

บทที่ 2

การคำนวณเลขฐาน

มนุษย์นำคอมพิวเตอร์มาใช้เป็นเครื่องมือในการคำนวณเปรียบเทียบ เก็บข้อมูล และวิเคราะห์ข้อมูลในรูปแบบต่าง ๆ ได้อย่างมากมายไม่ว่าจะเป็นข้อความ รูปภาพ ตัวเลข หรือภาพเคลื่อนไหว ที่คอมพิวเตอร์สามารถทำได้ ทั้งนี้เพราะภายในตัวคอมพิวเตอร์มีวงจรชนิดหนึ่ง ที่ทำหน้าที่คำนวณและเปรียบเทียบ ดังนั้นผู้ดูแลระบบ ผู้ออกแบบระบบ หรือผู้สร้างคอมพิวเตอร์ต้องมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับการคำนวณเลขฐานเป็นอย่างดี จึงจะสามารถออกแบบวงจรเพื่อนำไปใช้ในระบบคอมพิวเตอร์ได้อย่างสมบูรณ์และมีประสิทธิภาพมากที่สุด

การบวก ลบ คูณ หาร เลขฐานสอง

คอมพิวเตอร์มีความสามารถในการดำเนินการทางคณิต คือ ทำการบวก ลบ คูณ หาร ได้ด้วยความเร็วที่สูงมาก ในอัตราความเร็วถึง 16,600 ครั้งต่อ 1 วินาทีหรือสูงกว่าทั้งนี้ขึ้นอยู่กับสมรรถนะของคอมพิวเตอร์แต่ละรุ่นแต่ละระบบ ซึ่งสามารถทำการบวก ดำเนินกรรมวิธี การโยกย้ายข้อมูลได้อย่างอัตโนมัติ คอมพิวเตอร์ดำเนินการต่าง ๆ ด้วยระบบเลขฐานสอง จึงทำให้ขีดความสามารถในการทำงานทางเลขคณิตมีประสิทธิภาพที่สูงมาก เพราะระบบเลขฐานสองมีลักษณะตรงกับสถานะ การปิดเปิดกระแสไฟฟ้าเพื่อป้อนให้กับเครื่องคอมพิวเตอร์หรือเครื่องอิเล็กทรอนิกส์ทำงาน

1. การบวกเลขฐานสอง

การบวกเลขฐานสองมีวิธีปฏิบัติเช่นเดียวกันกับการบวกในเลขฐานสิบแต่เนื่องจากระบบเลขฐานสองมีตัวเลขเพียงสองตัวคือ 0 กับ 1 ดังนั้นการบวกจึงมีหลักเกณฑ์ดังนี้

$1 + 1 = 0$ และทดไว้ 1 เพื่อบวกกับเลขหลักต่อไป

$1 + 0 = 1$

$0 + 1 = 1$

$0 + 0 = 0$

วิธีดำเนินการบวกเลขฐานสองมีหลักการเช่นเดียวกับเลขฐานสิบ คือ นำจำนวนเลขทั้งสองมาตั้งให้ตรงหลักกันแล้วจึงทำการบวกเลขในหลักนั้นๆ ถ้าผลบวกในตำแหน่งใดมีการทด 1 ก็ให้นำไปบวกกับเลขตำแหน่งถัดไปด้วย ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 2.1 การบวกเลขฐานสองต่อไปนี้

$$(1100)_2 + (1010)_2 = (\dots\dots\dots)_2$$

| | | | |
|--------|---------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------|---|
| วิธีทำ | $\begin{array}{r} 1\ 1\ 0\ 0 \\ 1\ 0\ 1\ 0 \\ \hline 1\ 0\ 1\ 1\ 0 \end{array}$ | $\begin{array}{r} 12 \\ 10 \\ \hline 22 \end{array}$ | + |
|--------|---------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------|---|

$$\therefore (1100)_2 + (1010)_2 = (10110)_2$$

ตอบ $(10110)_2$

ตัวอย่างที่ 2.2 การบวกเลขฐานสองต่อไปนี้

$$(1101.11)_2 + (1011.10)_2 = (\dots\dots\dots)_2$$

| | | | |
|--------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------|---|
| วิธีทำ | $\begin{array}{r} 1\ 1\ 0\ 1\ .\ 1\ 1 \\ 1\ 0\ 1\ 1\ .\ 1\ 0 \\ \hline 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ .\ 0\ 1 \end{array}$ | $\begin{array}{r} 13.75 \\ 11.50 \\ \hline 25.25 \end{array}$ | + |
|--------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------|---|

$$\therefore (1101.11)_2 + (1011.10)_2 = (11001.01)_2$$

ตอบ $(11001.01)_2$

ตัวอย่างที่ 2.3 การบวกเลขฐานสองต่อไปนี้

$$(1001.11)_2 + (1011.10)_2 + (1111.11)_2 = (\dots\dots\dots)_2$$

| | | | |
|--------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------|---|
| วิธีทำ | $\begin{array}{r} 1\ 0\ 0\ 1\ .\ 1\ 1 \\ 1\ 0\ 1\ 1\ .\ 1\ 0 \\ 1\ 1\ 1\ 1\ .\ 1\ 1 \\ \hline 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ .\ 0\ 0 \end{array}$ | $\begin{array}{r} 09.75 \\ 11.50 \\ 15.75 \\ \hline 37.00 \end{array}$ | + |
|--------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------|---|

$$\therefore (1001.11)_2 + (1011.10)_2 + (1111.11)_2 = (100101.00)_2$$

ตอบ $(100101.00)_2$

2. การลบเลขฐานสอง

การลบเลขฐานสอง ซึ่งเป็นวิธีตรงกันข้ามกับการบวกเลขฐานสอง มีหลักเกณฑ์ เช่นเดียวกับ การลบในเลขฐานสิบ ดังต่อไปนี้

