ハードクラスタリング手法である K-means 法により観測信号を二つのクラスに分割した後に, クラスごとに ICA を適用する局所的 ICA を用いて局所的な独立成分を抽出した. データ分割を考慮しない場合と比べると精度

表 1: Comparison of results

| | E_1 | | E_2 | |
|----------------|---------|---------|---------|---------|
| | $c = 1$ | $c = 2$ | $c = 1$ | $c = 2$ |
| Fuzzy Fast ICA | 0.622 | 0.642 | 0.116 | 0.151 |
| Local ICA | 1.640 | 1.025 | 1.222 | 0.491 |
| Fast ICA | 3.425 | | 2.962 | |

が高まったものの、観測データの類似性のみを考慮して球状のクラスタにデータ分割を行っているために、二つの平面状に分布している互いに混合行列の異なるデータ集合を分離することができず、原信号の復元精度は低くなっている。一方、提案法では、FCV 法により互いになす角度の比較的小さい二つの平面を捕らえられているために、混合行列の変化を考慮したファジィクラスタリングが行われ、Fuzzy Fast ICA アルゴリズムによりファジィ分割されたデータからメンバシップ値を考慮した混合行列の推定がなされているために、精度良く原信号の復元ができている。このように、混合行列が異なる観測信号が混在する場合には、主成分とクラスタの同時分析法とみなされる FCV 法によるデータ分割が有効であることが分かる。

4 おわりに

前処理に FCV 法を用い、メンバシップ値を考慮しながら独立成分を抽出できる Fuzzy Fast ICA アルゴリズムを提案した。クラスタのプロトタイプとして線形多様体を用いる FCV 法は、観測信号を原信号の線形和と仮定して分析を行う線形 ICA を用いて局所的な独立成分を抽出する際には、適したクラスタリング手法であるといえる。また、FCV 法はクラスタリングと主成分分析の同時適用法とも考えられるので、線形 ICA の前処理として FCV 法を適用することには、データの分割と白色化を同時に行うことができるという利点もある。数値例における他の手法との比較の結果、観測信号の親近性のみを考慮してデータ分割を行う Karhunen らの局所的 ICA と異なり、提案法では混合行列の変化を考慮したデータ分割が行われるために、混合行列が異なるデータが混在する観測信号からの独立成分の抽出においては提案法が特に有効であることが分かった。

独立成分分析は信号分離問題の他、射影追跡のための手法としても有効であり [4]、パターン認識における特徴抽出への応用なども広く試みられている。今後の課題としては、これらの分野の他、大規模データベースからの知識発見などへの提案法の応用が挙げられる。

参考文献

- [1] P. Comon: Independent component analysis - A new concept? ; *Signal Processing*, Vol. 36, pp. 287–314 (1994)
- [2] T.-W. Lee: *Independent Component Analysis - Theory and Applications*, Kluwer (1998)
- [3] J. Karhunen: Neural approaches to independent component analysis and source separation; *Proc. of 4th European Symposium on Artificial Neural Networks (ESANN'96)*, pp. 249–266 (1996)
- [4] J. Karhunen, E. Oja, L. Wang, R. Vigario and J. Joutsensalo: A class of neural networks for independent component analysis; *IEEE Trans. on Neural Networks*, Vol. 8, pp. 486–504 (1997)
- [5] A. Hyvärinen and E. Oja : A fast fixed-point algorithm for independent component analysis; *Advances in Neural Information Processing Systems*, Vol. 9, pp. 1483–1492 (1997)
- [6] A. Hyvärinen and P. Pajunen : Nonlinear independent component analysis: Existence and uniqueness results; *Neural Networks*, Vol. 12, No. 2, pp. 209–219 (1999)
- [7] J. Karhunen and S. Malaroiu: Local independent component analysis using clustering; *Proc. of First Int. Workshop on Independent Component Analysis and Signal Separation (ICA'99)*, pp. 43–48 (1999)

- [8] J. Karhunen and S. Malaroiu : Locally linear independent component analysis; *Proc. of the Int. Joint Conf. on Neural Networks (IJCNN'99)* (1999)
- [9] J. C. Bezdek : *Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function Algorithms* , Plenum Press (1981)
- [10] 宮本: クラスター分析入門, 森北出版 (1999)
- [11] H. Yang and S.-I. Amari: Adaptive online learning algorithms for blind separation: Maximum entropy and minimum mutual information; *Neural Computation* , Vol. 9, No. 7, pp. 1457–1482, (1997)