

2.2 ระบบตัวเลขฐานต่าง ๆ (2 ชั่วโมง)

จุดประสงค์ นักเรียนสามารถ

1. บอกเลขโดดที่ใช้ในระบบตัวเลขฐานต่าง ๆ ที่กำหนดให้ได้
2. บอกค่าของเลขโดดในระบบตัวเลขฐานต่าง ๆ ที่กำหนดให้ได้
3. เขียนและอ่านตัวเลขในระบบตัวเลขฐานต่าง ๆ ได้
4. เปลี่ยนตัวเลขในระบบตัวเลขฐานสิบเป็นตัวเลขในระบบตัวเลขฐานที่กำหนดให้ได้
5. เปลี่ยนตัวเลขในระบบตัวเลขฐานต่าง ๆ เป็นตัวเลขในระบบตัวเลขฐานสิบได้

ระบบตัวเลขฐาน

เลขฐาน หมายถึง กลุ่มข้อมูลที่มีจำนวนหลัก (Digit) ตามชื่อของฐานนั้นๆ เช่น เลขฐานสอง ฐานแปด และฐานสิบ ประกอบด้วยข้อมูลตัวเลขจำนวนสองหลัก (0-1) แปดหลัก (0-7) และสิบหลัก (0-9) ตามลำดับ

ระบบเลข เป็นสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่แสดงถึงจำนวนต่าง ๆ ระบบเลขแต่ละระบบมีจำนวนตัวเลขที่ใช้เหมือนกับชื่อของระบบตัวเลขนั้น และมีฐานของจำนวนเลขตามชื่อของมัน เช่น เลขฐานสอง เลขฐานแปด เลขฐานสิบ เลขฐานสิบหก

- **ระบบเลขฐานสอง (Binary Number)**

เป็นเลขฐานที่ประกอบด้วยตัวเลข 2 ตัว คือ 0 และ 1 ซึ่งเลข 0 กับ 1 เป็นเลขที่นิยมใช้กับคอมพิวเตอร์ในการประมวลผลการทำงาน การเก็บข้อมูล หรือโปรแกรมที่เกี่ยวข้องกับสถานะทางไฟฟ้า

- **ระบบเลขฐานแปด (Octal Number)**

เป็นเลขฐานที่ประกอบด้วยเลข 8 ตัวคือ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, รวมแปดตัว

- **ระบบเลขฐานสิบ (Decimal Number)**

เป็นเลขฐานที่ประกอบด้วยเลข 10 ตัว คือ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ซึ่งเลขฐาน 10 เป็นเลขฐานที่มนุษย์ทั่วไปสามารถเข้าใจได้ง่ายมากที่สุด เพราะว่าเป็นตัวเลขที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน

- ระบบเลขฐานสิบหก (Hexadecimal Number)

เป็นเลขฐานที่ประกอบด้วยเลข 10 ตัวและตัวอักษร 6 ตัว คือตัวเลข 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, และตัวอักษร คือ A แทน 10, B แทน 11, C แทน 12, D แทน 13, E แทน 14, F แทน 15 ซึ่งรวมกันได้ 16 ตัว

เลขฐานสิบ	เลขฐานสอง	เลขฐานแปด	เลขฐานสิบหก
0	0000	0	0
1	0001	1	1
2	0010	2	2
3	0011	3	3
4	0100	4	4
5	0101	5	5
6	0110	6	6
7	0111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	10

ตาราง แสดงจำนวนตัวเลข ของเลขฐานต่างๆ

ชื่อฐานเลข	จำนวนตัวเลขในแต่ละหลัก											
ฐานสอง	0	1										
ฐานแปด	0	1	2	..	7							
ฐานสิบ	0	1	2	..	7	8	9					
ฐานสิบหก	0	1	2	..	7	8	9	A	B	C	D	E
								F				