$$1 - 1 = 0$$

$$1 - 0 = 1$$

$$0 - 0 = 0$$

$$0 - 1 = 1 \quad \text{ต้องยืมจากหลักที่สูงกว่ามา 1}$$

ในการยืมค่าตัวเลขในเลขฐานสองจะทำให้ตัวเลขที่ถูกยืมลดค่าลง 1 แล้วตัวเลขนั้นจะกลายเป็น 0 ไป ถ้าตัวเลขที่ถูกยืมถัดไปมีค่าเป็น 0 ให้ยืมในหลักถัดไปเรื่อยๆ จนกระทั่งมีเลข 1 เมื่อทำการยืมค่ามาแล้ว เลข 1 ในคอลัมน์นั้นก็จะกลายเป็น 0 ไป ส่วนเลข 0 ในคอลัมน์ซึ่งไม่สามารถยืมได้นั้นก็จะกลายเป็น 1 ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 2.4 การลบเลขฐานสองต่อไปนี้

$$(1100)_2 - (1010)_2 = (\dots\dots\dots)_2$$

| | | |
|--------|---------|----|
| วิธีทำ | 1 1 0 0 | 12 |
| | 1 0 1 0 | 10 |
| | 0 0 1 0 | 02 |

$$\therefore (1100)_2 - (1010)_2 = (10)_2$$

ตอบ $(10)_2$

ตัวอย่างที่ 2.5 การลบเลขฐานสองต่อไปนี้

$$(1101.11)_2 - (111.10)_2 = (\dots\dots\dots)_2$$

| | | |
|--------|---------------|-------|
| วิธีทำ | 1 1 0 1 . 1 1 | 13.75 |
| | 0 1 1 1 . 1 0 | 7.50 |
| | 1 1 0 . 0 1 | 6.25 |

$$\therefore (1101.11)_2 - (111.10)_2 = (110.01)_2$$

ตอบ $(110.01)_2$

ตัวอย่างที่ 2.6 การลบเลขฐานสองต่อไปนี้

$$(1111.11)_2 - (1001.10)_2 - (11.11)_2 = (\dots\dots\dots)_2$$

| | | | |
|--------|----------------------|--------------|---|
| วิธีทำ | 1 1 1 1 . 1 1 | 15.75 | |
| | 1 0 0 1 . 1 0 | 09.50 | - |
| | <u>0 0 1 1 . 1 1</u> | <u>03.75</u> | - |
| | 1 0 0 . 1 0 | <u>4.50</u> | |

$$\therefore (1111.11)_2 - (1001.10)_2 - (11.11)_2 = (10.10)_2$$

ตอบ $(10.10)_2$

3. การคูณเลขฐานสอง

ในการคูณเลขระบบใดๆ ก็ตาม หมายความว่า เป็นการบวกเลขจำนวนนั้น ด้วยตัวมันเองเป็นจำนวนกี่ครั้งตามค่าตัวคูณนั้น เช่น จำนวนเลข 8×5 หมายความว่า จำนวนเลข 8 บวกด้วยตัวมันเอง 5 ครั้ง คือ $8+8+8+8+8=40$

สำหรับการคูณเลขฐานสอง มีหลักการดำเนินการเช่นเดียวกับเลขฐานสิบคือ เมื่อทำการคูณเลขฐานสอง ด้วยตัวเองที่เป็น 1 ก็จะได้ผลคูณเท่ากับตัวตั้งที่ทำการคูณนั้น ถ้าตัวคูณเป็น 0 ผลคูณ ก็จะได้เป็น 0 เช่นกัน เมื่อได้ทำการคูณ ตัวตั้งด้วยตัวคูณทุกตำแหน่งแล้ว ให้ทำการบวกโดยใช้กฎการบวกเลขฐานสองตามที่กล่าวมาแล้ว ทุกประการ การคูณจึงมีหลักเกณฑ์ดังนี้

$$1 \times 1 = 1$$

$$1 \times 0 = 0$$

$$0 \times 1 = 0$$

$$0 \times 0 = 0$$

ตัวอย่างที่ 2.7 การคูณเลขฐานสองต่อไปนี้

$$(1100)_2 \times (101)_2 = (\dots\dots\dots)_2$$

| | | | |
|--------|--------------|---|---|
| วิธีทำ | 1 1 0 0 | | × |
| | <u>1 0 1</u> | | |
| | 1 1 0 0 | | |
| | 0 0 0 0 | + | |

$$\begin{array}{r}
 \underline{1\ 1\ 0\ 0} \\
 \underline{1\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0} \\
 \hline
 \end{array}$$

$\therefore (1100)_2 \times (101)_2 = (111100)_2$

ตอบ $(111100)_2$

ตัวอย่างที่ 2.8 การคูณเลขฐานสองต่อไปนี้

$$(1101.101)_2 \times (111)_2 = (\dots\dots\dots)_2$$

วิธีทำ

$$\begin{array}{r}
 1\ 1\ 0\ 1.1\ 0\ 1 \\
 \times \\
 \underline{1\ 1\ 1.0\ 0\ 0} \\
 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0 \\
 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0 \\
 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0 \\
 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1 + \\
 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1 \\
 \underline{1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1} \\
 \underline{1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1.0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0}
 \end{array}$$

$$\therefore (1101.101)_2 \times (111)_2 = (1011111.011)_2$$

ตอบ $(1011111.011)_2$

| ฐานสิบ |
|-----------------------------------------------------------------------------------------|
| $ \begin{array}{r} 13.625 \\ \times \\ \hline 7 \\ \hline 95.375 \end{array} $ |

