

ニューロ・ファジィ逆解析による断層撮影法

Computer Tomography by Neuro-Fuzzy Inversion

市橋 秀友

三好 哲也

長坂 一徳

木村 尚博

大阪府立大学工学部経営工学科
〒 593 大阪府堺市学園町 1 - 1

H. ICHIHASHI

T. MIYOSHI

K. NAGASAKA

N. KIMURA

College of Engineering, University of Osaka Prefecture
1-1 Gakuen-cho, Sakai, Osaka 593, Japan

要 約

X線や電磁波などを対象物に投影して得られるデータより対象物断面の情報を得ることは、Computer Tomography (CT) と呼ばれ、医療、非破壊検査や地下資源探査などに広く利用されている。対象物の投影データより対象断面を画像化する手法は、従来よりラドン変換・フーリエ変換を利用した方法が完成されている。しかし、投影データが少ない場合や投影方向に制約がある場合には、断層画像をうまく再現できない。本論文では、駆動源と検出器の設置に制約があるため得られる投影データが限定される場合に、なめらかに変化する対象断面の媒質分布を再構成し、可視化するニューロ・ファジィ手法を提案する。本稿でのニューロ・ファジィとはファジィモデルに勾配法を適用してニューラルネットのように学習するもので、メンバシップ関数にはガウス基底を用いる。このファジィモデルは、円形基底関数の一種であり、三層のニューラルネットワークとも見なされている。提案法ではまず断面の媒質分布をニューロ・ファジィモデルで表す。そして光線モデルを仮定し伝播路に沿った線積分を求める。このファジィモデルの線積分は非常に簡潔に表現される。次に、得られた投影データを教師データとしてニューロ・ファジィモデルの各パラメーターの値を最急降下法により学習（変更）する。学習後のファジィモデルで表された対象断面上の媒質の分布を3次元グラフィックスにより可視化する。

キーワード

ニューロ・ファジィ, 円形基底関数, 計算機断層撮影

Abstract

Computerized tomography using Radon and Fourier Transform has revolutionized medical X-ray imaging and non-destructive examination because of its ability to reconstruct the spatial distribution of X-ray attenuation over cross sections. In geophysical tomography, either electromagnetic energy or seismic energy is used and an iterative reconstruction method has been proposed. In this paper a method of computerized tomography using Neuro-Fuzzy model is proposed. With this method, low contrast pictures of the spatial distribution of attenuation or propagation velocity, whose changes are moderate, can be reconstructed. The Neuro-Fuzzy in this paper is an iterative learning algorithm using fuzzy models consist of Gaussian membership functions. The line integrals of the fuzzy model can be obtained in a simple manner and the spatial distribution is calculated from the line integrals along rays in a plane. This simple formula of the integration of Gaussian radial basis functions is applied to the computerized tomography with a relatively small number of propagation paths. A straight-line ray optics model is assumed for the propagation mechanism. A numerical example of computed tomography by the direct method of solution using the gradient descent method is presented.

Keywords

Neuro-Fuzzy, Radial Basis Functions, Computer Tomography

1 はじめに

逆問題 (inverse problem) は、システム同定、ロボット制御、パターン認識、医療診断などの多くの分野に存在する。なかでもCT (Computer Tomography, 計算機断層撮影) の技術は医療や非破壊検査の分野で広く用いられている [1]。本研究では、遠隔的な手段による対象の計測およびその可視化の技術としての逆解析 (inversion) にニューロ・ファジィ手法を応用する。

逆解析のアプローチには、気象・船舶用の電磁波レーダ、非破壊検査や生体医療診断用の超音波トモグラフィー等の対象物からの反射を計測する方法と、X線CTのように透過量または時間を計測する方法がある。透過法では、電流、電磁波、音波、弾性波など種々の駆動源によるCTが開発されている [1, 2]。光線モデルを用いる透過法では、駆動波直線通過時の全減衰量または時間が局所の重ね合わせによるとして、多元連立方程式が立てられる。その解法には、直接解法と、ラドン変換やフーリエ変換による方法の2つがあり、X線CTでは後者の手法が用いられている。医療用X線CTなどでは、駆動源の照射と検出が対象物を含んだ円形領域の周りの全方向から行われ、フーリエ変換が有効に利用されている。しかし地殻探査などのように、対象物が巨大であったり、駆動源と検出器の設置に多くの制約がある場合は、前者の直接解法も用いられている [3]。本研究では、ニューロ・ファジィモデル [4, 5, 6] のなめらかな関数近似能力を生かした直接解法を提案する。