การเขียนตัวเลขในรูปเลขฐานต่างๆโดยทั่วไปนิยมเขียนตัวเลขระบุฐานกำกับไว้ด้วย
เลขมอ (ยกเว้นเลขฐานสิบ) เช่น $(1011)_2$ หมายถึงเลขฐานสอง

$(452)_8$ หมายถึงเลขฐานแปด

$(1000)_{10}$ หมายถึงเลขฐานสิบ แต่ทั่วไปไม่เขียนตัวเลขระบุฐานกำกับ

$(3C)_{16}$ หมายถึงเลขฐานสิบหก

ตัวอย่างการเขียน 748 เป็นตัวเลขในระบบฐานห้าในหนังสือเรียนหน้า 68 และอธิบายเพิ่มเติมให้เห็น
เป็นรูปธรรม โดยให้นักเรียนคิดว่าถ้านำดินสอ 748 แท่งมามัดเป็นมัด มัดละ 5 แท่ง และทุกครั้งที่ครบ
5 มัด ให้มัดเป็นมัดที่ใหม่ขึ้นเรื่อยๆ ในที่นี้จะได้ดินสอมัดที่ใหม่ๆ ที่สุดมี 625 แท่ง รองลงมานมัดละ 25
แท่ง มัดละ 5 แท่งและเศษ อีก 3 แท่ง

หาจำนวนมัดของดินสอแต่ละมัดที่มีจำนวนเท่าๆ กันแล้วเขียนจำนวนมัดที่ได้ในตารางที่แสดงหลัง
และค่าประจำหลัก ดังนี้

จำนวนดินสอมี 748 แท่ง

จำนวนดินสอมัดละ 625 แท่งมี 1 มัด เขียน 1 ในช่องหลักที่ห้า

$$[\text{เหลือดินสอ } 748 - 625 = 123 \text{ แท่ง}]$$

จำนวนดินสอมัดละ 125 แท่งมี 0 มัด เขียน 0 ในช่องหลักที่สี่

$$[\text{เหลือดินสอ } 123 \text{ แท่ง}]$$

จำนวนดินสอมัดละ 25 แท่งมี 4 มัด เขียน 4 ในช่องหลักที่สาม

$$[\text{เหลือดินสอ } 123 - (4 \times 25) = 23 \text{ แท่ง}]$$

จำนวนดินสอมัดละ 5 แท่งมี 4 มัด เขียน 4 ในช่องหลักที่สอง

$$[\text{เหลือดินสอ } 23 - (4 \times 5) = 3 \text{ แท่ง}]$$

เหลือดินสอที่เป็นเศษอีก 3 แท่ง เขียน 3 ในช่องหลักที่หนึ่ง ดังตาราง

หลักที่	หก	ห้า	สี่	สาม	สอง	หนึ่ง
ค่าประจำหลัก	5^5 (3125)	5^4 (625)	5^3 (125)	5^2 (25)	5^1 (5)	5^0 1
เลขโดด		1	0	4	4	3

$$\text{จะได้ } 748 = (1 \times 625) + (0 \times 125) + (4 \times 25) + (4 \times 5) + (3 \times 1)$$

$$\text{ดังนั้น } 748 = 10443_{\text{ห}}$$

เมื่อพิจารณาคำตอบจากรูปการหารที่มีแนวคิดสอดคล้องกับการบวกดิบซึ่งมัดเป็นมัดละ 5 แท่ง 25 แท่ง 125 แท่ง และ 625 แท่ง เช่นเดียวกับในตารางดังนี้

แนวคิด

5) 748

5) 149 เศษ 3 [ดินสอมัดละ 5 แท่ง จำนวน 149 มัด กับเศษ 3 แท่ง]

5) 29 เศษ 4 [ดินสอมัดละ 25 แท่ง หรือ 5×5 จำนวน 29 มัด กับเศษอีก 4 มัด มัดละ 5 แท่ง]