4. การหารเลขฐานสอง

ในการหารเลขระบบใดๆ ก็ตาม เป็นการกระทำที่ตรงกันข้ามกับการคูณ คือเป็นการหาจำนวนครั้งที่นำตัวเลขจำนวนนั้นไปลบออกจากเลขจำนวนหนึ่งจนกระทั่งเหลือเศษ 0 หรืออาจเป็นจำนวนหนึ่ง ที่มีค่าน้อยกว่า 3 เกณฑ์การหารเลขฐานสองสรุปได้ดังต่อไปนี้

$$0 \div 1 = 0$$

$$1 \div 1 = 1$$

ตัวอย่างที่ 2.9 การหารเลขฐานสองต่อไปนี้

$$(1111)_2 \div (101)_2 = (\dots\dots\dots)_2$$

วิธีทำ

$$\begin{array}{r} 11 \\ 101 \overline{)1111} \\ \underline{101} - \\ 101 - \\ \underline{101} - \\ \underline{000} \end{array}$$

$$\therefore (1111)_2 \div (101)_2 = (11)_2$$

ตอบ $(11)_2$

ตัวอย่างที่ 2.10 การหารเลขฐานสองต่อไปนี้

$$(100011)_2 \div (101)_2 = (\dots\dots\dots)_2$$

วิธีทำ

$$\begin{array}{r} 111 \\ 101 \overline{)100011} \\ \underline{101} - \\ 111 - \\ \underline{101} - \\ 101 - \\ \underline{101} - \\ \underline{000} \end{array}$$

$$\therefore (100011)_2 \div (101)_2 = (111)_2$$

ตอบ $(111)_2$

ตัวอย่างที่ 2.11 การหารเลขฐานสองต่อไปนี

$$(111100)_2 \div (110)_2 = (\dots\dots\dots)_2$$

วิธีทำ

$$\begin{array}{r} 1010 \\ 110 \overline{)111100} \\ \underline{110} - \\ 110 - \\ \underline{110} - \\ 000 \end{array}$$

$$\therefore (111100)_2 \div (110)_2 = (1010)_2$$

ตอบ $(1010)_2$

การบวก ลบ คูณ หาร เลขฐานแปด

1. การบวกเลขฐานแปด

การบวกเลขฐานแปดมีวิธีปฏิบัติเช่นเดียวกันกับการบวกในเลขฐานสิบแต่เนื่องจากระบบเลขฐานแปดมีตัวเลขที่ใช้เพียงแปดตัวคือ 0 1 2 3 4 5 6 และ 7 ดังนั้นหลักเกณฑ์ของการบวกสามารถดูได้จากดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 2.12 การบวกเลขฐานแปดต่อไปนี

$$(4356)_8 + (5726)_8 = (\dots\dots\dots)_8$$

วิธีทำ

$$\begin{array}{r} 4356 \\ 5726 \\ \hline 12304 \end{array} \quad +$$

$$\therefore (4356)_8 + (5726)_8 = (12304)_8$$

ตอบ $(12304)_8$

จากตัวอย่างผลลัพธ์ที่ได้นั้นได้มาจากหลักการดังนี้

$6+6 = (12)_{10}$ เนื่องจากกำลังบวกเลขฐานแปดต้องนำ 8 ไปลบ 12 จะได้เท่ากับ 4 ($12-8=4$)

สรุปว่า 12 มีค่าเกินฐาน 8 อยู่ 4 จึงต้องทดไปบวกกับหลักถัดไป 1

ตัวอย่างที่ 2.13 การบวกเลขฐานแปด

$$(4336)_8 + (5435)_8 = (\dots\dots\dots)_8$$

วิธีทำ

$$\begin{array}{r} 4336 \\ 5435 \\ \hline 11773 \end{array} \quad +$$

$$\therefore (4336)_8 + (5435)_8 = (11773)_8$$

ตอบ (11773)

จากตัวอย่างผลลัพธ์ที่ได้นั้นได้มาจากหลักการดังนี้

$5+6 = (11)_{10}$ เนื่องจากกำลังบวกเลขฐานแปดต้องนำ 8 ไปลบ 11 จะได้เท่ากับ 3 ($11-8=3$)

2. การลบเลขฐานแปด

การลบเลขฐานแปดมีวิธีปฏิบัติเช่นเดียวกันกับการลบในเลขฐานสิบโดยมีหลักเกณฑ์การลบดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 2.14 การลบเลขฐานแปด

$$(12304)_8 - (5726)_8 = (\dots\dots\dots)_8$$

วิธีทำ

$$\begin{array}{r} 12304 \\ 5726 \\ \hline 4356 \end{array} \quad -$$

$$\therefore (12304)_8 - (5726)_8 = (4356)_8$$

ตอบ $(12304)_8 - (5726)_8 = (4356)_8$

จากตัวอย่างผลลัพธ์ที่ได้นั้นได้มาจากหลักการดังนี้

$4-6 = (6)_8$ เนื่องจาก 4 มีค่าน้อย 6 จึงไม่สามารถลบกันได้ 4 จึงต้องไปยืมหลักข้างหน้ามาอีกแปดรวมกับค่าเดิมที่มีอยู่ 4 เมื่อรวมกันแล้วจึงมีค่าเท่ากับ 12 จากนั้นนำ 6 ไปลบ 12 จะได้เท่ากับ 6 ($12-6=6$) ส่วนหลักข้างหน้า 4 มีค่าเท่า 0 ไม่มีให้ 4 ยืมจึงต้องไปขอยืมจาก 3 มาแปด แล้วให้ 4 ยืมไป 1 เหลือ 7 เมื่อนำ 2 ไปลบจึงมีค่าเหลือเพียง 5

ตัวอย่างที่ 2.15 จงลบเลขฐานแปดต่อไปนี้

$$(25507)_8 - (7602)_8 = (\dots\dots\dots)_8$$

วิธีทำ

$$\begin{array}{r} 25507 \\ - 7602 \\ \hline 15705 \end{array}$$

$$\therefore (25507)_8 - (7602)_8 = (15705)_8$$

ตอบ $(15705)_8$

3. การคูณเลขฐานแปด

การคูณเลขฐานแปดมีวิธีปฏิบัติเช่นเดียวกันกับการคูณในเลขฐานสิบ โดยมีหลักเกณฑ์การคูณดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 2.16 จงคูณเลขฐานแปดต่อไปนี้

$$(3)_8 \times (2)_8 = (\dots)_8$$

วิธีทำ

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 2 \\ \hline 6 \end{array}$$

$$(7)_8 \times (1)_8 = (\dots)_8$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ \times 1 \\ \hline 7 \end{array}$$

$$(2)_8 \times (2)_8 = (\dots)_8$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 2 \\ \hline 4 \end{array}$$

