

2.2 ระบบตัวเลขฐานต่าง ๆ (2 ชั่วโมง)

จุดประสงค์ นักเรียนสามารถ

1. บอกเลขโดดที่ใช้ในระบบตัวเลขฐานต่าง ๆ ที่กำหนดให้ได้
2. บอกค่าของเลขโดดในระบบตัวเลขฐานต่าง ๆ ที่กำหนดให้ได้
3. เขียนและอ่านตัวเลขในระบบตัวเลขฐานต่าง ๆ ได้
4. เปลี่ยนตัวเลขในระบบตัวเลขฐานสิบเป็นตัวเลขในระบบตัวเลขฐานที่กำหนดให้ได้
5. เปลี่ยนตัวเลขในระบบตัวเลขฐานต่าง ๆ เป็นตัวเลขในระบบตัวเลขฐานสิบได้

ระบบตัวเลขฐาน

เลขฐาน หมายถึง กลุ่มข้อมูลที่มีจำนวนหลัก (Digit) ตามชื่อของฐานนั้นๆ เช่น เลขฐานสอง ฐานแปด และฐานสิบ ประกอบด้วยข้อมูลตัวเลขจำนวนสองหลัก (0-1) แปดหลัก (0-7) และสิบหลัก (0-9) ตามลำดับ

ระบบเลข เป็นสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่แสดงถึงจำนวนต่าง ๆ ระบบเลขแต่ละระบบมีจำนวนตัวเลขที่ใช้เหมือนกับชื่อของระบบตัวเลขนั้น และมีฐานของจำนวนเลขตามชื่อของมัน เช่น เลขฐานสอง เลขฐานแปด เลขฐานสิบ เลขฐานสิบหก

- **ระบบเลขฐานสอง (Binary Number)**

เป็นเลขฐานที่ประกอบด้วยตัวเลข 2 ตัว คือ 0 และ 1 ซึ่งเลข 0 กับ 1 เป็นเลขที่นิยมใช้กับคอมพิวเตอร์ในการประมวลผลการทำงาน การเก็บข้อมูล หรือโปรแกรมที่เกี่ยวข้องกับสถานะทางไฟฟ้า

- **ระบบเลขฐานแปด (Octal Number)**

เป็นเลขฐานที่ประกอบด้วยเลข 8 ตัวคือ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, รวมแปดตัว

- **ระบบเลขฐานสิบ (Decimal Number)**

เป็นเลขฐานที่ประกอบด้วยเลข 10 ตัว คือ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ซึ่งเลขฐาน 10 เป็นเลขฐานที่มนุษย์ทั่วไปสามารถเข้าใจได้ง่ายมากที่สุด เพราะว่าเป็นตัวเลขที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน

- ระบบเลขฐานสิบหก (Hexadecimal Number)

เป็นเลขฐานที่ประกอบด้วยเลข 10 ตัวและตัวอักษร 6 ตัว คือตัวเลข 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, และตัวอักษร คือ A แทน 10, B แทน 11, C แทน 12, D แทน 13, E แทน 14, F แทน 15 ซึ่งรวมกันแล้วได้ 16 ตัว

เลขฐานสิบ	เลขฐานสอง	เลขฐานแปด	เลขฐานสิบหก
0	0000	0	0
1	0001	1	1
2	0010	2	2
3	0011	3	3
4	0100	4	4
5	0101	5	5
6	0110	6	6
7	0111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	10

ตาราง แสดงจำนวนตัวเลข ของเลขฐานต่างๆ

ชื่อฐานเลข	จำนวนตัวเลขในแต่ละหลัก													
ฐานสอง	0	1												
ฐานแปด	0	1	2	..	7									
ฐานสิบ	0	1	2	..	7	8	9							
ฐานสิบหก	0	1	2	..	7	8	9	A	B	C	D	E	F	

การเขียนตัวเลขในรูปเลขฐานต่างๆโดยทั่วไปนิยมเขียนตัวเลขระบบฐานกำกับไว้ด้วย
เสมอ (ยกเว้นเลขฐานสิบ) เช่น $(1011)_2$ หมายถึงเลขฐานสอง