ニューロ・ファジィモデルとは、ファジィ推論 [7] の結論部を定数項のみとし、メンバシップ関数にガウス基底を用いた簡略ファジィ推論の数式モデルであり、ニューラルネットワークの学習法 (勾配法) を用いるものである。Radial Basis Functions Network [8, 9, 10] のひとつであるが、ファジィ推論モデルとも、3層ニューラルネットワークともみなすことができるので、ニューロ・ファジィと呼ばれている [5, 6]。本提案法は、波動性を考慮しない光線モデルを仮定し、対象物のいくつかの限られた方向のみから

計測されたデータをもとに、伝播時間の場合は伝播時間分布 (速度分布)、減衰量の場合は減衰係数の分布をニューロ・ファジィモデルを用いて可視化するものである。直接解法によるCTでは、領域が格子状のメッシュに分割されるが、提案法では、つり鐘型メンバシップ関数 (ガウス基底) によってファジィ分割 (ファジィパーティション [6]) されるために、画像の濃淡が階段状でなくなめらかに変化する。本提案法は、駆動源と検出器の設置数が少なく、少数の計測データから、なめらかに変化する媒質の分布を復元するものである。

2 ニューロ・ファジィモデルの積分

簡略ファジィ推論はファジィ推論に用いられる Minimum 演算をかけ算にして、ルール結論部のファジィ集合を普通の実数値 (単集合) にしたものである。第 k 番目のファジィルールを

If x_1 is A_{1k} and x_2 is A_{2k} , then y is w_k .

とする。If- の部分を条件部, then- の部分を結論部という。次式のガウス基底をメンバシップ関数とする。

$$A_{ik}(x_i) = \exp \left(-\frac{(x_i - a_{ik})^2}{b_{ik}} \right) \quad (1)$$

ただし、 k はルール番号で a_{ik} と b_{ik} はルールごとに設定するものとする。また、第 k ルールの条件部適合度を次式のようにする。

$$\mu_k(x_1, x_2) = A_{1k}(x_1) \times A_{2k}(x_2) \quad (2)$$

ルールの数を K とし、第 k ルールの結論部実数値を w_k とすると、モデルの出力 $f(x_1, x_2)$ は

$$f(x_1, x_2) = \sum_{k=1}^K \mu_k(x_1, x_2) \cdot w_k \quad (3)$$

となる。 k はルール番号であり、2次元ガウス基底の番号でもある。 $\mu_k(x_1, x_2)$, ($k = 1, \dots, 9$) のグラフを図1に示す。出力 $f(x_1, x_2)$ は、 $\mu_k(x_1, x_2)$ の w_k による重み付の線形和である。

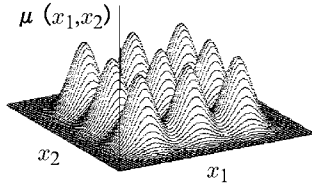


図 1: $\mu_k(x_1, x_2) (k = 1, \dots, 9)$ のグラフ

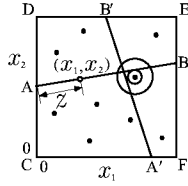


図 2: 対象断面

図 2 の領域 CDEF における $f(x_1, x_2)$ の直線 AB に沿った線積分を考える．2 点 $A(0, x_2^L)$, $B(1, x_2^R)$ を通る直線は, $x_2 = \alpha x_1 + x_2^L$ と表される．ただし, $\alpha = x_2^R - x_2^L$ である．直線 AB 上の点 (x_1, x_2) を媒介変数 z を用いて,

$$x_1 = \frac{z}{\sqrt{1 + \alpha^2}} \quad (4)$$

$$x_2 = \frac{\alpha z}{\sqrt{1 + \alpha^2}} + x_2^L \quad (5)$$

とする． z は点 A から直線 AB 上の点 (x_1, x_2) までの長さを表している．いま (2) 式の 2 次元ガウス基底 $\mu_k(x_1, x_2)$ の 1 つを

$$\begin{aligned} & \mu(x_1, x_2) \\ &= \exp \left(-\frac{(x_1 - a_1)^2 + (x_2 - a_2)^2}{b} \right) \end{aligned} \quad (6)$$