5) 5 เศษ 4 [ดินสอมัดละ 125 แท่ง หรือ $5 \times 5 \times 5$ จำนวน 5 มัด กับเศษอีก 4 มัด มัดละ 25 แท่ง]

1 เศษ 0 [ดินสอมัดละ 625 แท่ง หรือ $5 \times 5 \times 5 \times 5$ จำนวน 1 มัดเศษ 0]

ดังนั้น $748 = 10443_{\text{ห}}$

แบบฝึกหัดเรื่อง ระบบตัวเลขฐาน ชุด 3

A เปลี่ยนตัวเลขในระบบตัวเลขฐานต่าง ๆ เป็นตัวเลขในระบบตัวเลขฐานสิบ ให้นักเรียนทำข้อที่เหลือ

ข้อ	ระบบตัวเลขฐาน	การกระจาย	ระบบตัวเลขฐานสิบ																											
1	110010_2	$(1 \times 2^5) + (1 \times 2^4) + (0 \times 2^3) + (0 \times 2^2) + (1 \times 2^1) + (0 \times 2^0)$	50																											
2	100100_2																											
3	111101_2																											
4	2112_3																											
5	13112_4																											
6	1464_7																											
7	21131_4																											
8	1423_5																											
9	276_8																											
10	$12A3_{12}$	$(1 \times 12^3) + (2 \times 12^2) + (10 \times 12^1) + (3 \times 12^0)$																											
11	11110_2																											
12	110000_2																											
13	22110_3																											
14	130010_4																											
15	101100_2																											
16	111111_2																											
17	1112_3																											
18	12130_4																											
19	1401_5																											
<u>ตัวอย่าง การเปลี่ยนระบบตัวเลขฐานต่างๆ เป็นระบบตัวเลขฐานสิบ</u>																														
$ \begin{aligned} 110010_2 &= (1 \times 2^5) + (1 \times 2^4) + (0 \times 2^3) + (0 \times 2^2) + (1 \times 2^1) + (0 \times 2^0) \\ &= 32 + 16 + 0 + 0 + 2 + 0 \end{aligned} $ <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding-right: 10px;">2</td> <td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 10px; border-bottom: 1px solid black;">1</td> <td style="padding-right: 10px;">1</td> <td style="padding-right: 10px;">0</td> <td style="padding-right: 10px;">0</td> <td style="padding-right: 10px;">1</td> <td style="padding-right: 10px;">0</td> </tr> <tr> <td style="padding-right: 10px;"></td> <td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 10px; border-bottom: 1px solid black;">↓</td> <td style="padding-right: 10px;">2</td> <td style="padding-right: 10px;">6</td> <td style="padding-right: 10px;">12</td> <td style="padding-right: 10px;">24</td> <td style="padding-right: 10px;">50</td> </tr> <tr> <td style="padding-right: 10px;"></td> <td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 10px;"></td> <td style="padding-right: 10px;">1</td> <td style="padding-right: 10px;">3</td> <td style="padding-right: 10px;">6</td> <td style="padding-right: 10px;">12</td> <td style="padding-right: 10px;">25</td> </tr> <tr> <td style="padding-right: 10px;"></td> <td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 10px;"></td> <td style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">50</td> <td style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;"></td> <td style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;"></td> <td style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;"></td> <td style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;"></td> </tr> </table>			2	1	1	0	0	1	0		↓	2	6	12	24	50			1	3	6	12	25			50				
2	1	1	0	0	1	0																								
	↓	2	6	12	24	50																								
		1	3	6	12	25																								
		50																												