$(452)_8$ หมายถึงเลขฐานแปด

$(1000)_{10}$ หมายถึงเลขฐานสิบ แต่ทั่วไปไม่เขียนตัวเลขระบบฐานกำกับ

$(3C)_{16}$ หมายถึงเลขฐานสิบหก

ตัวอย่างการเขียน 748 เป็นตัวเลขในระบบฐานห้าในหนังสือเรียนหน้า 68 และอธิบายเพิ่มเติมให้เห็นเป็นรูปธรรม โดยให้นักเรียนคิดว่าถ้านำดินสอ 748 แท่งมามัดเป็นมัด มัดละ 5 แท่ง และทุกครั้งที่ครบ 5 มัด ให้มัดเป็นมัดที่ใหญ่ขึ้นเรื่อย ๆ ในที่นี้จะได้นิสอมมัดที่ใหญ่ที่สุดมี 625 แท่ง ร อ ง ล ง ม า มีมัด ละ 25 แท่ง มัด ละ 5 แท่งและ เศษ อีก 3 แท่ง

หาจำนวนมัดของดินสอแต่ละมัดที่มีจำนวนเท่า ๆ กันแล้วเขียนจำนวนมัดที่ได้ในตารางที่แสดงหลัก และค่าประจำหลัก ดังนี้

จำนวนดินสอมี 748 แท่ง

จำนวนดินสอมัดละ 625 แท่งมี 1 มัด เขียน 1 ในช่องหลักที่ห้า

$$[\text{เหลือดินสอ } 748 - 625 = 123 \text{ แท่ง}]$$

จำนวนดินสอมัดละ 125 แท่งมี 0 มัด เขียน 0 ในช่องหลักที่สี่

$$[\text{เหลือดินสอ } 123 \text{ แท่ง}]$$

จำนวนดินสอมัดละ 25 แท่งมี 4 มัด เขียน 4 ในช่องหลักที่สาม

$$[\text{เหลือดินสอ } 123 - (4 \times 25) = 23 \text{ แท่ง}]$$

จำนวนดินสอมัดละ 5 แท่งมี 4 มัด เขียน 4 ในช่องหลักที่สอง

$$[\text{เหลือดินสอ } 23 - (4 \times 5) = 3 \text{ แท่ง}]$$

เหลือดินสอที่เป็นเศษอีก 3 แท่ง เขียน 3 ในช่องหลักที่หนึ่ง ดังตาราง

หลักที่	หก	ห้า	สี่	สาม	สอง	หนึ่ง
ค่าประจำหลัก	5^5 (3125)	5^4 (625)	5^3 (125)	5^2 (25)	5^1 (5)	5^0 1
เลขโดด		1	0	4	4	3

จะได้ $748 = (1 \times 625) + (0 \times 125) + (4 \times 25) + (4 \times 5) + (3 \times 1)$
ดังนั้น $748 = 10443_{\text{ห้า}}$

เมื่อพิจารณาคำตอบจากรูปการหารที่มีแนวคิดสอดคล้องกับการมัดดินสอซึ่งมัดเป็นมัดละ 5 แท่ง
25 แท่ง 125 แท่ง และ 625 แท่ง เช่นเดียวกับในตารางดังนี้

แนวคิด

5) 748

5) 149 เศษ 3 [ดินสอมัดละ 5 แท่ง จำนวน 149 มัด กับเศษ 3 แท่ง]

5) 29 เศษ 4 [ดินสอมัดละ 25 แท่ง หรือ 5×5 จำนวน 29 มัด กับเศษอีก 4 มัด มัดละ 5 แท่ง]

5) 5 เศษ 4 [ดินสอมัดละ 125 แท่ง หรือ $5 \times 5 \times 5$ จำนวน 5 มัด กับเศษอีก 4 มัด มัดละ 25 แท่ง]

1 เศษ 0 [ดินสอมัดละ 625 แท่ง หรือ $5 \times 5 \times 5 \times 5$ จำนวน 1 มัดเศษ 0]

ดังนั้น $748 = 10443_{\text{ห้า}}$

แบบฝึกหัดเรื่อง ระบบตัวเลขฐาน ชุด 3

A เปลี่ยนตัวเลขในระบบตัวเลขฐานต่าง ๆ เป็นตัวเลขในระบบตัวเลขฐานสิบ ให้นักเรียนทำข้อที่เหลือ			
ข้อ	ระบบตัวเลขฐาน	การกระจาย	ระบบตัวเลขฐานสิบ
1	110010_2	$(1 \times 2^5) + (1 \times 2^4) + (0 \times 2^3) + (0 \times 2^2) + (1 \times 2^1) + (0 \times 2^0)$	50
2	100100_2
3	111101_2
4	2112_3
5	13112_4
6	1464_7
7	21131_4
8	1423_5
9	276_8
10	$12A3_{12}$	$(1 \times 12^3) + (2 \times 12^2) + (10 \times 12^1) + (3 \times 12^0)$
11	11110_2
12	110000_2
13	22110_3
14	130010_4
15	101100_2
16	111111_2
17	1112_3
18	12130_4
19	1401_5
ตัวอย่าง การเปลี่ยนระบบตัวเลขฐานต่างๆ เป็นระบบตัวเลขฐานสิบ			
<div>$110010_2 = (1 \times 2^5) + (1 \times 2^4) + (0 \times 2^3) + (0 \times 2^2) + (1 \times 2^1) + (0 \times 2^0)$$= 32 + 16 + 0 + 0 + 2 + 0$<div><div>2</div><div><div>110010</div><div>↓26122450</div><div>136122550</div></div></div></div>			