ผลลัพธ์ที่ได้นั้นสามารถตอบได้เลยเพราะว่ามีค่าไม่เกินแปด สำหรับผลลัพธ์ของการคูณแต่ละตัวที่มีค่าเกินแปดให้ปฏิบัติดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 2.17 จงคูณเลขฐานแปดต่อไปนี้

$$(4)_8 \times (3)_8 = (\dots)_8$$

วิธีทำ

$$\begin{array}{r} 4 \\ 3 \times \\ \hline 12 \end{array}$$

เลข 12 เป็นผลลัพธ์ของเลขฐานสิบซึ่งไม่ยังไม่ใช่คำตอบที่ถูก ต้องนำไปแปลงเป็นเลขฐานแปดเสียก่อนดังนี้

$$12 \div 8 = 1 \text{ เศษ } 4$$

$$\therefore (4)_8 \times (3)_8 = (14)_8$$

ตอบ $(14)_8$

ตัวอย่างที่ 2.18 จงคูณเลขฐานแปดต่อไปนี้

$$(43)_8 \times (56)_8 = (\dots)_8$$

วิธีทำ

$$\begin{array}{r} 43 \\ 56 \times \\ \hline 322 \\ 257 + \\ \hline 3112 \end{array}$$

$$\therefore (43)_8 \times (56)_8 = (3112)_8$$

ตอบ $(3112)_8$

จากผลลัพธ์ได้มาจากการดำเนินการดังนี้

$3 \times 6 = 18 \rightarrow 18 \div 8$ ผลลัพธ์ = 2 (ใช้เป็นตัวทดหลังต่อไป) มีเศษแล้วนำ $24 \times 6 = 24$ รวมตัวทอดอีก 2 มีค่าเท่ากับ 26 $\rightarrow 26 \div 8$ ผลลัพธ์ = 3 (ใช้เป็นตัวทดหลังต่อไป) มีเศษ 2 ฉะนั้น 43×6 จึงมีค่าเท่ากับ 322 และ 43×5 มีค่าเท่ากับ 257 แล้วผลลัพธ์จากการคูณทั้งสองจำนวนมาบวกกันตามตำแหน่งของผลลัพธ์จากการคูณ $(0322_8 + 2570_8 = 3112_8)$ ฉะนั้น $(43)_8 \times (56)_8$ จึงเท่ากับ $(3112)_8$

4. การหารเลขฐานแปด

การหารเลขฐานแปดมีวิธีปฏิบัติเช่นเดียวกันกับการคูณในเลขฐานสิบ โดยมีหลักเกณฑ์การคูณดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 2.19 จงหารเลขฐานแปดต่อไปนี้

$$(3112)_8 \div (43)_8 = (\dots)_8$$

วิธีทำ

$$\begin{array}{r} 56 \\ 43 \overline{) 3112} \\ \underline{257} \\ 322 \\ \underline{322} \\ 000 \end{array}$$

$$\therefore (3112)_8 \div (43)_8 = (56)_8$$

ตอบ $(56)_8$

สรุปขั้นตอนการหารเลขฐานแปดมีดังนี้

1. ให้นำ 43 ไปหาร 311_8 ก่อนซึ่งจะได้เท่ากับ 5
2. นำผลลัพธ์ที่ได้คือ 5 ย้อนกลับไปคูณ 43 จะได้ผลลัพธ์เป็น 257_8
3. นำ $311_8 - 257_8$ จะได้ผลลัพธ์เท่ากับ 32
4. แล้วนำ 2 ที่อยู่ต่อจาก 311 (ตัวตั้ง) มารวมกับ 32 ซึ่งจะได้เป็น 322
5. นำ 43 ไปหาร 322 จะได้ผลลัพธ์เท่ากับ 6
6. เมื่อนำ 6 ไปคูณกับ 43 จะได้ค่า 322
7. นำ $322 - 322$ มีค่าเท่ากับ 0
8. ฉะนั้น $(3112)_8 \div (43)_8$ จึงมีค่าเท่ากับ $(56)_8$

การบวก ลบ คูณ หาร เลขฐานสิบหก

1. การบวกเลขฐานสิบหก

การบวกเลขฐานสิบหกมีวิธีปฏิบัติเช่นเดียวกันกับการบวกในเลขฐานสิบแต่เนื่องจากระบบเลขฐานสิบหกมีตัวเลขที่ใช้ถึง 16 ตัวคือ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B C D E และ F ดังนั้นหลักเกณฑ์ของการบวกเลขฐานสิบหกสามารถดูได้จากตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 2.20 จงบวกเลขฐานสิบหกต่อไปนี้

$$(4356)_{16} + (5726)_{16} = (\dots\dots)_{16}$$

วิธีทำ

$$\begin{array}{r} A3C6 \\ + 2EC6 \\ \hline D28C \end{array}$$

$$\therefore (4356)_{16} + (5726)_{16} = (D28C)_{16}$$

ตอบ $(D28C)_{16}$

จากตัวอย่างผลลัพธ์ที่ได้นั้นได้มาจากหลักเกณฑ์ดังนี้

$$6+6 = (12)_{10} \text{ ซึ่งเขียนแทนด้วยตัว C}$$

C+C มีค่าเท่ากับ 24 เพราะ C มีค่าเท่ากับ 12 ซึ่ง 24 มีค่าเกิน 16 อยู่ 8 จึงต้องนำไปเป็นตัวทด

ตัวอย่างที่ 2.21 จงบวกเลขฐานสิบหกต่อไปนี้

$$(F2B71)_{16} + (54B35)_{16} = (\dots\dots\dots)_{16}$$

วิธีทำ

$$\begin{array}{r} F2B71 \\ + 54B35 \\ \hline 1476A6 \end{array}$$

$$\therefore (F2B71)_{16} + (54B35)_{16} = (1476A6)_{16}$$

ตอบ $(1476A6)_{16}$

2. การลบเลขฐานสิบหก

การลบเลขฐานสิบหกมีวิธีปฏิบัติเช่นเดียวกันกับการลบในเลขฐานสิบ โดยมีหลักเกณฑ์การลบดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 2.22 จงลบเลขฐานสิบหกต่อไปนี้

$$(123A4)_{16} - (B726)_{16} = (\dots\dots\dots)_{16}$$

| | | |
|--------|-------------|---|
| วิธีทำ | 123A4 | |
| | <u>B726</u> | - |
| | <u>6C7E</u> | |

