

(ショートノート)

ニューロ・ファジィ断層撮影法における正則化の効果

Effect of Regularization in Neuro-Fuzzy Computerized Tomography

市橋 秀友

三好 哲也

長坂 一徳

柴田 綾子

大阪府立大学工学部経営工学科  
〒593 大阪府堺市学園町1-1

H. ICHIHASHI

T. MIYOSHI

K. NAGASAKA

A. SHIBATA

College of Engineering, University of Osaka Prefecture  
1-1 Gakuen-cho, Sakai, Osaka 593, Japan

## 要 約

遠隔的な手段による対象の計測およびその可視化の技術としての逆解析 (inversion) にニューロ・ファジィ手法を応用したものが提案されている。しかし、対象領域の状況によっては、十分に駆動源や検出器を配置できない場合がある。そのような場合には計測される投影データの数が少なくなり、媒質分布を十分に復元することは難しい。そこで媒質が滑らかに分布していると仮定し、その滑らかさを得るための正則化条件を付加した復元手法を提案する。さらに、一般に計測データには、誤差が含まれている場合が多くある。そこで、どの程度までの誤差が含まれている場合に、提案した手法が有効であるかを数値シミュレーションにより検討する。

## キーワード

断層画像, RBF, 正則化, 平滑化

### Abstract

A method of computerized tomography using the neuro-fuzzy model was proposed for the reconstruction of smooth distribution of some material parameters. Unfortunately, detailed pictures of the spatial distribution is hard to reconstruct from very small number of projection data. In this paper we discuss the effectiveness of regularization conditions in the neuro-fuzzy computerized tomography.

## Keywords

Tomography, RBF, Regularization, Smoothing

## 1 はじめに

波動性を考慮しない光線モデルを仮定し、対象断面の媒質分布をなめらかに復元するニューロ・ファジィ手法が、提案されている[1]。しかし、対象領域の状況によっては、十分に駆動源や検出器を配置できず、計測されるデータの数が非常に少なくなる場合は、媒質分布を十分に復元することは難しい。

物理世界の性質に関する代表的な仮定として、滑らかさの拘束がある。これは領域境界や遮蔽輪郭などの不連続（エッジ）が存在しない領域では、明るさや色、物体表面の奥行きなどの物理的性質が、滑らかに変化するかあるいは一定である、という仮定に基づくものである。この滑らかさの拘束は一般的かつロバストな仮定であり、媒質分布の復元を行う場合にも考慮できる条件である。RBF ネットワークにおける正則化[2]も同様の意味で用いられていて、近似関数の2階微分（曲率）の2乗積分の最小化として定式化されている。積分によらずに適当に選ばれたデータ点における2階微分の2乗平均として定めたものが鈴木ら[3]によるsmoothing-RBI法で、データに対するノイズを除去するための簡便な方法である。

本研究では、媒質が滑らかに分布していると仮定し、十分な数の投影データが得られない場合に正則化条件を付加して断層画像を復元する手法を提案する。また、一般に計測データには、誤差が含まれている場合が多くある。そこで、どの程度までの誤差が含まれている場合に、提案した手法が有効であるかを数値シミュレーションにより検討する。

## 2 正則化条件を考慮した断層撮影法

簡略ファジィ推論における第 $k$ ファジィルールを

If  $x_1$  is  $A_{1k}$  and  $x_2$  is  $A_{2k}$ , then  $y$  is  $w_k$ .  
とし、 $x_1, x_2$ におけるメンバシップ関数を

$$A_{ik}(x_i) = \exp\left(-\frac{(x_i - a_{ik})^2}{b_k}\right) \quad (i = 1, 2) \quad (1)$$