とする．ただし, 添え字 k は省略している．また, b_{1k} と b_{2k} は簡単化のために等しいとし, b で表している．図 2 の円はガウス基底の等高線を表している．このとき,

$$(x_1 - a_1)^2 + (x_2 - a_2)^2$$

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{z}{\sqrt{1 + \alpha^2}} - a_1 \right)^2 \\ &\quad + \left(\frac{\alpha z}{\sqrt{1 + \alpha^2}} + x_2^L - a_2 \right)^2 \\ &= \left(z + \frac{\alpha(x_2^L - a_2) - a_1}{\sqrt{1 + \alpha^2}} \right)^2 \\ &\quad + \frac{(\alpha a_1 + x_2^L - a_2)^2}{1 + \alpha^2} \end{aligned} \quad (7)$$

であるので,

$$\mu(z) = \zeta \exp \left(-\frac{(z - a_3)^2}{b} \right) \quad (8)$$

となる．ただし

$$\zeta = \exp \left(-\frac{(\alpha a_1 + x_2^L - a_2)^2}{(1 + \alpha^2)b} \right) \quad (9)$$

$$a_3 = -\frac{\alpha(x_2^L - a_2) - a_1}{\sqrt{1 + \alpha^2}} \quad (10)$$

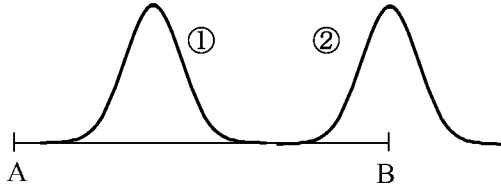
である．したがって 2 点 A, B を通る直線に沿った 2 次元のガウス基底 $\mu(x_1, x_2)$ の線積分は, 積分領域を $-\infty$ から $+\infty$ とすると

$$\int_{-\infty}^{\infty} \mu(z) dz = \zeta \sqrt{\pi b} \quad (11)$$

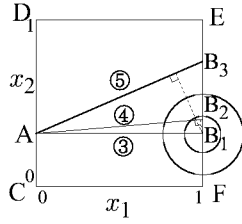
で, ファジィモデルの出力 $f(x_1, x_2)$ の直線 AB に沿った線積分は (3) 式から次のようになる．

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(z) dz = \sum_{k=1}^K \zeta_k \sqrt{\pi b_k} \cdot w_k \quad (12)$$

ところで, 以下で述べる逆解析には $\mu(z)$ の区間 AB での定積分が必要となるが, 図 3 (a) の ① に示すように, 区間の両端 A および B において $\mu(z)$ の値がほぼ 0 である場合は, (4) 式で近似できる．また図 3 (a) の ② および (b) の ③ , ④ のようにガウス基底の中心が積分区間の両端 A または B にほぼ等しいときは近似的に $\zeta \sqrt{\frac{\pi b}{2}}$ となる．そこで図 2 の例のようにガウス基底の中心を領域の内部に配置するものと, 両端の線分 CD と EF 上に配置するもの



(a) 直線 AB でのモデルの出力



(b) 線積分の近似

図 3: ガウス基底の配置と近似

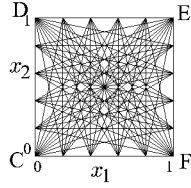


図 4: 伝播路の設定

との 2 種類とする．図 2 の 16 個の黒丸 ● はガウス基底の中心を表している．そして内部に配置するものについては CD および EF 上で、また CD 上に配置するものについては EF 上で、EF 上のものについては CD 上で $\mu(x_1, x_2) = 0$ とすると上述の近似が成立する．CD または EF 上に配置されたガウス基底の中心から直線 AB に下した垂線が鉛直方向から大きく傾く程（図 3 (b) の ⑤），そのガウス基底の線積分の近似が成立しなくなる．しかし，AB 上での $\mu(x_1, x_2)$ の値が小さくなるので $f(x_1, x_2)$ の A から B までの線積分には，その誤差があまり影響しない．

3 断層画像への応用

図 2 は対象物の断面であり，線分 AB が 1 つの波の伝播路 L_p であるとする．伝播時間分布あるいは減衰係数分布などの媒質の分布をニューロ・ファジィモデルの出力 $f(x_1, x_2)$ で近似的に表現する．1 つの伝播路 L_p に沿ったプロジェクション（投影） I_p は，波動性を考慮しない光線モデルを仮定すると

$$I_p = \int_{L_p} f(x_1, x_2) dz \quad (p = 1, 2, \dots, P) \quad (13)$$

と書ける．図 2 の対象断面において，駆動源（送波器）は，CD 上 ($x_1 = 0$) を移動し，検出器（受波器）は EF 上 ($x_1 = 1$) を移動するものとする．図 4 の例に示すように，駆動源を Q 箇所，検出器を R 箇所に移動させて計測すると， $P = Q \times R$ 本の伝播路それぞれについて計測値 I_p^* がえられる．そこで，評価関数を

$$E_1 = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^P (I_p - I_p^*)^2 \quad (14)$$

