Peano の空間充 填曲線定理

Mathbe

176.54

Baire 总列至间

同相与像の構成

Tietze の拡張定

Mazurkiewicz の

定理

らわりに

Peano の空間充填曲線定理

Mathbell

Twitter: @mathbell3

2022年4月16日

概要

Peano 曲線 Baire 点列空間

同相写像の構成

TIELZE VJAATRAEJE

Peano 曲線の証明

Mazurkiewicz の 定理 本講義では、次の内容を扱う。

- 位相空間
 - Baire 点列空間
 - Cantor 集合
 - 同相写像の構成
 - Tietze の拡張定理
- Peano 曲線
- <発展> Hahn-Mazurkiewicz の定理

予め,前提知識として次を要請する。といっても,高度な知識は要請せず,位相空間論に関する基礎知識があればよい。

- 前提知識
 - 集合論・位相空間論の基礎知識(学部2~3年程度)
 - 実数論・解析学に関する基礎知識(学部1~2年程度)

Peano 曲線

Peano の空間充 **埴曲線定理**

Peano 曲線

本講義における主題は次の定理である。

定理 (G.Peano,1890)

I = [0,1] とする。このとき,連続な全射 $f: I \rightarrow I^2$ が存在する。

この定理は、正方形を埋め尽くすような曲線が存在することを主張 している。

Peano 曲線

Peano の空間充 填曲線定理

Mathbe

概要

Peano 曲線
Baire 点列空間
Cantor 集合
同相写像の構成
Tietze の拡張定理
Peano 曲線の証明

Hahn-Mazurkiewicz の 定理

- 歴史的には、1890 年にジュゼッペ・ペアノ (Giuseppe Peano, イタリア,1858-1932) によって発見された。この事実は曲線は 1次元,正方形は 2次元であると信じていた当時の数学界を驚かせることになった。Peano 曲線の発見は、後に位相次元論へと発展していくことになる。
- / から /² への連続全射,所謂 Space-filling curve(空間充填曲線) の構成は Hilbert による方法などが知られているが,本講義では,主に Peano による構成法を紹介する。
- 一先ず、この定理の証明の為に位相空間論の準備をしよう。

Baire 点列空間

Peano の空間充 填曲線定理

Mathbe

概要

eano 曲線

Baire 点列空間

Cantor 集合

同相写像の構成

同で一子はくり行り

....

Peano 曲線の証明

Mazurkiewicz の 定理

定義 (Baire 点列空間)

集合 Ω の点列 $\{x_i\}, \{y_i\}$ に対して,

$$d(\{x_i\}, \{y_i\}) = \begin{cases} 0 & x_i = y_i, i = 1, 2, \dots \\ \frac{1}{n} & x_i = y_i, 1 \le i < n; x_n \ne y_n \end{cases}$$

で定めるとき,距離空間 $(\Omega^{\mathbb{N}},d)$ を Baire 点列空間 といい, $B(\Omega)$ とかく。

【注意】これは通常「Baire 空間」と呼ばれるものだが,位相空間論において「Baire 空間」は別の意味でも用いるので,ここでは「Baire 点列空間」と呼ぶことにする。

Peano の空間充 填曲線定理

Mathbe

佩女

- Exiden

Cantor 集合

同作子隊の構成

Peano 曲線の証明

Mazurkiewicz の 定理

おわりに

以後,I = [0,1] とする。

I を 3 等分し,中央の開区間 $\left(\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right)$ を取り除いてできた閉区間

$$\left[0,\frac{1}{3}\right] \cup \left[\frac{2}{3},1\right]$$

を,3進小数を用いて次のようにおく。

$$I_0 = \left[0, \frac{1}{3}\right], \ I_2 = \left[0.2, 0.2 + \frac{1}{3}\right]$$

Peano の空間充 填曲線定理

Mathbe

概要

ano 田稼

Cantor 集合

同相写像の構成

.....