$$\therefore (123A4)_{16} - (B726)_{16} = (6C7E)_{16}$$

ตอบ $(6C7E)_{16}$

จากตัวอย่างผลลัพธ์ที่ได้นั้นได้มาจากหลักดังนี้

$4-6 = (E)_{16}$ เนื่องจาก 4 มีค่าน้อย 6 จึงไม่สามารถลบกันได้ 4 จึงต้องไปยืมหลักข้างหน้ามาอีกสิบหกรวมกับค่าเดิมที่มีอยู่ 4 เมื่อรวมกันแล้วจึงมีค่าเท่ากับ 20 จากนั้นนำ 6 ไปลบ 20 จะได้เท่ากับ E ($20-6 = 14$ หรือ E) ส่วนหลักข้างหน้า 4 มีค่าเท่ากับ A เมื่อให้ 4 ยืมไป 1 จึงเหลือ 9 เมื่อนำ 7 ไปลบจึงมีค่าเหลือเพียง 2

ตัวอย่างที่ 2.23 จงลบเลขฐานสิบหกต่อไปนี้

$$(2B0F7)_{16} - (D6E2)_{16} = (\dots\dots\dots)_{16}$$

| | | |
|--------|--------------|---|
| วิธีทำ | 2B0F7 | |
| | <u>D6E2</u> | - |
| | <u>1DA15</u> | |

$$\therefore (2B0F7)_{16} - (D6E2)_{16} = (1DA15)_{16}$$

ตอบ $(1DA15)_{16}$

3. การคูณเลขฐานสิบหก

การคูณเลขฐานสิบหกมีวิธีปฏิบัติเช่นเดียวกันกับการคูณในเลขฐานสิบโดยมีหลักเกณฑ์การคูณดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 2.26 จงคูณเลขฐานสิบหกต่อไปนี้

$$(F7)_{16} \times (B2)_{16} = (\dots)_{16}$$

วิธีทำ

$$\begin{array}{r} F7 \\ \times \\ B2 \\ \hline 1EE \\ + \\ A9D \\ \hline ABBE \end{array}$$

$$\therefore (F7)_{16} \times (B2)_{16} = (ABBE)_{16}$$

ตอบ $(ABBE)_{16}$

จากผลลัพธ์ได้มาจากการดำเนินการดังนี้

1. ให้นำ $7 \times 2 = 14$ หรือ E

2. นำ $F \times 2 = 15 \times 2 = 30 \rightarrow 30 \div 16$ ผลลัพธ์ = 1 (ใช้เป็นตัวทดหลักต่อไป) มีเศษ 14

หรือ E ฉะนั้น $F7 \times 2$ มีค่าเท่ากับ 1EE

3. นำ $7 \times B = 77$ แล้วนำ $77 \div 16$ ผลลัพธ์ = 4 (ใช้เป็นตัวทดหลักต่อไป) มีเศษ 13 หรือมีค่าเท่ากับ D

4. นำ B ไปคูณ กับ F จะมีค่าเท่ากับ 165 บวกตัวทศอีก 4 รวมเป็น 169 แล้วนำ $169 \div 16$ มีค่าเท่ากับ 10 เหลือเศษ 9 ฉะนั้น $7 \times B$ มีค่าเท่ากับ A9D จากนั้นนำผลลัพธ์จากการคูณทั้งสองจำนวนมาบวกกันตามตำแหน่งของผลลัพธ์จากการคูณ $01EE_{16} + A5D0_{16}$ ซึ่งมีค่าเท่ากับ $ABBE_{16}$

4. การหารเลขฐานสิบหก

การหารเลขฐานสิบหกมีวิธีปฏิบัติเช่นเดียวกันกับการหารในเลขฐานสิบ โดยมีหลักเกณฑ์การหารดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 2.27 จงหารเลขฐานสิบหกต่อไปนี้

$$(ABBE)_{16} \div (B2)_{16} = (\dots)_{16}$$

วิธีทำ

$$\begin{array}{r} F7 \\ B2 \overline{)ABBE} \\ \underline{A6E} \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 4DE \\
 - \\
 \hline
 4DE \\
 \hline
 000
 \end{array}$$

$$\therefore (ABBE)_{16} \div (B2)_{16} = (F7)_{16}$$

ตอบ $(F7)_{16}$

สรุปขั้นตอนการหารเลขฐานสิบหกมีดังนี้

1. ให้นำ B2 ไปหาร $ABBE_{16}$ ซึ่งจะได้เท่ากับ F
2. นำผลลัพธ์ที่ได้คือ F ย้อนกับไปคูณ B2 จะได้ผลลัพธ์เป็น $A6E_{16}$
3. นำ $ABBE_{16} - A6E_{16}$ จะได้ผลลัพธ์เท่ากับ 4D
4. แล้วนำ E ที่อยู่ต่อจาก ABB (ตัวตั้ง) มารวมกับ 4D ซึ่งจะได้เป็น 4DE
5. นำ B2 ไปหาร 4DE จะได้ผลลัพธ์เท่ากับ 7
6. เมื่อนำ 7 ไปคูณกับ B2 จะได้ค่า 4DE
7. นำ $4DE - 4DE$ มีค่าเท่ากับ 0
8. ฉะนั้น $(ABBE)_{16} \div (B2)_{16}$ จึงมีค่าเท่ากับ $(F7)_{16}$

การใช้คอมพลิเมนต์แทนเลขจำนวนลบของเลขฐานต่าง ๆ

1. คอมพลิเมนต์เลขฐานสิบ

ในการลบเลขในระบบเลขฐานสิบ มีคอมพลิเมนต์พื้นฐาน 2 แบบที่ใช้กันบ่อยดังนี้

- 1) คอมพลิเมนต์ 9 (9's Complement)
- 2) คอมพลิเมนต์ 10 (10's Complement)

คอมพลิเมนต์เลขฐานสิบหมายถึง การลบเลขฐานสิบจำนวนใดๆ ด้วยวิธีการบวกแต่วิธีการบวกนั้นใช้เลขคอมพลิเมนต์ของตัวลบ