とする．

伝播路 L_p に沿った $f(x_1, x_2)$ の線積分 I_p は (4) 式の近似をもとに，

$$I_p = \sum_{k=1}^K \zeta_{kp} \sqrt{\pi b_k} \cdot w_k + \frac{1}{2} \sum_{k=K+1}^{K+J} \zeta_{kp} \sqrt{\pi b_k} \cdot w_k \quad (15)$$

となる．ただし，図 2 の断面領域の内部に配置された K 個のガウス基底の番号が $k = 1, \dots, K$ であり，線分 CD 上と EF 上に配置された J 個のガウス基底の番号が $k = K+1, \dots, K+J$ である．また ζ の値は，伝播路 L_p とガウス基底 μ_k によって異なるので，添字 k と p を用いている．

$$\delta_p = I_p - I_p^* \quad (16)$$

とすると

$$\frac{\partial E_1}{\partial I_p} = \delta_p \quad (17)$$

であるので

$$\frac{\partial E_1}{\partial w_k} = \sum_{p=1}^P \delta_p \cdot \frac{\partial I_p}{\partial w_k} \quad (18)$$

$$\frac{\partial E_1}{\partial a_{ik}} = \sum_{p=1}^P \delta_p \cdot \frac{\partial I_p}{\partial a_{ik}} \quad (i = 1, 2) \quad (19)$$

$$\frac{\partial E_1}{\partial b_k} = \sum_{p=1}^P \delta_p \cdot \frac{\partial I_p}{\partial b_k} \quad (20)$$

である.

$$\beta_{kp} = \frac{\alpha_p a_{1k} + x_{2p}^L - a_{2k}}{(1 + (\alpha_p)^2) b_k} \quad (21)$$

$$\gamma_{kp} = \zeta_{kp} \sqrt{\pi b_k} \quad (22)$$

ただし, x_{2p}^L は伝播路 L_p の左端 (図 2 の A 点) の x_2 座標の値であるとする, $k = 1, \dots, K$ のとき,

$$\frac{\partial I_p}{\partial w_k} = \gamma_{kp} \quad (23)$$

$$\frac{\partial I_p}{\partial a_{1k}} = -2\alpha_p \cdot \beta_{kp} \cdot \gamma_{kp} \cdot w_k \quad (24)$$

$$\frac{\partial I_p}{\partial a_{2k}} = 2\beta_{kp} \cdot \gamma_{kp} \cdot w_k \quad (25)$$

$$\frac{\partial I_p}{\partial b_k} = \left((\beta_{kp})^2 \cdot (1 + (\alpha_p)^2) + \frac{1}{2b_k} \right) \cdot \gamma_{kp} \cdot w_k \quad (26)$$

となる. また $k = K + 1, \dots, K + J$ のときには, それぞれ右辺が $\frac{1}{2}$ 倍される.

ところで, 図 4 に示すような場合には, 線分 CD と EF は, 地中への試錘孔であったり, 壁面であったりするので, 本研究では, ボーリン

グ調査や表面の検査などによって CD 間と EF 間の媒質の分布は既知であるとして, それも学習用データとして用いる.

また, 2 章でのニューロ・ファジィモデルの線積分で述べたように, 領域の内部に配置するガウス基底 (その番号を $k \in S$ とする) については, 線分 CD と EF 上で, CD 上に配置するもの (その番号を $k \in T$ とする) については EF 上で, また EF 上に配置するもの (その番号を $k \in U$ とする) については, CD 上で $\mu_k(x_1, x_2) = 0$ という条件が必要である. そこで, 線分 CD 上に選んだデータ点 (選点) を $(x_1, x_2) \in V$, EF 上に選んだデータ点を $(x_1, x_2) \in W$ とし, そこでの既知の媒質分布 (減衰係数など) の値を $f^*(x_1, x_2)$ とする. そして評価関数 E_2 を