Peano 曲線の証明

Hahn-Mazurkiewicz の 定理

定理

ここで,I の数 x の 3 進小数展開とは,次の式で表される数のことをいう。

$$x = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{x_i}{3^i}, \ x_i \in \{0, 1, 2\}$$

これを,

$$x = 0.x_1x_2x_3\cdots$$

とかく。以後,小数表示したときは常に3進小数とする。

【注意】この級数展開は well-defined である。アルキメデスの公理より証明できるが,ここでは省略する。例えば,[杉浦] 第1章定理 3.9 を参照せよ。

Peano の空間充 填曲線定理

Mathbe

似安

Baire 点列至i

Cantor 集合

WIND CONTROL

Peano 幽線の証明

Mazurkiewicz の 定理

おわりに

次に,上で作った閉区間 I_0 , I_2 を 3 等分し,中央の開区間を取り除いてできた閉区間

$$\left[0,\frac{1}{9}\right] \cup \left[\frac{2}{9},\frac{1}{3}\right] \cup \left[\frac{2}{3},\frac{7}{9}\right] \cup \left[\frac{8}{9},1\right]$$

を, 3進小数を用いて次のようにおく。

$$I_{00} = \left[0, \frac{1}{3^2}\right], \ I_{02} = \left[0.02, 0.02 + \frac{1}{3^2}\right]$$

$$I_{20} = \left[0.2, 0.2 + \frac{1}{3^2}\right], I_{22} = \left[0.22, 0.22 + \frac{1}{3^2}\right]$$

Peano の空間充 填曲線定理

Mathbe

概要

eano mank

Cantor 集合

同相写像の構成

Tietze の拡張定

Peano 曲線の証明

Hahn-Mazurkiewicz の 定理

おわりに

閉区間をそれぞれ3等分し,その中央の開区間を取り除く操作を繰り返すことで,n 回行うと,残る閉区間は 2^n 個あり,それらは

$$I_{a_1a_2\cdots a_n} = \left[0.a_1a_2\cdots a_n, 0.a_1a_2\cdots a_n + \frac{1}{3^n}\right] \ (a_i \in \{0,2\}, \ i=1,\cdots,n)$$

となる。

Peano の空間充 填曲線定理

Mathbe

概要

еапо шил

Cantor 集合

回相与隊の構成

....

Peano 曲線の証明

Mazurkiewicz の 定理

らわりに

閉区間の構成法から、明らかに

$$I_{a_1 a_2 \cdots a_n} \supset I_{a_1 a_2 \cdots a_n a_{n+1}}, \ n = 1, 2, \cdots$$

である。さらに、各小区間について、

$$\operatorname{diam}(I_{a_1a_2\cdots a_n})=\frac{1}{3^n}\to 0$$

を満たすので、区間縮小法より、

$$\bigcap_{n=1}^{\infty} I_{a_1 a_2 \cdots a_n} = \{a\}$$

なる $a \in I$ がただ1つ存在する。

Peano の空間充 填曲線定理

Mathbe

19432

. templetenn

Dane Myjilla

Cantor 集合

同相写像の構成

Tietze OJIAJIKA

Peano 曲線の証明

Hahn-

定理

らわりに

以上の操作によって、/の点の集合が得られる。

$$C := \left\{ a \in I \mid a \in \bigcap_{n=1}^{\infty} I_{a_1 a_2 \cdots a_n}, a_i \in \{0, 2\} \right\}$$

この集合 C を Cantor 集合 という。

Peano の空間充 填曲線定理

Mathbe

19634

еано шамк

Baire 点列空間 Cantor 集合

同相写像の様式

- 44.60 - 570

Peano 曲線の証明

Mazurkiewicz の 定理

おわりに

Cantor 集合の実態について調べよう。

$$K := \left\{ \sum_{i=1}^{\infty} \frac{a_i}{3^i} \mid a_i \in \{0,2\} \right\}$$

とおく。

補題 (Cantor 集合)

$$C = K$$

この補題は、Cantor 集合が 3 進小数で表したとき、0 または 2 のみが現れる 0 以上 1 以下の実数であることを示している。

Peano の空間充 填曲線定理

Mathbe

概要

eano 幽稼

Baire 点列空間

Cantor 集合

同相写像の構成

Tietze の拡張定

Peano 曲線の証明

Hahn-Mazurkiewicz の 定理

おわりに

■ 補題の証明1

 $a\in \bigcap_{n=1}^\infty I_{a_1a_2\cdots a_n}, a_i\in \{0,2\}$ とする。 このとき,各 $n=1,2,\cdots$ に対して, $a\in I_{a_1a_2\cdots a_n}$ を満たす。

$$0 \le a - 0.a_1a_2 \cdots a_n \le 0.a_1a_2 \cdots a_n + \frac{1}{3^n} - 0.a_1a_2 \cdots a_n = \frac{1}{3^n} \to 0$$