で表されるガウス基底とする。提案手法における $x_1, x_2$ は対象断面の位置を表す変数であり、 $w_k, a_{ik}, b_k$ は第 $k$ ファジィルールの未知パラメータである。第 $k$ ファジィルールの条件部適合度 $\mu_k(x_1, x_2)$ を

$$\mu_k(x_1, x_2) = A_{1k}(x_1) \times A_{2k}(x_2) \quad (2)$$

とする。第 $k$ ルールの結論部実数値 $w_k$ を(2)式に掛けて、ファジィモデルの出力 $f(x_1, x_2)$ を

$$f(x_1, x_2) = \sum_{k=1}^K \mu_k(x_1, x_2) \cdot w_k \quad (3)$$

とする。このファジィモデルの出力 $f(x_1, x_2)$ によって媒質分布を近似する。(3)式で表されるファジィモデルは、また、確率的ニューラルネット、局所化受容野、正則化ネットワーク、RBF ネットワークなどとも呼ばれ、3層ニューラルネットともみなされている[2, 4]。

図1の領域 $CDEF$ における $f(x_1, x_2)$ の直線 $AB$ に沿った線積分を考える。2点 $A$ と $B$ を各々 $(0, x_2^L)$ ,  $(1, x_2^R)$ とし、 $\alpha = x_2^R - x_2^L$ 、点 $A$ から直線 $AB$ 上の点 $(x_1, x_2)$ までの長さを $z$ とすると、次のようになる。

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(z) dz = \sum_{k=1}^K \zeta_k \sqrt{\pi b_k} \cdot w_k \quad (4)$$

ただし、

$$\zeta_k = \exp\left(-\frac{(\alpha a_{1k} + x_2^L - a_{2k})^2}{(1 + \alpha^2)b_k}\right) \quad (5)$$

である。また領域 $CDEF$ における $f(x_1, x_2)$ の直線 $A'B'$ に沿った線積分は、直線 $AB$ に沿った線積分と同じようにして求めることができる。

図1における線分 $AB$ および $A'B'$ が1つの波の伝播路 $L_p, L'_p$ であり、それぞれの伝播路に沿ったプロジェクション（投影）を $I_p, I'_p$ とする。伝播時間分布あるいは減衰係数分布などの媒質の分布をニューロ・ファジィモデルの出

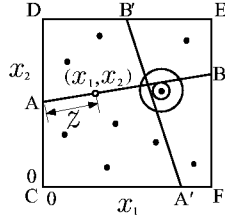


図 1: 対象断面

力  $f(x_1, x_2)$  で近似的に表現する場合に、1つの伝播路に沿ったプロジェクション  $I_p$  は、波動性を考慮しない光線モデルを仮定すると

$$\begin{aligned} I_p &= \int_{L_p} f(x_1, x_2) dz \\ &= \sum_{k=1}^K \zeta_{kp} \sqrt{\pi b_k} \cdot w_k \\ &\quad + \frac{1}{2} \sum_{k=K+1}^{K+J} \zeta_{kp} \sqrt{\pi b_k} \cdot w_k \end{aligned} \quad (6)$$

で近似的に表される [1]. ただし、 $K$  と  $J$  は各々領域の内部と境界上に配置されたメンバシップ関数  $\mu_k$  の数である.  $I'_p$  の場合も同様である. モデルによる投影データの計測されたデータへの近似度合を示す評価関数を

$$E_1 = \frac{1}{2} \left\{ \sum_{p=1}^P (I_p - I_p^*)^2 + \sum_{p=1}^P (I'_p - I'^*_p)^2 \right\} \quad (7)$$

とする. ただし、 $I_p^*$ ,  $I'^*_p$  は計測データの値を表す.