ตัวอย่างที่ 2.28 จงหาคอมพลิเมนต์ 9 ของ $(524108)_{10}$

วิธีทำ $(524108)_{10}$ คอมพลิเมนต์ 9 มีค่าเท่ากับ 475891
ซึ่งผลลัพธ์ดังกล่าวนี้ได้มาดังนี้ $9-5=4$

$$9-2 = 7$$

$$9-4 = 5$$

$$9-1 = 8$$

$$9-0 = 9$$

$$9-8 = 1$$

∴ คอมพลิเมนต์ 9 ของ $(524108)_{10}$ คือ $(475891)_{10}$

ตอบ $(475891)_{10}$

ตัวอย่างที่ 2.29 จงหาคอมพลิเมนต์ 10 ของ $(524108)_{10}$

คอมพลิเมนต์ 10 มีค่าเท่ากับ คอมพลิเมนต์ 9 + 1

วิธีทำ $(524108)_{10}$ คอมพลิเมนต์ 9 มีค่าเท่ากับ 475891

$(524108)_{10}$ คอมพลิเมนต์ 10 มีค่าเท่ากับ $475891+1 = 475892$

∴ คอมพลิเมนต์ 10 ของ $(524108)_{10}$ คือ $(475892)_{10}$

ตอบ $(475892)_{10}$

ตัวอย่างที่ 2.30 จงลบเลข 725 ด้วย 584 ด้วยวิธีคอมพลิเมนต์ 9

| | | | |
|--------|------------|-------------------|----------------------------------------------------------------------------------------|
| วิธีทำ | 725 | | 725 |
| | <u>584</u> | - | <u>415</u> + |
| | <u>141</u> | | <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">1</div> 140 |
| | | ตัวทด -----> | ↓ + |
| | | ตัวทดนำไปบวกเพิ่ม | <u>1</u> |
| | | | <u>141</u> |

∴ $725 - 584$ ด้วยวิธีคอมพลิเมนต์ 9 จะได้เท่ากับ 141 ซึ่งมีค่าเท่ากับการลบวิธีปกติ

ตอบ $(141)_{10}$

ตัวอย่างที่ 2.31 จงลบเลข 725 ด้วย 584 ด้วยวิธีคอมพลิเมนต์ 10

| | | |
|--------|-----|-------|
| วิธีทำ | 725 | 725 |
| | 584 | + 416 |
| | 141 | 1 141 |

คอมพลิเมนต์ 10 (คอมพลิเมนต์ 9+(1)) = (415+1) = 416

ตัวทศตัดทิ้งไม่นำมาพิจารณา ----->

∴ 725 - 584 ด้วยวิธีคอมพลิเมนต์ 10 จะได้เท่ากับ 141 ซึ่งมีค่าเท่ากับการลบวิธีปกติ

ตอบ $(141)_{10}$

การลบโดยวิธีการบวกด้วยคอมพลิเมนต์เลขฐานนั้น ผลลัพธ์จะมีค่าเท่ากันกับการลบวิธีปกติ แต่คอมพลิเมนต์ 9 แตกต่างกับคอมพลิเมนต์ 10 ตรงที่ตัวทศของผลลัพธ์จากการบวกด้วยวิธีคอมพลิเมนต์ 9 ให้นำมาบวกเพิ่ม ส่วนตัวทศของผลลัพธ์จากการบวกด้วยวิธีคอมพลิเมนต์ 10 ให้ตัดทิ้งไม่นำมาพิจารณา

2. คอมพลิเมนต์เลขฐานสิบหก

ในการลบเลขในระบบเลขฐานสิบหก มีคอมพลิเมนต์พื้นฐาน 2 แบบที่ใช้กันบ่อยดังนี้

- 1) คอมพลิเมนต์ 15 (15's Complement)
- 2) คอมพลิเมนต์ 16 (16's Complement)

คอมพลิเมนต์เลขฐานสิบหกหมายถึง การลบเลขฐานสิบหกจำนวนใด ๆ ด้วยวิธีการบวก แต่วิธีการบวกนั้นใช้เลขคอมพลิเมนต์ของตัวลบ

ตัวอย่างที่ 2.32 จงหาคอมพลิเมนต์ 15 ของ $(A5F47)_{16}$

วิธีทำ $(A5F47)_{16}$ คอมพลิเมนต์ 15 มีค่าเท่ากับ 5A0B8

ซึ่งผลลัพธ์ดังกล่าวนี้ได้มาดังนี้

| | |
|-------|----------|
| 15-10 | = 5 |
| 15-5 | = 10 = A |
| 15-15 | = 0 |
| 15-4 | = 11 = B |
| 15-7 | = 8 |

∴ คอมพลิเมนต์ 15 ของ $(A5F47)_{16}$ คือ $(5A0B8)_{16}$

ตอบ $(5A0B8)_{16}$

ตัวอย่างที่ 2.33 จงหาคอมพลิเมนต์ 16 ของ $(A5F47)_{16}$

คอมพลิเมนต์ 16 มีค่าเท่ากับ คอมพลิเมนต์ 15 + 1

วิธีทำ คอมพลิเมนต์ 15 ของ $(A5F47)_{16}$ มีค่าเท่ากับ $(5A0B8)_{16}$
 คอมพลิเมนต์ 16 ของ $(A5F47)_{16}$ มีค่าเท่ากับ $5A0B8 + 1 = 5A0B9$
 \therefore คอมพลิเมนต์ 16 ของ $(A5F47)_{16}$ คือ $(5A0B9)_{16}$

ตอบ $(5A0B9)_{16}$

ตัวอย่างที่ 2.34 จงลบเลข B04D1 ด้วย A4F3 โดยวิธีคอมพลิเมนต์ 15

| | | | |
|--------|--------------|-------------------|-----------------------------------------------------------------------|
| วิธีทำ | B04D1 | | B04D1 |
| | <u>0A4F3</u> | - | คอมพลิเมนต์ 15 ของ 0A4F3 มีค่าเท่ากับ <u>F5B0C</u> |
| | <u>A5FDE</u> | | |
| | | ตัวทด -----> | 1 A5FDD |
| | | ตัวทศนำไปบวกเพิ่ม | <u>1</u> |
| | | | <u>A5FDE</u> |