なので,

$$0.a_1a_2\cdots a_n
ightarrow a$$

となる。これは,

$$a=0.a_1a_2\cdots=\sum_{i=1}^{\infty}\frac{a_i}{3^i}$$

を示している。以上により, $C \subset K$ である。

Peano の空間充 填曲線定理

Mathbel

概要

Peano 曲線

Baire 点列空間

Cantor 集合

阿伯子家の特別

Peano 曲線の証明

Mazurkiewicz の 定理

おわりに

■ 補題の証明2

 $a=\sum_{i=1}^{\infty}rac{a_i}{3^i},\ a_i\in\{0,2\}$ とする。 各 $n=1,2,\cdots$ に対して,

$$p_n = \sum_{i=1}^n \frac{a_i}{3^i} = 0.a_1 a_2 \cdots a_n, \ q_n = p_n + \frac{1}{3^n}$$

とおく(この $\{p_n\}$, $\{q_n\}$ はそれぞれ単調増加/減少であることに注意せよ)。このとき,任意の $n=1,2,\cdots$ をとると, $p_n\leq a$ である。また, $q_n< a$ とすると,ある $l\in\mathbb{N}$ があって,

$$\forall m \in \mathbb{N}, \ l \leq m \Longrightarrow a - p_m < a - q_n$$

となる。よって, $I \leq n$ であれば $q_n < p_n$ となり, n < I であれば $q_l < q_n < p_l$ となって矛盾する。 よって, $a \leq q_n$ である。 従って, $a \in [p_n, q_n] = I_{a_1 a_2 \cdots a_n}$ となる。ゆえに, $C \supset K$ である。 (証明終)

Peano の空間充 填曲線定理

Mathbe

概要

еано шамк

Baire 点列空間

Cantor 集合

同相写像の構成

Tietze の拡張が

Peano 曲線の証明

Hahn-Mazurkiewicz の 定理

おわりに

 $D = \{0,1\}$ とおく。写像 $\varphi : B(D) \rightarrow C$ を,

$$\varphi((t_i)) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2}{3^i} t_i$$

で定める。右辺が K の元であることは明らかである。

定理

 φ は 同相写像である。

この定理は Peano の定理を示す際に用いる。

Peano の空間充 填曲線定理

Mathbel

概要

eano 曲線

Baire 点列空間

Calitor *

同相写像の構成

Poone 曲線の証明

Peano 曲線の証明

Mazurkiewicz の 定理

うわりに

定理の証明(全単射)

全射であることは明らか(C からとれる t_1, t_2, \cdots が B(D) の点列 になるから)。

単射であることを示そう。 $(t_i),(s_i) \in B(D)$ をとり、 $(t_i) \neq (s_i)$ とする。

このとき, $k=\min\{\ i\in\mathbb{N}\mid t_i\neq s_i\ \}$ とおくと,明らかに $t_k\neq s_k$ である。

また,k の最小性より,

$$\forall i < k, t_i = s_i$$

である。

一般性を失うことなく, $t_k < s_k$ としてよい。このとき, $t_k = 0, s_k = 1$ である。

Peano の空間充 填曲線定理

Mathbel

概要

eano 曲#

Paire 占別物限

Daire 黑列王IE

同相写像の構成

问怕与豚の情の

Tietze の拡張を

Peano 曲線の証明

Hahn-Mazurkiewicz Ø

定理

らわりに

■ 定理の証明(全単射)よって,

$$\varphi((t_i)) = \sum_{i=1}^{k-1} \frac{2}{3^i} t_i + \frac{2}{3^k} t_k + \sum_{i=k+1}^{\infty} \frac{2}{3^i} t_i$$

$$\leq \sum_{i=1}^{k-1} \frac{2}{3^i} t_i + \frac{2}{3^k} t_k + \frac{1}{3^k}$$

$$< \sum_{i=1}^{k-1} \frac{2}{3^i} s_i + \frac{2}{3^k} s_k$$

$$< \varphi((s_i))$$

であるから, $\varphi((t_i)) \neq \varphi((s_i))$ である。ゆえに, φ は単射である。

Peano の空間充 填曲線定理

Mathbe

概要

eano 曲

Raire 占列空間

Daire 黑列王II

同相写像の構成

Tietze の拡張定

Peano 曲線の証明

reano 血泳の証券

Mazurkiewicz の 定理

おりに

■ 定理の証明(φの連続性)

