

「七千年ノ後 僅ニ 一日」の謎

須賀 隆編著

2000年3月18日発行

暦の会

「七千年ノ後僅ニ一日」の謎

明治改暦の詔書にある「七千年ノ後僅ニ一日」の誤差が、一般に受け入れられている値と乖離していることについて、深く調べられたことはない。

-----1--

塚本明毅の建議

蓋シ太陽曆ハ太陽ノ躡度ニ依テ月ヲ立ルヲ以テ日子多少ノ異アリト雖トモ季候早晚ノ変ナシ四歳毎ニ一日ノ閏ヲ置キ七千年ノ後僅ニ一日ノ差ヲ生スルニ過キス之ヲ太陰曆ニ比スレハ其便不便固ヨリ論ヲ俟ス

塚本の知識は、吉雄俊藏『遠西観象図説』(文政六年)から得たものであると推定されている。

-----3--

明治改暦の詔書

蓋シ太陽曆ハ太陽ノ躡度ニ從テ月ヲ立ツ日子多少ノ異アリト雖トモ季候早晚ノ変ナク四歳毎ニ一日ノ閏ヲ置キ七千年ノ後僅ニ一日ノ差ヲ生スルニ過キス之ヲ太陰曆ニ比スレハ最も精密ニシテ其便不便モ固ヨリ論ヲ俟タサルナリ

この文章は、次に示す塚本明毅の建議をもとにしていると認められている。

-----2--

吉雄俊藏『遠西観象図説』(文政六年)

太陽躡度曆面ノ節氣ニ先立ツコト十余日ノ差生ゼリ、コレニ因リテ円環年ノ日時分秒ヲ測ルニ、三百六十五日五時間四十九分ニシテ、
(中略)

四百年ノ不足二十二時四十分ナルヲ一日トスルトキハ、尚一時二十分ノ不足アレドモ、此法ニ拠ルトキハ七千二百年ニシテ一日ノ不足トナルノミニシテ、...

では、グレゴリオ改暦の当時、ヨーロッパで受け入れられていた回帰年の値はいかほどであったか?-----4--

"Gregorian Reform of the Calendar"
 (ローマ法王庁の改暦400年記念出版物)
 では、
 The length of the tropical year was accepted
 commonly as 365d5h49m16s(365.24254d),...
 Copernicus "Commentariolus"

では、

Hipparchus	365.2500
Ptolemy	365.2466
Albatcgnius	365.2403
Hispalensis	365.2424
Copernicus	365.2427

もっとも近いものでも16秒の違いがある。
 7200年積もれば1日以上の違いとなり、吉雄
 が勝手に16秒を切り捨てたとは思われない。
 では、吉雄俊蔵の値はどこから来たか？

-----5--

佐藤政次『暦学史大全』

に、寛政暦の引用があり、

寛政暦文政十丁亥諸数

、歳周 三百六十五日二四二三六〇一三二一三二

(365.242360132122d = 365d5h48m59.92s!)

三百六十五日五時間四十九分とは、ズバリ
 寛政暦の値そのものである。『遠西観象図説』
 出版当時は寛政暦行用中であり、江戸時代の
 人間が自国の暦を基準に他国の暦の誤差を表
 現するのは、わかってみれば当然のこと！

では、寛政暦の値はどこから来たか？

-----6--

麻田剛立の消長法

寛政暦の太陽年の長さは麻田剛立の理論に
 よる。その計算法は現代まで残されているが、
 彼の理論がどのようにして得られたか、その
 いきさつは書き残されていない。麻田剛立の
 理論の特徴は、独特の「周期的消長法」にあ
 り、中山茂「消長法の研究 I-III」(科学史
 研究, 66-69)に詳しい考察がある。

-----7--

もうひとつの365.24236日

前項の「消長法の研究」にひとつの公式が
 ある。太陽が中気を過ぎて、またもとの中気
 に戻ってくるまでの日数 T は、
 $T = \text{回帰年} + 0.00058 \cos(\text{中気の平均近点離角})$
 これを春分に適用すると、365.24236日！
 観測か？ はたまた計算か？ 何らかの因果関係
 があるものか否か？