$$\begin{aligned} E_2 = & \frac{1}{2} \left[\sum_{(x_1, x_2) \in V} \left(\sum_{k \in T} \mu_k(x_1, x_2) \cdot w_k - f^*(x_1, x_2) \right)^2 \right. \\ & + \sum_{(x_1, x_2) \in W} \left(\sum_{k \in U} \mu_k(x_1, x_2) \cdot w_k - f^*(x_1, x_2) \right)^2 \\ & + \sum_{k \in S} \sum_{(x_1, x_2) \in V \cup W} (\mu_k(x_1, x_2) \cdot w_k)^2 \\ & + \sum_{k \in T} \sum_{(x_1, x_2) \in W} (\mu_k(x_1, x_2) \cdot w_k)^2 \\ & \left. + \sum_{k \in U} \sum_{(x_1, x_2) \in V} (\mu_k(x_1, x_2) \cdot w_k)^2 \right] \quad (27) \end{aligned}$$

とする. ただし, $k \in T$ または $k \in U$ のとき $\mu_k(x_1, x_2) = A_{2k}(x_2)$ とする. このとき, E_2 の勾配ベクトルは,

$$\frac{\partial E_2}{\partial w_k} = \sum_{(x_1, x_2) \in G_k} \delta(x_1, x_2) \cdot \mu_k(x_1, x_2)$$

$$+ \sum_{(x_1, x_2) \in H_k} (\mu_k(x_1, x_2))^2 \cdot w_k \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_2}{\partial a_{ik}} &= \sum_{(x_1, x_2) \in G_k} \frac{2(x_i - a_{ik})}{b_k} \\ &\quad \cdot \delta(x_1, x_2) \cdot \mu_k(x_1, x_2) \cdot w_k \\ &+ \sum_{(x_1, x_2) \in H_k} \frac{2(x_i - a_{ik})}{b_k} \\ &\quad \cdot (\mu_k(x_1, x_2) \cdot w_k)^2 \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_2}{\partial b_k} &= \sum_{(x_1, x_2) \in G_k} \frac{(x_1 - a_{1k})^2 + (x_2 - a_{2k})^2}{(b_k)^2} \\ &\quad \cdot \delta(x_1, x_2) \cdot \mu_k(x_1, x_2) \cdot w_k \\ &+ \sum_{(x_1, x_2) \in H_k} \frac{(x_1 - a_{1k})^2 + (x_2 - a_{2k})^2}{(b_k)^2} \\ &\quad \cdot (\mu_k(x_1, x_2) \cdot w_k)^2 \end{aligned} \quad (30)$$

となる。ただし、 $k \in T$ のとき

$$\delta(x_1, x_2) = \sum_{r \in T} \mu_r(x_1, x_2) \cdot w_r - f^*(x_1, x_2) \quad (31)$$

であり、 $k \in U$ のときは $r \in U$ として和 (\sum) をとる。 G_k, H_k はデータ点の集合 V, W , および $V \cup W$ のどれかで ($G_k, H_k \in (V, W, V \cup W)$) , たとえば $k \in T$ のとき $(x_1, x_2) \in W$ のように各々の k に対して前述のように定められているとする。そして、総合した評価関数 E を $E = E_1 + \eta E_2$ とする。ただし η は正の重み定数である。この総合した評価関数 E を最小化するような、ニューロ・ファジィモデルの未知パラメータ a_{ik}, b_k, w_k を求める非線形計画問題として定式化する。未知パラメータの最適解は、媒質の分布 $f(x_1, x_2)$ を回復するものであり、 $f(x_1, x_2)$ をコンピュータグラフィックスに

より可視化できる。このとき、勾配法に基づく学習則は、

$$w_k^{NEW} = w_k^{OLD} - \tau \frac{\partial E_1}{\partial w_k} - \tau \cdot \eta \frac{\partial E_2}{\partial w_k} \quad (32)$$

$$a_{ik}^{NEW} = a_{ik}^{OLD} - \tau \frac{\partial E_1}{\partial a_{ik}} - \tau \cdot \eta \frac{\partial E_2}{\partial a_{ik}} \quad (33)$$

$$b_k^{NEW} = b_k^{OLD} - \tau \frac{\partial E_1}{\partial b_k} - \tau \cdot \eta \frac{\partial E_2}{\partial b_k} \quad (34)$$

となる。ただし、 $k = K+1, \dots, K+J$ については、 $k \in T$ のときは、ガウス基底の中心が線分 CD 上に固定されているので $a_{1k} = 0$ であり、 $k \in U$ のときは EF 上に固定されているので $a_{1k} = 1$ である。したがって、 $k = K+1, \dots, K+J$ ($k \in T \cup U$) について a_{1k} の変更 (学習) は行わない。