$\therefore B04D1 - 0A4F3$ ด้วยวิธีคอมพลิเมนต์ 15 จะได้เท่ากับ A5FDE

ตอบ $(A5FDE)_{16}$

ตัวอย่างที่ 2.35 จงลบเลข B04D1 ด้วย A4F3 โดยวิธีคอมพลิเมนต์ 16

| | | | |
|--------|--------------|-----------------------------------|------------------------------------------------------------------------------|
| วิธีทำ | B04D1 | | B04D1 |
| | <u>A4F3</u> | - | คอมพลิเมนต์ 16 (คอมพลิเมนต์ 15 + 1) = (F5B0C + 1) = <u>F5B0D</u> |
| | <u>A5FDE</u> | | |
| | | ตัวทดตัดทิ้งไม่นำมาพิจารณา -----> | 1 <u>A5FDE</u> |

$\therefore B04D1 - 0A4F3$ ด้วยวิธีคอมพลิเมนต์ 15 จะได้เท่ากับ A5FDE

ตอบ $(A5FDE)_{16}$

การลบโดยวิธีการบวกด้วยคอมพลิเมนต์เลขฐานนั้น ผลลัพธ์จะได้เท่ากัน แต่คอมพลิเมนต์ 15 แตกต่างกับคอมพลิเมนต์ 16 ตรงที่ตัวทดของผลลัพธ์จากการบวกด้วยวิธีคอมพลิเมนต์ 15 ให้นำมาบวกเพิ่ม ส่วนตัวทดของผลลัพธ์จากการบวกด้วยวิธีคอมพลิเมนต์ 16 ให้ตัดทิ้งไม่นำมาพิจารณา

3. คอมพลิเมนต์เลขฐานแปด

ในการลบเลขในระบบเลขฐานแปด มีคอมพลิเมนต์พื้นฐาน 2 แบบที่ใช้กันบ่อยดังนี้

- 1) คอมพลิเมนต์ 7 (7's Complement)
- 2) คอมพลิเมนต์ 8 (8's Complement)

คอมพลิเมนต์เลขฐานแปดหมายถึง การลบเลขฐานแปดจำนวนใด ๆ โดยวิธีการบวก แต่วิธีการบวกนั้นใช้เลขคอมพลิเมนต์ของตัวลบ

ตัวอย่างที่ 2.36 คอมพลิเมนต์ 7 ของ $(52470)_8$

วิธีทำ $(52470)_8$ คอมพลิเมนต์ 7 มีค่าเท่ากับ 25307

ซึ่งผลลัพธ์ดังกล่าวนี้ได้นี้มาดังนี้ $7-5 = 2$

$$7-2 = 5$$

$$7-4 = 3$$

$$7-7 = 0$$

$$7-0 = 7$$

\therefore คอมพลิเมนต์ 7 ของ $(52470)_8$ คือ $(25307)_8$

ตอบ $(25307)_8$

ตัวอย่างที่ 2.37 คอมพลิเมนต์ 8 ของ $(52470)_8$

คอมพลิเมนต์ 8 มีค่าเท่ากับ คอมพลิเมนต์ 7 + 1

วิธีทำ คอมพลิเมนต์ 7 ของ $(52470)_8$ มีค่าเท่ากับ 25307

คอมพลิเมนต์ 8 ของ $(52470)_8$ มีค่าเท่ากับ $25307+1 = 25310$

\therefore คอมพลิเมนต์ 8 ของ $(52470)_8$ คือ $(25310)_8$

ตอบ $(25310)_8$

ตัวอย่างที่ 2.38 จงลบเลข 1725 ด้วย 564 ด้วยวิธีคอมพลิเมนต์ 7

| | | | |
|--------|-------------|---|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| วิธีทำ | 1725 | | 1725 |
| | <u>564</u> | - | คอมพลิเมนต์ 7 ของ 564 มีค่าเท่ากับ <u>7213</u> ⁺ |
| | <u>1141</u> | | ตัวทด -----> |
| | | | <div style="display: inline-block; vertical-align: middle;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">1</div> <div style="display: inline-block; vertical-align: middle;">1140</div> </div> |
| | | | <div style="display: inline-block; vertical-align: middle;"> <div style="display: inline-block; vertical-align: middle;">+</div> <div style="display: inline-block; vertical-align: middle;">↓</div> <div style="display: inline-block; vertical-align: middle;">1</div> </div> |
| | | | <u>1141</u> |

ตัวทดนำไปบวกเพิ่ม

∴ 1725 - 564 ด้วยวิธีคอมพลิเมนต์ 7 จะได้เท่ากับ 1141 ซึ่งมีค่าเท่ากับการลบวิธีปกติ

ตอบ (1141)₈

ตัวอย่างที่ 2.39 จงลบเลข 1725 ด้วย 564 ด้วยวิธีคอมพลิเมนต์ 8

| | | | |
|--------|-------------|---|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| วิธีทำ | 1725 | | 1725 |
| | <u>564</u> | - | คอมพลิเมนต์ 8 (คอมพลิเมนต์ 7+(1)) = (7213+1) = <u>7214</u> ⁺ |
| | <u>1141</u> | | ตัวทดตัดทิ้งไม่นำมาพิจารณา -----> |
| | | | <div style="display: inline-block; vertical-align: middle;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">1</div> <div style="display: inline-block; vertical-align: middle;">1141</div> </div> |

∴ 1725-564 ด้วยวิธีคอมพลิเมนต์ 8 จะได้เท่ากับ 1141 ซึ่งมีค่าเท่ากับการลบวิธีปกติ

ตอบ (1141)₈

การลบโดยวิธีการบวกด้วยคอมพลิเมนต์เลขฐานนั้น ผลลัพธ์จะได้เท่ากันกับการลบวิธีปกติ แต่คอมพลิเมนต์ 7 แตกต่างกับคอมพลิเมนต์ 8 ตรงที่ตัวทดของผลลัพธ์จากการบวกด้วยวิธีคอมพลิเมนต์ 7 ให้นำมาบวกเพิ่ม ส่วนตัวทดของผลลัพธ์จากการบวกด้วยวิธีคอมพลิเมนต์ 8 ให้ตัดทิ้งไม่นำมาพิจารณา