แบบฝึกหัดเรื่อง ระบบตัวเลขฐาน ชุด 4

A จงเขียนระบบตัวเลขฐานต่างๆ เป็นระบบตัวเลขฐานสิบ			B จงเขียนระบบตัวเลขฐานสิบให้เป็นระบบตัวเลขฐานต่างๆ		
1	11110_2	1	34 เป็นระบบ ตัวเลขฐาน 5
2	0000_2	2	73 เป็นระบบ ตัวเลขฐาน 4
3	22110_3	3	82 เป็นระบบ ตัวเลขฐาน 6
4	30010_4	4	97 เป็นระบบ ตัวเลขฐาน 8
5	11100_2	5	131 เป็นระบบ ตัวเลขฐาน 7
6	122_3	6	147 เป็นระบบ ตัวเลขฐาน 8
7	11200_3	7	250 เป็นระบบ ตัวเลขฐาน 9
8	11010_2	8	347 เป็นระบบ ตัวเลขฐาน 12
9	$00 \quad 0_2$	9	467 เป็นระบบ ตัวเลขฐาน 11

2.3 การเปลี่ยนฐานในระบบตัวเลข (2 ชั่วโมง)

จุดประสงค์

นักเรียนสามารถเปลี่ยนฐานในระบบตัวเลขฐานที่กำหนดให้เป็นตัวเลขในระบบฐานอื่นได้

ตัวอย่าง จงเขียนคำตอบของ $12211_3 - 1111_2$ ให้อยู่ในระบบตัวเลขฐาน 5

วิธีทำ $12211_3 = 725$

$$\begin{array}{r} 3 \Big| 1 & 2 & 2 & 1 & 1 \\ \downarrow & & & & \\ 3 & 15 & 51 & 156 \\ \hline 1 & 5 & 17 & 52 & 157 \end{array}$$

$1111_2 = 15$

$$\begin{array}{r} 2 \Big| 1 & 1 & 1 & 1 \\ \downarrow & & & \\ 2 & 6 & 14 \\ \hline 1 & 3 & 7 & 15 \end{array}$$

ดังนั้น $12211_3 - 1111_2 = 157 - 15 = 142$
เปลี่ยน 142 ให้เป็นระบบตัวเลขฐาน 5 ได้ดังนี้

$5) 142$

$$\begin{array}{r} 5) 28 \\ 5) 5 \\ \underline{-1} \end{array}$$

เศษ 2
เศษ 3
เศษ 0

ดังนั้น $12211_3 - 1111_2 = 1032_5$ ตอบ

ตัวอย่าง จะเปลี่ยนคำตอบของ $23110_4 + 10110_2 - 1112_3$ ให้อยู่ในระบบตัวเลขฐาน 8

วิธีทำ

$$23110_4 = 725$$

$$\begin{array}{r} 2 \quad 3 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \\ \downarrow \\ 8 \quad 44 \quad 180 \quad 724 \\ \hline 2 \quad 11 \quad 45 \quad 181 \quad 725 \end{array}$$

$$10110_2 = 22$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \\ \downarrow \\ 2 \quad 4 \quad 10 \quad 22 \\ \hline 1 \quad 2 \quad 5 \quad 11 \quad 22 \end{array}$$

$$1112_3 = 41$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 1 \quad 1 \quad 2 \\ \downarrow \\ 3 \quad 12 \quad 39 \\ \hline 1 \quad 4 \quad 13 \quad 41 \end{array}$$

$$\text{ดังนั้น } 23110_4 + 10110_2 - 1112_3 = 725 + 22 - 41 = 704$$

เปลี่ยน 704 ให้เป็นระบบตัวเลขฐาน 8 ได้ดังนี้

$$8)704$$

$$\begin{array}{r} 8)85 \quad \uparrow \text{เศษ 4} \\ 8)10 \quad \uparrow \text{เศษ 5} \\ \underline{1} \quad \text{เศษ 2} \end{array}$$

$$\text{ดังนั้น } 23110_4 + 10110_2 - 1112_3 = 1254_8 \quad \underline{\text{ตอบ}}$$

แบบฝึกหัดเรื่อง ระบบตัวเลขฐาน ชุด 5

A จงแสดงวิธีทำการเปลี่ยนฐานในระบบตัวเลข

B จงแสดงวิธีทำการเปลี่ยนฐานในระบบตัวเลข