以上では、ガウス基底のパラメータ b_k は入力変数 x_1 と x_2 について同じであるとして簡単化しているが、 b_{1k}, b_{2k} のように2種類に設定しても同様に定式化できる。このようにするとパラメータ数が増えるが近似精度は向上する。(4)式に対応する2次元ガウス基底 $\mu(x_1, x_2)$ の直線 AB に沿った線積分は

$$\int_{-\infty}^{\infty} \mu(z) dz = \zeta \sqrt{\frac{\pi \cdot b_1 b_2 (\alpha^2 + 1)}{\alpha^2 b_1 + b_2}} \quad (35)$$

ただし、

$$\zeta = \exp \left(-\frac{(\alpha a_1 + x_2^L - a_2)^2}{\alpha^2 b_1 + b_2} \right) \quad (36)$$

となる (添え字 k は省略してある)。この場合のシミュレーション結果は第5章で示す。

4 線積分の補正

第2章での線分 AB に沿った線積分の近似は、ガウス基底の中心が CD 上か EF 上にあるとき、それを $\zeta \sqrt{\frac{\pi b}{2}}$ とすると、図3の④や⑤のように誤差がある。線積分の精度をよく

する必要がある場合には、次のような補正を行う．図3において、線分 AB の両端 A と B における z の値は、それぞれ 0 と $\sqrt{1+\alpha^2}$ である．またガウス基底の中心 (a_1, a_2) から直線 AB に下した垂線の足での z の値は a_3 である．計算式が簡単な Williams [11] による正規分布関数の近似式（平均 0，分散 1）

$$\phi(u) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 - \exp\left(\frac{-2u^2}{\pi}\right)} \quad , u \geq 0 \quad (37)$$

を用いる． $u = \frac{z-a_3}{\sqrt{\frac{b}{2}}}$ を代入して I_p^* を次のように補正しながら学習を繰り返す．

i) ガウス基底の中心が CD 上るとき ($a_1 = 0$)

a) $a_3 \geq 0$ のとき

I_p^* に $-\frac{1}{2}\zeta\sqrt{\pi b} \cdot w \cdot \sqrt{1 - \exp\left(\frac{-4(a_3)^2}{\pi b}\right)}$ を加える．

b) $a_3 < 0$ のとき

I_p^* に $\frac{1}{2}\zeta\sqrt{\pi b} \cdot w \cdot \sqrt{1 - \exp\left(\frac{-4(a_3)^2}{\pi b}\right)}$ を加える．

ii) ガウス基底の中心が EF 上るとき ($a_1 = 0$)

a) $a_3 \geq \sqrt{1+\alpha^2}$ のとき

I_p^* に $-\frac{1}{2}\zeta\sqrt{\pi b} \cdot w \cdot \sqrt{1 - \exp\left(\frac{-4(\sqrt{1+\alpha^2}-a_3)^2}{\pi b}\right)}$ を加える．

b) $a_3 < \sqrt{1+\alpha^2}$ のとき

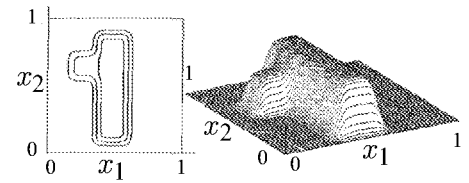
I_p^* に $\frac{1}{2}\zeta\sqrt{\pi b} \cdot w \cdot \sqrt{1 - \exp\left(\frac{-4(\sqrt{1+\alpha^2}-a_3)^2}{\pi b}\right)}$ を加える．

本来 I_p からこれらの補正值を引き学習則を求めるべきであるが、学習則が複雑になり学習時の計算時間が長くなるので、 I_p^* の値を上式のように補正する．

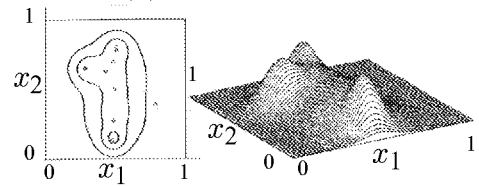
5 数値シミュレーション

伝播路 L_p を図4のように、駆動源と検出器の各々6カ所の位置から36本設定した．またデータ点 $(x_1, x_2) \in V, W$ は線分 CD と EF 上に各々5個を等間隔に選んだ．図5から図7において、(a) はシミュレーションに用いた真の媒質分布で、(b) は学習後のニューロ・ファジィモデルの出力値を表している．(a), (b) とも媒質の分布 $f(x_1, x_2)$ の3次元グラフィックスと等高線図（断面画像）を示しており、等高線図中の白丸 \circ は学習後のガウス基底の中心を示す．