แบบฝึกหัดเรื่อง ระบบตัวเลขฐาน ชุด 4

A จงเขียนระบบตัวเลขฐานต่างๆ เป็นระบบตัวเลขฐานสิบ			B จงเขียนระบบตัวเลขฐานสิบให้เป็นระบบตัวเลขฐานต่างๆ		
1	11110_2	1	34 เป็นระบบ ตัวเลขฐาน 5
2	0000_2	2	73 เป็นระบบ ตัวเลขฐาน 4
3	22110_3	3	82 เป็นระบบ ตัวเลขฐาน 6
4	30010_4	4	97 เป็นระบบ ตัวเลขฐาน 8
5	11100_2	5	131 เป็นระบบ ตัวเลขฐาน 7
6	122_3	6	147 เป็นระบบ ตัวเลขฐาน 8
7	11200_3	7	250 เป็นระบบ ตัวเลขฐาน 9
8	11010_2	8	347 เป็นระบบ ตัวเลขฐาน 12
9	$00 \ 0_2$	9	467 เป็นระบบ ตัวเลขฐาน 11

2.3 การเปลี่ยนฐานในระบบตัวเลข (2 ชั่วโมง)

จุดประสงค์

นักเรียนสามารถเปลี่ยนฐานในระบบตัวเลขฐานที่กำหนดให้เป็นตัวเลขในระบบฐานอื่นได้

ตัวอย่าง จงเขียนคำตอบของ $12211_3 - 1111_2$ ให้อยู่ในระบบตัวเลขฐาน 5

วิธีทำ

$$12211_3 = 725$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} 3 & 1 & 2 & 2 & 1 & 1 \\ & \downarrow & & & & \\ & 3 & 15 & 51 & 156 & \\ \hline & 1 & 5 & 17 & 52 & 157 \end{array}$$

$$1111_2 = 15$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ & \downarrow & & & \\ & 2 & 6 & 14 & \\ \hline & 1 & 3 & 7 & 15 \end{array}$$

$$\text{ดังนั้น } 12211_3 - 1111_2 = 157 - 15 = 142$$

เปลี่ยน 142 ให้เป็นระบบตัวเลขฐาน 5 ได้ดังนี้

$$\begin{array}{r} 5 \overline{)142} \\ 5 \overline{)28} \quad \uparrow \text{เศษ 2} \\ 5 \overline{)5} \quad \uparrow \text{เศษ 3} \\ \underline{1} \quad \uparrow \text{เศษ 0} \end{array}$$

$$\text{ดังนั้น } 12211_3 - 1111_2 = 1032_5 \quad \text{ตอบ}$$

ตัวอย่าง จงเขียนคำตอบของ $23110_4 + 10110_2 - 1112_3$ ให้อยู่ในระบบตัวเลขฐาน 8

วิธีทำ

$$23110_4 = 725$$

4		2	3	1	1	0
		↓	8	44	180	724
			2	11	45	181
						(725)

$$10110_2 = 22$$

2		1	0	1	1	0
		↓	2	4	10	22
			1	2	5	11
						(22)

$$1112_3 = 41$$

3		1	1	1	2
		↓	3	12	39
			1	4	13
					(41)

$$\text{ดังนั้น } 23110_4 + 10110_2 - 1112_3 = 725 + 22 - 41 = 704$$

เปลี่ยน 704 ให้เป็นระบบตัวเลขฐาน 8 ได้ดังนี้

$$\begin{array}{r} 8 \overline{)704} \\ 8 \overline{)85} \quad \uparrow \text{เศษ 4} \\ 8 \overline{)10} \quad \uparrow \text{เศษ 5} \\ \underline{1} \quad \uparrow \text{เศษ 2} \end{array}$$

$$\text{ดังนั้น } 23110_4 + 10110_2 - 1112_3 = 1254_8 \quad \text{ตอบ}$$

B จงแสดงวิธีทำการเปลี่ยนฐานในระบบตัวเลข

[illegible]