-----8--

	1月	2月	3月	4月	5月	6月	7月	8月	9月	10月	11月	12月
第 1の53サイクル	31日	31日	31日	31日	31日	3?日	30日	30日	30日	30日	30日	30日
第 2の53サイクル	30日	31日	31日	31日	31日	31日	3?日	30日	30日	30日	30日	30日
第 3の53サイクル	30日	30日	31日	31日	31日	31日	31日	3?日	30日	30日	30日	30日
第 4の53サイクル	30日	30日	30日	31日	31日	31日	31日	31日	3?日	30日	30日	30日
第 5の53サイクル	30日	30日	30日	30日	31日	31日	31日	31日	31日	3?日	30日	30日
第 6の53サイクル	30日	30日	30日	30日	30日	31日	31日	31日	31日	31日	3?日	30日
第 7の53サイクル	30日	30日	30日	30日	30日	30日	31日	31日	31日	31日	31日	3?日
第 8の53サイクル	3?日	30日	30日	30日	30日	30日	30日	31日	31日	31日	31日	31日*
第 9の53サイクル	31日	3?日	30日	30日	30日	30日	30日	30日	31日	31日	31日	31日*
第10の53サイクル	31日	31日	3?日	30日	30日	30日	30日	30日	30日	31日	31日	31日*
第11の53サイクル	31日	31日	31日	3?日	30日	30日	30日	30日	30日	30日	31日	31日*
第12の53サイクル	31日	31日	31日	31日	3?日	30日	30日	30日	30日	30日	30日	31日*

というパターンになります。全周期を一巡する間に含まれる近点年数が回帰年数より1年少ないため、大の月のシーケンスがひと組消え、33年8閏ルールによる日数の過剰をキャンセルするというのが、手品の種明かしです。

1. 20988回帰年が7665703日で、1回帰年の長さが365日5時間48分44.9秒
2. 大の月の連続を地球の遠日点経過の前後に常に配置することができ、概ね二至二分の日付が固定される。
20987近点年が7665703日で、1近点年の長さが365日6時間13分48.5秒
3. 見かけ上33年に8回閏年を置くルールを採用しているように見える。
(実際には*のところは、53サイクル1749年ごとに閏年が平年に変わる。
ただし境目で6ヶ月大の月が連続するの - 下記参照)

第 1の53サイクルの32年目(平年)

31日 31日 31日 31日 31日 30日 30日 30日 30日 30日 30日 30日 30日

第 1の53サイクルの33年目(閏年)

31日 31日 31日 31日 31日 31日 30日 30日 30日 30日 30日 30日 30日

第 2の53サイクルの1年目(平年)

30日 31日 31日 31日 31日 31日 30日 30日 30日 30日 30日 30日 30日

.....

第12の53サイクルの33年目(平年)

31日 31日 31日 31日 30日 30日 30日 30日 30日 30日 30日 30日 31日

次の第1の53サイクルの1年目(平年)

31日 31日 31日 31日 31日 30日 30日 30日 30日 30日 30日 30日 30日

暦名	西暦	1年の日数			誤差が1日に達する年数(二次項を無視)				
		小数	(時 分 秒)	(規則)	グレゴリオ暦年	回帰年	冬至年	春分年	
四分暦		365.25000	(6 0 0)		133	128	138	131	
ジャーリ暦	1079	365.24242	(5 49 5)	8/33	13200	4276	3167	19903	
(アルフォンソ・テーブル)	1252	365.24255	(5 49 16)		21600	2810	5163	5804	
淳祐暦	淳祐十二年	1252	365.24278	(5 49 36)	857/3530	3621	1707	27621	2486
会天暦	宝祐元年	1253	365.24292	(5 49 48)	2366/9740	2405	1379	5688	1846
成天暦	咸淳七年	1271	365.24272	(5 49 31)	1801/7420	4497	1880	56728	2870
授時暦	至元十八年	1281	365.24250	(5 49 12)		∞	3230	4167	7937
グレゴリオ暦		1582	365.24250	(5 49 12)	97/400	∞	3230	4167	7937
(ルドルフ・テーブル)		1627	365.24219	(5 48 45)		3200	344828	1810	5362
時憲暦	康熙二十三年	1684	365.24219	(5 48 45)		3200	344828	1810	5362
貞享暦	貞享元年	1684	365.24170	(5 48 3)		1244	2023	958	1475
宝暦暦	貞享元年	1684	365.24170	(5 48 3)		1244	2023	958	1475
時憲暦	雍正元年	1723	365.24233	(5 48 58)		6039	6944	2466	25259
宝暦暦	宝暦四年	1754	365.24163	(5 47 56)		1144	1772	898	1337
寛政暦	天明七年	1787	365.24234	(5 48 58)		6271	6660	2503	29887
(遠西観象図説)	文政六年	1823	365.24236	(5 49 0)		7200	5858	2639	77586
寛政暦	文政十年	1827	365.24236	(5 49 0)		7150	5892	2632	72109
天保暦	弘化元年	1844	365.24222	(5 48 48)		3571	33784	1923	6494
(回帰年)		2000	365.24219	(5 48 45)		3230	∞	1820	5447
(冬至年)		2000	365.24274	(5 49 33)		4167	1820	∞	2732
(春分年)		2000	365.24237	(5 49 1)		7937	5447	2732	∞