シミュレーションを行うにあたってガウス基底の初期配置は、対象領域の内部ではメッシュ状に等分割配置し、境界上でも均等に配置した．図5の(b)は、ガウス基底を9個用いた場合で、表1に評価関数の値の変化を示した．図6(b)はパラメータ b を b_1 と b_2 の二つにした場合である．図7の(b)は、 $a_1 = 0$ または $a_1 = 1$ で $0 \leq a_2 \leq 1$ の範囲（線分）にガウス基底をそれぞれ5個ずつ、領域内にガウス基底を16個（合計26個）用いた場合の10万回学習後の結果である．計算時間はPC9801NA（数値演算プロセッサ付き）で約8時間である．



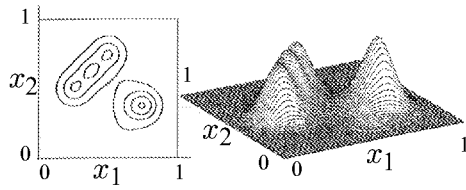
(a) 真の媒質分布



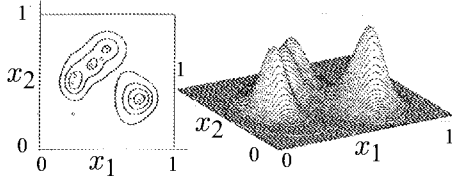
(b) モデルの出力値

図 5: 数値シミュレーション結果（1）

図5-7の結果は、きわめて制約された少ない伝播路からの断層画像の復元であり、より忠実

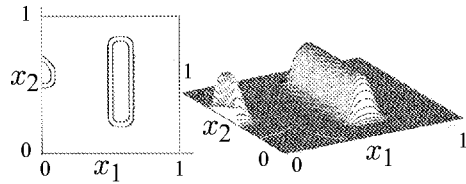


(a) 真の媒質分布

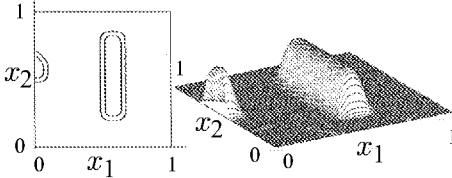


(b) モデルの出力値

図 6: 数値シミュレーション結果 (2)



(a) 真の媒質分布



(b) モデルの出力値

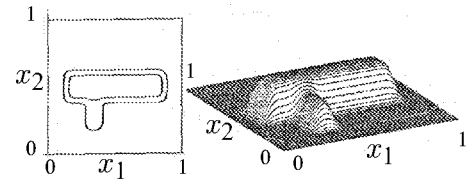
図 7: 数値シミュレーション結果 (3)

表 1: 評価関数の値の変化

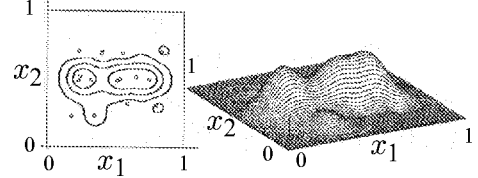
学習回数	0 回	1 0 万回	2 0 万回
E	4.084554	0.076861	0.030323

に復元するためには断面領域の縦方向の計測も必要であると考えられる。

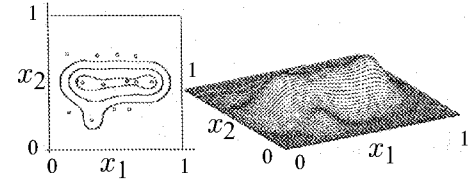
図8には、媒質分布の等高線が横方向に延びている場合のシミュレーション結果を示す。図



(a) 真の媒質分布



(b) モデルの出力値 (横方向のみ)



(c) モデルの出力値 (縦, 横両方向)

図 8: 数値シミュレーション結果 (4)

8の(a)は真の媒質分布, (b)は伝播路が図4のように横方向のみの場合の結果, (c)は縦, 横計72本の伝播路を用いた場合の結果を表している. (b),(c)ともにガウス基底の数は16で, 10万回の学習を行った. 横方向の伝播路のみで対象物の断層画像を復元しようとする場合, 伝播路と対象物の分布が同一方向であるため, 正しく復元できず, 凹凸のある結果となる. 一方, 縦方向の計測データも教師データとして用いると対象物の媒質分布をかなり正確に復元していることが確認できる. この場合の計算時間は, SUN SPARCstation LX で約2時間である.