対象領域の状況によっては、駆動源や検出器が十分に設置できず、断層画像を十分に復元するだけの計測データを得ることができない場合がある. このように計測データが少ない場合には、(7) 式のみでは、一意に媒質分布を求めることができない. このような問題は、一般に不良設定問題と呼ばれており、新たに何らかの条件を付加しなければ一意に解を得ることはできない. このような新たに付加する条件は正則化条件と呼ばれている. 本論文においては、媒質分布 (光線モデルを用いる透過法では駆動波直

線通過時の伝播時間の分布や減衰量の分布) が滑らかであるという仮定を正則化条件として付加した断層撮影法について述べる. 媒質分布の滑らかさとは、媒質分布に急激な変化がないことをいう. 鈴木ら [3] や Poggio ら [2] は関数の滑らかさを曲率の平均として表現している. 本論文では媒質分布の滑らかさを、対象領域の内部に選んだデータ点での曲率すなわち媒質分布の2階微分の値で表す鈴木らの方法を採用する. 本論文での正則化条件の付加は、鈴木らによる Smoothing-RBI 法 [3] の応用である. ただし、鈴木らの方法ではパラメータ  $w_k$  のみを正規方程式を解くことによって求めるが、本提案法ではパラメータ  $a_{ik}$ ,  $b_k$  も変更するので最急降下法を採用する. 媒質分布が滑らかであるという条件を、対象領域の内部に選んだデータ点での媒質分布の2階微分の値が 0 に近いということとし、滑らかさを表す評価関数を

$$\begin{aligned} E_2 &= \frac{1}{2} \sum_{(x_1, x_2) \in W} \left( \left( \frac{\partial^2 f(x_1, x_2)}{\partial x_1^2} \right)^2 \right. \\ &\quad \left. + \left( \frac{\partial^2 f(x_1, x_2)}{\partial x_2^2} \right)^2 \right) \end{aligned} \quad (8)$$

とする. ただし、 $W$  は滑らかさを評価するために用いる領域内のデータ点の集合である.  $E_1$  と  $E_2$  を合わせた総合的な評価関数を

$$E = E_1 + \eta E_2 \quad (9)$$

とする. ただし、 $\eta$  は、正則化条件に対する重み係数である.  $\eta$  を大きくすると凹凸の少ない平面に近い媒質分布が得られる. 計測データが少ないために一意的に解を得ることのできない状況に対して、正則化条件を付加するので、本来  $\eta$  の値を決定する合理的な方法はない. したがって、数種類の  $\eta$  に対する断層図を出力し、諸状況を鑑みながら人間の経験や勘に基づいてどの断層図を採用するかを選択しなければならない. この  $E$  を最小とするような未知パラメータ  $a_{ik}$ ,  $b_k$ ,  $w_k$  を最急降下法 (学習) により求める. この場合の学習則は

$$w_k^{NEW} = w_k^{OLD} - \tau \frac{\partial E}{\partial w_k} \quad (10)$$

$$a_{ik}^{NEW} = a_{ik}^{OLD} - \tau \frac{\partial E}{\partial a_{ik}} \quad (11)$$

$$b_k^{NEW} = b_k^{OLD} - \tau \frac{\partial E}{\partial b_k} \quad (12)$$

である。(10) 式における  $\partial E / \partial w_k$  は,

$$\frac{\partial E}{\partial w_k} = \frac{\partial E_1}{\partial w_k} + \eta \frac{\partial E_2}{\partial w_k} \quad (13)$$

であり, 第1項の  $\partial E_1 / \partial w_k$  については文献[1]に導出されている. 第2項は

$$\frac{\partial E_2}{\partial w_k} = \sum_{(x_1, x_2) \in W} \sum_{i=1}^2 \left( \frac{\partial^2 f(x_1, x_2)}{\partial x_i^2} \right) \cdot \mu_k(x_1, x_2) \left\{ \frac{4}{b_k^2} (x_i - a_{ik})^2 - \frac{2}{b_k} \right\} \quad (14)$$

として求めることができる. ただし,

$$\frac{\partial^2 f(x_1, x_2)}{\partial x_i^2} = \sum_{k=1}^K \left( \frac{4(x_i - a_{i,k})^2 - 2b_{i,k}}{b_{i,k}^2} \cdot w_k \cdot \mu_k \right) \quad (i = 1, 2) \quad (15)$$

である.  $\partial E / \partial a_{ik}$ ,  $\partial E / \partial b_k$  も同様に求めることができる.