 $\varepsilon > 0$ をとり、 $(t_i) \in B(D)$ とする。このとき、

$$\frac{1}{3^n} < \varepsilon$$

なる $n \in \mathbb{N}$ がある。 $(s_i) \in B(D)$ をとり、

$$d((t_i),(s_i))<\frac{1}{n}$$

とする。 $(t_i) \neq (s_i)$ としてよい。このとき,

$$t_i = s_i, \ 1 \leq i < m; \ t_m \neq s_m$$

なる $m \in \mathbb{N}$ がある。よって,Baire 点列空間の距離の定義によって, $\frac{1}{m} < \frac{1}{n}$ 即ち n < m である。

$$|\varphi((t_i)) - \varphi((s_i))| \leq \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2}{3^i} = \frac{1}{3^{m-1}} \leq \frac{1}{3^n} < \varepsilon$$

なので, φ は連続である。

Peano の空間充 填曲線定理

Mathbe

概要

eano 曲線

Paire 占列如即

Dalle Myj±ll

同相写像の構成

回相与隊の構成

Tietze の拡張定

Peano 曲線の証明

Hahn-Mazurkiewicz の 定理

らわりに

 $\varepsilon > 0$ をとり, $t \in C$ とする。このとき,アルキメデスの公理より,

$$\frac{1}{n} < \varepsilon$$

x > 0 x ∈ 0 x ∈ 0 x ∈ 0 x ∈ 0 x ∈ 0

$$|t-s|<\frac{1}{3^n}$$

とする。このとき、 φ の全射性より、 $t = \varphi((t_i)), s = \varphi((s_i))$ なる $(t_i), (s_i) \in B(D)$ がとれる。 $(t_i) \neq (s_i)$ としてよい。このとき、

$$t_i = s_i, \ 1 \leq i < m; \ t_m \neq s_m$$

なる $m \in \mathbb{N}$ がある。これより,

$$d((t_i),(s_i))=\frac{1}{m}$$

である。

Peano の空間充 填曲線定理

Mathbe

似安

eano 曲

Baire 点列空間

Daile 無列至的

同相写像の構成

同相与豚の構成

Peano 曲線の証明

Hahn-

Mazurkiewicz の 定理

らわりに

$$|\varphi((t_i))-\varphi((s_i))|=|t-s|<rac{1}{3^n}$$

より,

$$\frac{1}{3^m} \le \frac{2}{3^m} - \sum_{i=m+1}^{\infty} \frac{2}{3^i} \le \frac{2}{3^m} - \sum_{i=m+1}^{\infty} \frac{2}{3^i} |t_i - s_i| \le \left| \sum_{i=m}^{\infty} \frac{2}{3^i} (t_i - s_i) \right| < \frac{1}{3^n}$$

である。ここで、

$$\frac{1}{3^m}<\frac{2}{3^m}\leq\frac{1}{3^n}$$

なので, *n* < *m* である。よって,

$$d((t_i),(s_i)) = \frac{1}{m} < \frac{1}{n} < \varepsilon$$

である。(証明終)

Tietze の拡張定理

Peano の空間充 填曲線定理

Mathbe

eano 幽粽

Baire 点列空間

Cantor 集合

同相写像の構成

Tietze の拡張定理

Peano 曲線の証明

Hahn-Mazurkiewicz の 定理

らわりん

定理 (Tietze の拡張定理 (距離空間 ver.))

X を距離空間, A を X の閉集合とする。このとき,連続写像 $f: A \rightarrow I$ は,連続写像 $\tilde{f}: X \rightarrow I$ に拡張される。

ここでいう「拡張」とは, $\tilde{f}|_A=f$,即ち, \tilde{f} を A に制限した写像 が f に等しくなることをいう。

証明は長く,難しく,本講義の目的からは逸脱する為,省略する。 例えば,[森田] 定理 19.4 や [小山] 定理 4.7 を参照せよ。

Peano の空間充 填曲線定理

Mathbe

概要

еапо шлж

Baire 点列空间

Cantor 来自

可怕与豚の特成

Peano 曲線の証明

Peano 田線の証明

mann-Mazurkiewicz の 定理

らわりに

改めて、定理の主張を確認しよう。

定理 (G.Peano,1890)

I = [0,1] とする。このとき,連続な全射 $f: I \rightarrow I^2$ が存在する。

これまでの準備を以って、この定理を証明しよう。

Peano の空間充 填曲線定理

Mathbe

概要

eano 田線

Dalle Myj±li

同相写像の様成

回相与隊の構成

Peano 曲線の証明

Mazurkiewicz の 定理

おわりに

■ 定理の証明(2進展開写像の定義)