ウマル・ハイヤーム Umar Khayyam 1048-1131

コペルニクス Nicolaus Copernicus 1473-1543

ブラーエ Tycho Brahe 1546-1601

ケプラー Johannes Kepler 1571-1630

ニュートン Isaac Newton 1642-1727(プリンキピア1687)

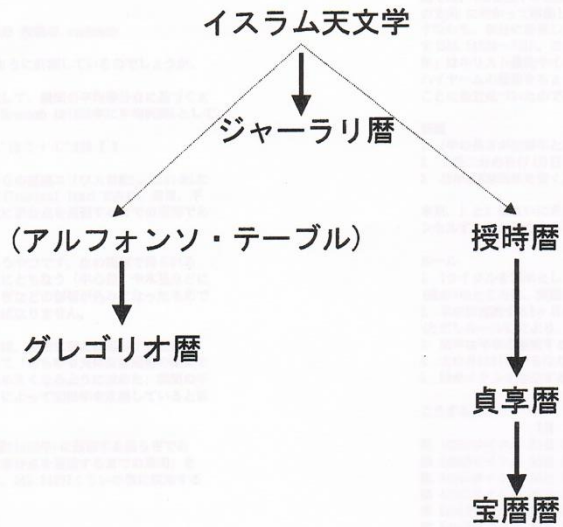
ケーグラー Ignaze Kogler 1680-1746

ラランド Joseph de Lalande 1732-1807

麻田剛立 1734-99(享保 19-寛政 11)

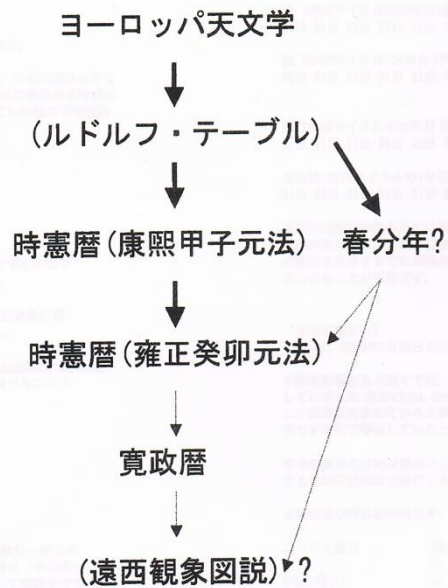
ラプラス Pierre Simon de Laplace 1749-1827

想定される関連(1)



9--

想定される関連(2)



10--

Year2.txt

00/03/12

【1年の長さ】

投稿日 2000年2月12日 (土) 22時16分 投稿者 suchowan

>1年の長さの365.24219...はどのように計測しているのでしょうか。

あらゆる天体位置観測の結果を基にして、瞬間の平均春分点に基づく太陽の平均黄経を求めます。例えば、Newcomb は1898年に平均黄経 L として、

$$L = 279^\circ 41' 48''.04 + 1296.02768''.13 T + 1''.089 T^2$$

を得ました (1は1900年1月0日12時からの経過ユリウス世紀)。これを L に関して微分して出てくるのが回帰年 (Tropical Year) であり、通常、平均太陽が春分点を通過してから、次に春分点を通過するまでの期間であると説明されます。

やっかいなのは、この「平均」というやつです。生の観測で得られるのは、地球の軌道が楕円であることにもなる「中心差」や木星などによる摂動、章動による春分点の揺らぎなどの影響が込みになったものであり、それらをすべて均してやらねばなりません。