6 おわりに

本研究では, ガウス基底を用いたファジィモデルの積分が簡潔に表現されることを生かした断層画像の復元法を提案した. 長方形のメッシュ分割を行う従来法[3]に比べて相当の計算時間を要するが, なめらかに変化する媒質の分布を表

現するのに適している。駆動源と検出器の設置に制約があり、十分な数の伝播路が確保できない場合は、少ない数の計測値から、媒質の分布を補間的に求める必要がある。このような対象には提案法が適していると考えられる。今後の課題として、伝播路の数が少ないことによる不良設定性を改善するために正則化(regularization) [9] を導入することが考えられる。

参考文献

- [1] 加川:逆問題とCT, コンピュータロール, 第39号, pp.3-13(1992)
- [2] 島: 電気探査と地盤可視化, コンピュータロール, 第39号, pp.33-40(1992)
- [3] K.A.Dines and R.J.Lytle: Computerized Geophysical Tomography, Proc. of IEEE, Vol.67, No.7, pp.1065-1073(1979)
- [4] H.Ichihashi: Iterative Fuzzy Modeling and a Hierarchical Network, Proc. of International Fuzzy System Association Fourth World Congress, Brussels, Belgium, Vol. Eng. pp.49-52(1991).
- [5] 市橋: ニューロ・ファジィによる一対比較の数量化法, 日本ファジィ学会誌, Vol.4, No.5, pp.958-967(1992)
- [6] R.Katayama *et al.*: Self-Generating Radial Basis Function as Neuro-Fuzzy Model and Its Application to Nonlinear Prediction of Chaotic Times Series, Proc. of Second IEEE International Conference on Fuzzy Systems(San Francisco), Vol. 1, pp.407-414(1993)
- [7] 菅野: ファジィ制御, 日刊工業新聞社 (1988)
- [8] D.S.Broomhead and D.Lowe: Multivariable Functional Interpolation and Adaptive Networks, Complex Systems, Vol.2, pp.321-355(1988)
- [9] T.Poggio and F.Girosi: Regularization Algorithms for Learning that Are Equivalent to Multilayer Networks, Sciences, Vol.247, pp.978-982(1990).
- [10] J.Moody and C.J.Darken: Fast Learning in Networks of Locally-Tuned Processing Unit, Neural Computation, Vol.1, pp.281-294, 1989
- [11] J.D.Williams: An Approximation to the Probability Integral, Ann. Math. Statist., Vol.17, pp.363-365(1946)

[問い合わせ先]

593 大阪府堺市学園町1-1
大阪府立大学工学部経営工学科
市橋 秀友
TEL : 0722-52-1161
FAX : 0722-59-3340

市橋 秀友

三好 哲也

長坂 一徳

木村 尚博

大阪府立大学工学部経営工学科
〒593 大阪府堺市学園町1-1

Computer Tomography by Neuro-Fuzzy Inversion

Hidetomo ICHIHASHI, Tetsuya MIYOSHI, Kazunori NAGASAKA

and

Naohiro KIMURA

College of Engineering, University of Osaka Prefecture

1-1 Gakuen-cho, Sakai, Osaka 593, Japan

Computerized tomography using Radon and Fourier Transform has revolutionized medical X-ray imaging and non-destructive examination because of its ability to reconstruct the spatial distribution of X-ray attenuation over cross sections. In geophysical tomography, either electromagnetic energy or seismic energy is used and an iterative reconstruction method has been proposed. In this paper a method of computerized tomography using Neuro-Fuzzy model is proposed. With this method, low contrast pictures of the spatial distribution of attenuation or propagation velocity, whose changes are moderate, can be reconstructed. The Neuro-Fuzzy in this paper is an iterative learning algorithm using fuzzy models consist of Gaussian membership functions. The line integrals of the fuzzy model can be obtained in a simple manner and the spatial distribution is calculated from the line integrals along rays in a plane. This simple formula of the integration of Gaussian radial basis functions is applied to the computerized tomography with a relatively small number of propagation paths. A straight-line ray optics model is assumed for the propagation mechanism. A numerical example of computed tomography by the direct method of solution using the gradient descent method is presented.

Keywords : Neuro-Fuzzy, Radial Basis Functions, Computer Tomography