### 3 シミュレーション

図2, 3に正則化条件を付加した場合の結果を媒質分布の等高線と3Dグラフィックスで示す. 図2は,  $CD$ ,  $CE$ にそれぞれ4個の駆動源を, また  $DF$ ,  $EF$ にそれぞれ4個の検出器を設置し合計30個の投影データが得られる場合のシミュレーション結果である. 図3は, 駆動源, 検出器をともに3個設置し合計16個の投影データ(図4)の場合のシミュレーション結果である. また, 図2, 3において(a)は教師データを得た媒質分布, (b)は正則化条件を付加しない場合, (c)は付加した場合を示している. データ点  $(x_1, x_2) \in W$  は領域内部に25個を一様に分布するように選んだ.  $\tau = 10^{-3}$ ,  $\eta = 10^{-7}$ とした. 学習回数は10万回で, 計算時間はSUN SPARC Station LXで約2時間である. ガウス基底数は16個である. シミュレーション結果よ

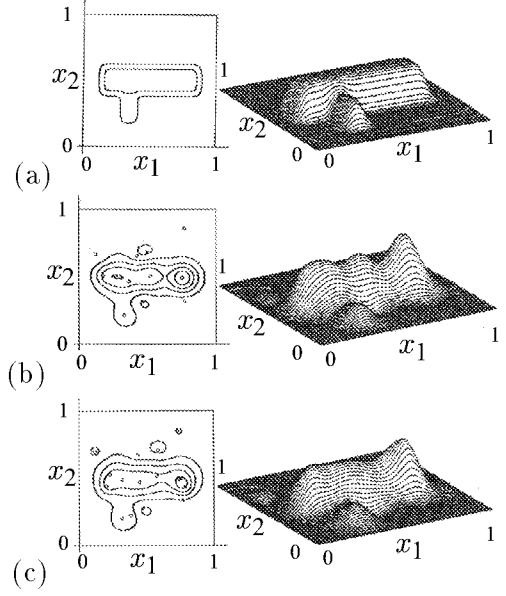


図2: 正則化の効果(1) (投影データ数30個)

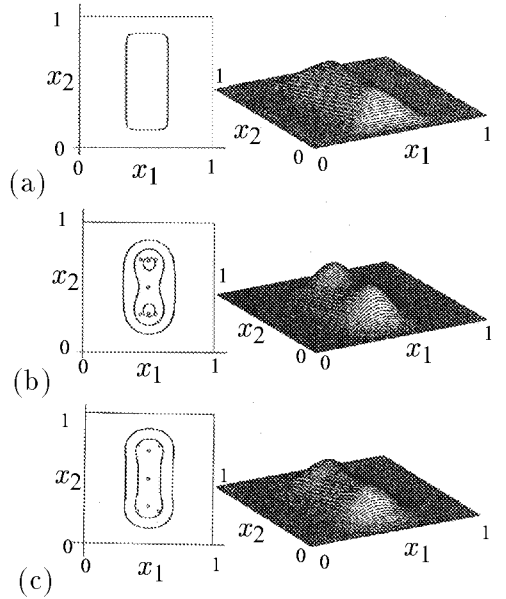


図3: 正則化の効果(2) (投影データ数16個)

り正則化条件を付加すると, 付加しない場合に現れる凹凸が, 滑らかになり, 正則化条件の効果が現れている.