4. คอมพลิเมนต์เลขฐานสอง ในการลบเลขในระบบเลขฐานสอง มีคอมพลิเมนต์พื้นฐาน 2 แบบที่ใช้กันบ่อยดังนี้

- 1) คอมพลิเมนต์ 1 (1's Complement)
- 2) คอมพลิเมนต์ 2 (2's Complement)

การคอมพลิเมนต์เลขฐานสองหมายถึง การลบเลขฐานสองจำนวนใด ๆ โดยวิธีการบวกแต่วิธี การบวกนั้นใช้เลขคอมพลิเมนต์ของตัวเองลบ

ตัวอย่างที่ 2.40 คอมพลิเมนต์ 1 ของ $(11011)_2$

วิธีทำ $(11011)_2$ คอมพลิเมนต์ 1 มีค่าเท่ากับ 00100

ซึ่งผลลัพธ์ดังกล่าวนี้ได้นำมาดังนี้ $1-1 = 0$

$$1-1 = 0$$

$$1-0 = 1$$

$$1-1 = 0$$

$$1-1 = 0$$

\therefore คอมพลิเมนต์ 1 ของ $(11011)_2$ คือ $(00100)_2$

ตอบ $(00100)_2$

ตัวอย่างที่ 2.41 คอมพลิเมนต์ 2 ของ $(11011)_2$

คอมพลิเมนต์ 2 มีค่าเท่ากับ คอมพลิเมนต์ 1 + 1

วิธีทำ คอมพลิเมนต์ 1 ของ $(11011)_2$ มีค่าเท่ากับ 00100

คอมพลิเมนต์ 2 ของ $(11011)_2$ มีค่าเท่ากับ $00100+1 = 00101$

\therefore คอมพลิเมนต์ 2 ของ $(11011)_2$ คือ $(00101)_2$

ตอบ $(00101)_2$

ตัวอย่างที่ 2.42 จงลบเลข 10011 ด้วย 1101 โดยวิธีคอมพลิเมนต์ 1

วิธีทำ

| | | | |
|--------------|---|-------------------------------------|--------------|
| <u>10011</u> | - | คอมพลิเมนต์ 1 ของ 1101 มีค่าเท่ากับ | <u>10011</u> |
| <u>1101</u> | | | <u>10010</u> |
| <u>110</u> | | ตัวทด -----> | 1 00101 |
| | | | ↓ + |
| | | ตัวทดนำไปบวกเพิ่ม | <u>110</u> |

\therefore $10011-1101$ ด้วยวิธีคอมพลิเมนต์ 1 จะได้เท่ากับ 110 จะมีค่าเท่ากับการลบวิธีปกติ

ตอบ $(110)_2$

ก. $(846AC.B9D)_{16} - (6E4D.F8)_{16}$

3. จงคูณเลขฐานต่อไปนี้อย่างถูกต้อง

ก. $(1011011)_2 \times (1101)_2$

ข. $(10110.11)_2 \times (11.01)_2$

ค. $(3214)_8 \times (43)_8$

ง. $(321.4)_8 \times (43.7)_8$

จ. $(846AC)_{16} \times (6E)_{16}$

ฉ. $(846.AC)_{16} \times (6E.A)_{16}$

4. จงหารเลขฐานต่อไปนี้อย่างถูกต้อง

ก. $(1010010111)_2 \div (110011)_2$

ข. $(1227)_8 \div (63)_8$

ค. $(297)_{16} \div (22)_{16}$

5. จงลบเลขฐานสองต่อไปนี้ด้วยวิธีการบวกโดยใช้คอมพลิเมนต์ 1

ก. $(1101101)_2 - (0110110)_2$

ข. $(1110010)_2 - (0111100011)_2$

6. จงลบเลขฐานสองต่อไปนี้ด้วยวิธีการบวกโดยใช้คอมพลิเมนต์ 2

ก. $(1011101)_2 - (0111011)_2$

ข. $(11100111)_2 - (011110011)_2$

7. จงลบเลขฐานแปดต่อไปนี้ด้วยวิธีการบวกโดยใช้คอมพลิเมนต์ 7

ก. $(7654)_8 - (3576)_8$

ข. $(77564)_8 - (61573)_8$

8. จงลบเลขฐานแปดต่อไปนี้ด้วยวิธีการบวกโดยใช้คอมพลิเมนต์ 8

ก. $(4567)_8 - (3765)_8$

ข. $(773355)_8 - (567437)_8$

9. จงลบเลขฐานสิบหกต่อไปนี้ด้วยวิธีการบวกโดยใช้คอมพลิเมนต์ 15

ก. $(5A3E)_{16} - (3FAC)_{16}$

ข. $(FEAC3)_{16} - (DEACB)_{16}$

10. จงลบเลขฐานสิบหกต่อไปนี้ด้วยวิธีการบวกโดยใช้คอมพลิเมนต์ 16

ก. $(79A53E)_{16} - (5AE397)_{16}$

ข. $(A73F5BCD)_{16} - (9E5BCDE7)_{16}$

เอกสารอ้างอิง

ธนัท ชัยยุทธ และกณพ แก้วพิชัย. 2546. **ดิจิทัลพื้นฐาน**. กรุงเทพมหานคร : ซีเอ็ดดูเคชั่น จำกัด.
 ธวัชชัย เลื่อนจวี และอนรรักษ์ เกื่อนศิริ. 2546. **ดิจิทัลเทคนิค**. กรุงเทพมหานคร : มิตรนราการพิมพ์.
 นภัทร วัจนเทพินทร์. 2545. **วงจรดิจิทัล ภาคปฏิบัติ**. กรุงเทพมหานคร : สยามสปอร์ต ซินดิเคท.
 มงคล ทองสงคราม. 2545. **ดิจิทัลเบื้องต้น**. กรุงเทพมหานคร : รามการพิมพ์.
 รุ่งแสง เครือไวยสุวรรณ. 2545. **การออกแบบวงจรดิจิทัล**. กรุงเทพมหานคร : สมาคมส่งเสริมเทคโนโลยี.