写像 $f:B(D)\to I$ を,

$$f((t_i)) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{2^i} t_i$$

で定める。このとき,定義式が $0 \le x \le 1$ なる実数の 2 進展開なので, f は全射である。 φ の連続性の証明のときと同様に, f の連続性が示せる。

Peano の空間充 填曲線定理

Mathbe

概要

eano 囲線

Baire 点列空間

Cantor 来自

回伯子塚の構成

Peano 曲線の証明

reallo mankoning

Mazurkiewicz の 定理

おわりに

■ 定理の証明(直積空間 $B(D) \times B(D)$ の定義) 直積空間 $B(D) \times B(D)$ について定義しよう。Baire 点列空間 (B(D), d) を用いて,次のように定義する。

$$\rho(((t_i),(s_i)),((u_i),(v_i))) = \sqrt{d((t_i),(u_i))^2 + d((s_i),(v_i))^2}$$

ここで, $(t_i),(s_i)),((u_i),(v_i)) \in B(D) \times B(D)$ である。このとき, ρ は $B(D) \times B(D)$ 上の距離関数である。

Peano の空間充 填曲線定理

Mathhe

概要

eano 曲線

Baire 点列空间

.....

同相与像の構成

Tietze の拡張党

Peano 曲線の証明

reallo mankooming

Mazurkiewicz の 定理

こわりに

■ 定理の証明(ψ の定義)

写像 $\psi: B(D) \times B(D) \rightarrow B(D)$ を,

$$\psi((t_i),(s_i))=(x_i)$$

$$x_i = \begin{cases} t_n & i = 2n - 1, i : odd \\ s_n & i = 2n, i : even \end{cases}$$

で定めると,これは全単射かつ ψ^{-1} は連続である。 この写像は具体的に書きだすと,

$$\psi((t_i),(s_i))=(t_1,s_1,t_2,s_2,\cdots)$$

のように,第1成分の点列の元と第2成分の点列の元が交互に現 れる。

Peano の空間充 填曲線定理

Mathbe

佩女

сано шанж

Daire 黑列主風

cuitoi All

同省子隊の構成

Tietze の拡張定

Peano 曲線の証明

Hahn-Mazurkiewicz の 定理

おわりに

■ 定理の証明(ψ⁻¹ の存在)

 $\phi: B(D) \rightarrow B(D) \times B(D)$ を次で定める。

$$\phi((x_i)) = ((x_1, x_3, x_5, \cdots), (x_2, x_4, x_6, \cdots)), (x_i) \in B(D)$$

このとき, $\phi\circ\psi=\mathrm{id}_{B(D) imes B(D)},\;\psi\circ\phi=\mathrm{id}_{B(D)}$ である。つまり, $\psi^{-1}=\phi$ となる。

Peano の空間充 **埴曲線定理**

Peano 曲線の証明

■ 定理の証明(√-1 の存在)

$$\phi \circ \psi = \mathrm{id}_{B(D) \times B(D)}$$
 について,

$$(\phi \circ \psi)(((t_i), (s_i))) = \phi((t_1, s_1, t_2, s_2, \cdots))$$

= $((t_1, t_2, \cdots), (s_1, s_2, \cdots))$
= $((t_i), (s_i))$
= $\mathrm{id}_{B(D) \times B(D)}(((t_i), (s_i)))$

となる。

$$\psi \circ \phi = \mathrm{id}_{B(D)}$$
 について,

$$(\psi \circ \phi)((x_i)) = \psi(((x_1, x_3, \cdots), (x_2, x_4, \cdots)))$$

$$= (x_1, x_2, x_3, x_4, \cdots)$$

$$= (x_i)$$

$$= id_{B(D)}((x_i))$$

Peano の空間充 填曲線定理

Mathbel

概要

Peano 曲線 Baire 点列空間

Cantor 集合

同相写像の構成

.....

Peano 曲線の証明

Hann-Mazurkiewicz の 定理 $lacksymbol{\bullet}$ 定理の証明($\psi^{-1}=\phi$ の連続性)

