บทที่ 3 พีชคณิตบูลีน

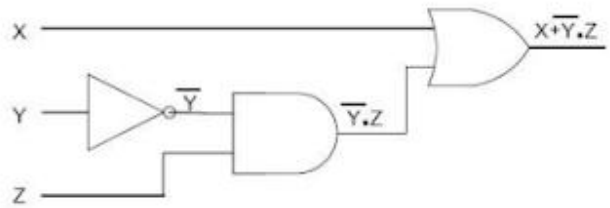
พีชคณิตแบบบูลีน เป็นเทคนิคแบบหนึ่งที่ใช้ในการลดรูป Switching Function ในพีชคณิตบูลีนเราใช้ ตัวอักษร A,B,C,... แทนตัวแปรค่า 2 สภาวะ คือ 0 หรือ 1 ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรแต่ละตัวเราใช้ เครื่องหมายทางเลขคณิตแทนความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรค่านั้น เครื่องหมายทางเลขคณิตดังกล่าวได้แก่

- เครื่องหมาย . (จุด) แทนความหมาย AND
- เครื่องหมาย + (บวก) แทนความหมาย OR
- เครื่องหมาย - (Bar) แทนความหมาย NOT

พีชคณิตแบบบูลีน ใช้แสดงค่าของเลขฐานสองและการคำนวณทางตรรกศาสตร์สัญลักษณ์ตัวแปรที่ใช้ จะแทนด้วยตัวอักษรเช่น A, B, x และ y เป็นต้น ค่าทางตรรกศาสตร์ที่ใช้ในการคำนวณได้แก่ AND, OR และ Complement

x	y	z	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

a) Truth table



b) Logic Diagram

ภาพที่ 3.3 a) แสดง Truth Table และ b) Logic Diagram

จุดประสงค์ของพีชคณิตแบบบูลีน คือ ช่วยในเรื่องของการวิเคราะห์และออกแบบวงจรดิจิตอล โดยวิธีดังต่อไปนี้

1) แสดงในรูปแบบของตัวแปรเชิงพีชคณิตและตารางค่าความจริง (Truth Table) ระหว่างตัวแปรแต่ละตัว

2) แสดงในรูปแบบของตัวแปรเชิงพีชคณิต บ่งบอกความสัมพันธ์ระหว่างอินพุต-เอาต์พุต ของวงจรดิจิตอล

(Digital Logic Circuit)

3) แสดงในรูปแบบของวงจรลดรูป (Simpler Circuit) สำหรับฟังก์ชั่นนั้น ๆ

3.2.1 ทฤษฎีพีชคณิตบูลีน

1) ทฤษฎีบทที่ 1 : Commutative Law (กฎการสลับที่)

- A + B = B + A
- A . B = B . A

2) ทฤษฎีบทที่ 2 : Associative Law (กฎการจัดหมู่)

- (A + B) + C = A + (B + C)
- (A . B) . C = A . (B . C)

3) ทฤษฎีบทที่ 3 : Distributive Law (กฎการกระจาย)

- A . (B + C) = (A . B) + (A . C)
- A + (B . C) = (A + B) . (A + C)

4) ทฤษฎีบทที่ 4 : Identity Law (กฎของเอกลักษณ์)

- A + A = A
- A . A = A

5) ทฤษฎีบทที่ 5 : Negation Law (กฎการลบล้าง)

- $\overline{(A)} = A$
- $\overline{\overline{A}} = A$

6) ทฤษฎีบทที่ 6 : Redundance Law (กฎการลดทอน)

- A + (A . B) = A
- A . (A + B) = A

7) ทฤษฎีบทที่ 7

- 0 + A = A

- 1 . A = A

- 1 + A = 1

8) ทฤษฎีบทที่ 8

- $\overline{A} + A = 1$
- $\overline{A} . A = 0$

9) ทฤษฎีบทที่ 9

- $A + (\overline{A} . B) = A + B$
- $A . (\overline{A} + B) = A . B$

10) De Morgan's Theorem

- $\overline{A + B} = \overline{A} . \overline{B}$
- $\overline{A . B} = \overline{A} + \overline{B}$

3.2.2 การใช้ทฤษฎีพีชคณิตบูลีนในการลดรูปสวิตชิ่งฟังก์ชัน

การออกแบบวงจรลอจิก จาก Switching function ใด ๆ ก็ตาม จำเป็นที่จะต้องทำการลดรูป Switching function นั้น ๆ ให้เหลือตัวแปรน้อยที่สุดเสียก่อน ทั้งนี้ก็เพื่อวัตถุประสงค์ในความประหยัด และข้อสำคัญอีกประการหนึ่งก็คือลดเวลาหน่วง (Delay Time) ให้น้อยที่สุด ดังนั้น Switching function ที่ยืดยาวต้องทำให้สั้นลงโดยใช้ทฤษฎีของพีชคณิตบูลีน

<u>ตัวอย่างที่ 3.1</u> จงลดรูป Switching Function : $A.B + \overline{A}.B + \overline{A}.\overline{B}$

$$
\begin{aligned}
A.B + \overline{A}.B + \overline{A}.\overline{B} &= B.(A + \overline{A}) + \overline{A}.\overline{B} \\
&= B.1 + \overline{A}.\overline{B} \\
&= B + \overline{A}.\overline{B} \\
&= B + \overline{A} \\
\therefore\ A.B + \overline{A}.B + \overline{A}.\overline{B} &= B + \overline{A}
\end{aligned}
$$

<u>ตัวอย่างที่ 3.2</u> จงลดรูป Switching Function : $A + A.\overline{B} + \overline{A}.B$

$$
\begin{aligned}
A + A.\overline{B} + \overline{A}.B &= A.(1 + \overline{B}) + \overline{A}.B \\
&= A.1 + \overline{A}.B \\
&= A + \overline{A}.B \\
&= A + B \\
\therefore\ A + A.\overline{B} + \overline{A}.B &= A + B
\end{aligned}
$$

<u>ตัวอย่างที่ 3.3</u> จงลดรูป Switching Function : $\overline{(\overline{A} + A.\overline{B}) + B}$

$$\begin{aligned}
\overline{(\overline{A} + A.\overline{B}) + B} &= \overline{\overline{A} + \overline{B} + B} \\
&= \overline{\overline{A} + 1} \\
&= \overline{1} \\
&= 0 \\
\therefore \ \overline{(\overline{A} + A.\overline{B}) + B} &= 0
\end{aligned}$$

ความคิดเห็น