一般に計測データには計測誤差が含まれてい

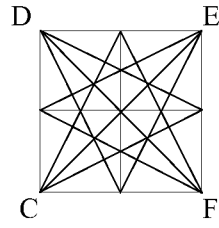


図 4: 16本の伝播路の例

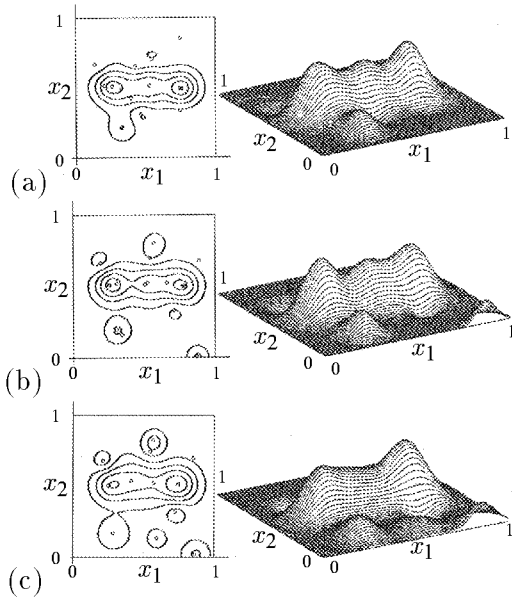


図 5: 誤差の影響（正則化条件を付加しない場合）

る．そこで，計測誤差が含まれる場合の媒質の復元について検討するために， $N(0, \sigma^2)$  に従う正規乱数を投影データ（図 2(a) より作成したもの）に付加し，正則化条件を考慮しない場合と考慮した場合の結果をそれぞれ図 5，図 6 に示す．(a), (b), (c) はそれぞれ  $\sigma$  が 0.01, 0.05, 0.1 の場合である．正則化条件を考慮した場合のデータ点  $(x_1, x_2) \in W$  は領域内部に 100 個を一様に分布するように選んだ．図 5 及び図 6 より観測データに誤差が含まれている場合にあって程度の誤差ならば正則化条件を付加することでよりよい復元が可能であることがわかる．

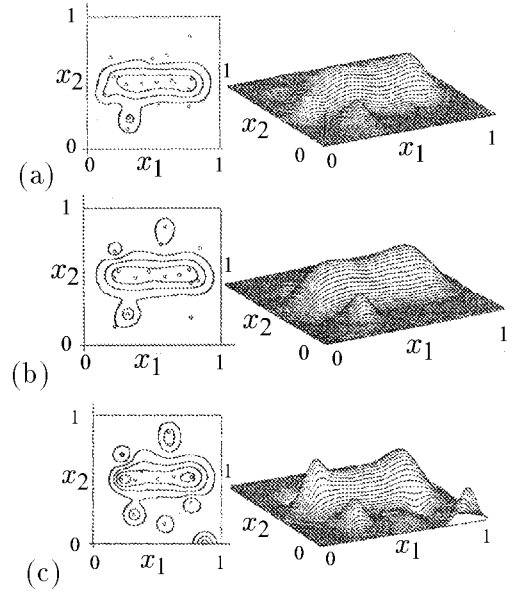


図 6: 誤差の影響（正則化条件を付加した場合）

## 4 おわりに

本論文では，ニューロ・ファジィ断層撮影法に正則化条件を付加した手法を提案した．計測データが極めて少なく復元が困難な場合にも，媒質分布が滑らかであるという仮定の下で，経験や勘に基づいて我々の直感にあう断層画像を選択することができる．また計測データに誤差が含まれる場合も，ある程度の誤差ならば正則化条件を付加することでよりよい復元が可能であることを数値シミュレーションにより示した．

## 参考文献

- [1] 市橋, 三好, 長坂, 木村: ニューロ・ファジィ逆解析による断層撮影法, 日本ファジィ学会誌, Vol.6, No.2, pp.333-341(1994)
- [2] T.Poggio and F.Girosi : Regularization Algorithms for Learning That Are Equivalent to Multilayer Networks, Sciences, Vol.247, pp.978-982(1990)
- [3] 鈴木, ジュッド, 合原, 小谷 : 動径基底関数ネットワークを用いたロジスティック写像の近似, 電子情報通信学会論文誌, Vol.J76-A, No.8, pp.1177-1184(1993)
- [4] 丸山 : Radial Basis Functions を用いた学習ネットワークーニューロコンピューティングに対する新しいアプローチ, システム／制御／情報, Vol.36, No.5, pp.322-329(1992)