任意に $(x_i) \in B(D)$ と $\varepsilon > 0$ をとる。このとき,アルキメデスの公理より,

$$\frac{2}{n} < \varepsilon$$

となるような $n \in \mathbb{N}$ がとれる。 $(y_i) \in B(D)$ をとり、 $d((x_i),(y_i)) < \frac{1}{n}$ とする。このとき、 $B(D) \times B(D)$ の距離を ρ とすると、

$$\rho(\phi((x_i), \phi(y_i))) = \sqrt{d((x_{2i-1}), (y_{2i-1}))^2 + d((x_{2i}), (y_{2i}))^2}$$

$$\leq \sqrt{2d((x_i), (y_i))^2}$$

$$< \frac{\sqrt{2}}{n}$$

となる (定義より確かめられる)。ゆえに、 $\psi^{-1} = \phi$ は連続である。

Peano の空間充 填曲線定理

Mathbe

似女

гано шим

Baire 从列至间

Calitor *

同相与像の構成

Tietze の拡張定

Peano 曲線の証明

Hahn-

Mazurkiewicz の 定理

おわりに

■ 定理の証明(求める写像を構成する)

上で定めた $\varphi: B(D) \rightarrow C$ によって,

$$g := (f \times f) \circ \psi^{-1} \circ \varphi^{-1}$$

と定めると,これまでの議論により, $g:C \rightarrow I \times I$ は連続な全射 になる。ここで, $f \times f$ は直積写像,即ち

$$f \times f : B(D) \times B(D) \rightarrow I \times I; ((t_i), (s_i)) \mapsto (f((t_i)), f((s_i)))$$

である。これは f が連続な全射なことから, $f \times f$ も連続な全射になる。

Peano の空間充 填曲線定理

Mathbe

似安

eano 曲麻 aire 点列空間

Cantor 集合

同相写像の構成

Tietze の拡張定

Peano 曲線の証明

Hann-Mazurkiewicz の 定理 ■ 定理の証明(求める写像を構成する)

 $p_1, p_2: I \times I \rightarrow I$ を射影とする。 C は I の閉集合なので、Tietze の拡張定理より、

$$p_i \circ g : C \rightarrow I \ (i = 1, 2)$$

は連続写像 $f_i:I \rightarrow I$ に連続的に拡張される。よって,

$$\tilde{g}: I \rightarrow I \times I; t \mapsto (f_1(t), f_2(t))$$

は連続で, $\tilde{g}\upharpoonright_{C}=g$ である。 よって, g は全射より, $\tilde{g}\upharpoonright_{C}$ も全射である。故に, \tilde{g} も全射である。(証明終)

Hahn-Mazurkiewicz の定理

Peano の空間充 **埴曲線定理**

Hahn-

Mazurkiewicz (D) 定理

やや発展的だが,次の重要な定理が知られている。

定理 (Hahn-Mazurkiewicz の定理)

- I = [0,1] とする。距離空間 X に対して,次は同値。
 - 連続な全射 f: I → X が存在する。
 - X が連結,局所連結,コンパクトである。

証明はここでは省略するが,例えば,[Willard]Chapter8,31.5 Theorem を参照せよ。

この定理によれば,より一般に, /" への連続な全射が存在するこ とがわかる。

おわりに

Peano の空間充 填曲線定理

Mathbe

概要

Peano 曲線 Baire 点列空間 Cantor 集合 同相写像の構成 Tietze の拡張字理

Peano 曲線の証明 Hahn-

Mazurkiewicz の 定理

おわりに

- 今回の講演では,有名だが証明が高度な Peano 曲線の存在について,位相空間論の基礎知識のみでわかるように,[森田] 第 3 章, 定理 14.14 を参考に証明した。
- 別証として,[Munkres]Chapter7,Theorem 44.1 では,完備距離 空間を用いた証明が展開されており,こちらの方が直感的で ある。
- 本証明は Cantor 集合の典型的な応用例になっている。
- 最後に紹介した Hahn-Mazurkiewicz の定理も Cantor 集合を用いて証明されることに注意せよ。

参考文献

Peano の空間充 填曲線定理

Mathbe

似女

еано шиля

Baire 点列空間

Califor *=

可相与像の構成

TIELZE OJIATIKAE

Peano 曲線の証明

Mazurkiewicz の 定理

おわりに

参考文献は本文中で [NAME] としている。

- 森田:位相空間論,森田紀一著,岩波書店,1981
- 小山:位相空間論,小山晃著,森北出版,2021
- Willard: General Topology, Stephen Willard 著, Dover Publications, 2004
- Munkres: Topology, James Munkres 著, Pearson, 2017

更新情報

Peano の空間充 填曲線定理

Mathbe

194.32

сано шим

Baire 点列空间

Califor 来口

同位子隊の構成

Peano 曲線の証明

Hahn-Mazurkiewicz の

おわりに

以下は本資料の更新情報である。

- 2022 年 4 月 11 日初版
- 2022 年 4 月 15 日改訂
- 2022 年 4 月 16 日改訂