何が揺らぎであり何が平均であるかは、厳密に言えば適用する理論に依存する問題です。最初に立ち返って「あらゆる天体位置観測の結果を基にして、天体力学的に誤差が最も小さくなるように求めた、瞬間の平均春分点に基づく太陽の平均黄経」によって回帰年を定義していると言えます。

最も大きな揺らぎは「中心差」(周期21000年)に起因する揺らぎであり、「春分点を通過してから、次に春分点を通過するまでの期間」を数十年のスパンで平均した程度では、365.24237くらいの値に収束するだけで365.24219にはなりません。

「1年の長さ」は奥の深い話題です。

【RE: 1年の長さ】

投稿日 2000年2月13日 (日) 23時15分 投稿者 suchowan

「春分とは太陽が瞬時の春分点を通過して見える瞬間である」訳ですが、瞬時の春分点を通過するということは、太陽の赤緯が0になることなので、

観測は以下の手順で行うのが典型かと思います。

1. 緯度変化を考慮し、渾天儀の赤道環の垂直軸が正確に北極を指すように調整する。
2. 赤道環の影が正しく赤道環自体に落ちること、太陽の赤緯0を確認する。
3. 大気差の補正をする。
4. 地心視差の補正をする。

ここまでで真の春分の時刻がわかります。「安定した」春分年用の春分 (=楕円太陽の春分) を得るには、さらに、

5. 章動の寄与を取り去る。
6. 周期摂動の寄与を取り去る。

の処理をする必要があります。ここから

7. 中心差の寄与を取り去る

と、平均運動と歳差のみが残る、回帰年用の春分が得られます。

この過程で、緯度変化 (=極運動) と章動の分離は結構大変で、その不完全さから2項などが現れることになった訳です。ちなみに章動の計算には地球の平均近点離角が必要ですから、観測から楕円太陽用の春分を求めるにも地球の平均運動の概念は使用されていると言えます。

【RE: 2: 1年の長さ】

投稿日 2000年2月15日 (火) 12時58分 投稿者 suchowan

>丁寧な解説ありがとうございます。

来月、このネタで発表をすることになっていて、使いまわす予定なのでお気遣いなく (365.24237は意外なところに出てくるのです)。

>実際に計測可能だったのはどこまでだろうか。赤道と黄道の交点の春分点をここまで正確に測れたのだらうかと思っただけです。

この話題に関しては、<http://www.asahi-net.or.jp/~dd6t-sg/when/ref.html>の文献 [9], [139], [151-153] あたりが詳しいです。[9] にはコペルニクスの値も出ています。

別途、紹介します。

【オマル・ハイヤーム変奏曲】

投稿日 2000年2月16日 (水) 00時35分 投稿者 suchowan

>尊敬するオマル・ハイヤーム大先生

地球の軌道の近日点は1月の始めあたりにあるため、現在は秋分→春分の方が春分→秋分よりも日数が5日ほど短くなります (楕円軌道の「中心差」)。近日点は回帰年よりも長く、現在近日点は春分の方に向かって移動中です。約1万年あまり未来になると近日点は夏になり、逆に秋分→春分の方が春分→秋分よりも日数が5日ほど長くなります (1万年あまり前も同様でした。北半球の夏と近日点が一致して、高緯度地方の万年雪が解消して、氷河時代が終わったのです)。ちょっと前段の状況を考えればわかりますが、回帰年に完全に同期した

暦では、(ここ数千年の間は) 春分の日付は暦面を僅かに後ろ (大きな日付の方向) に向かって移動していくことが想像できるでしょう。すなわち、春分に着目した「春分年」は「回帰年」より若干長くなります (365.24236~7日)。このように「中心差」を平均化しないで扱う「春分年」はキリスト教徒やイラン人には魅力があるもののようです。オマル・ハイヤームの暦法をちょっとモディファイするとおもしろいルールになることに最近気づいたので紹介します。

要請

1. 1年の長さが回帰年となること
2. 二至二分の日付 (月日) が概ね固定されること
3. 33年に8回閏年を置くルールを採用すること

本来、1. と3. は互いに矛盾するのですが、2. を要請するとうまくずれをキャンセルする解が見つかるというものです。

ルール

1. サイクルを33年とし、第4, 8, 12, 16, 21, 25, 29, 33年を閏年とする。(表の*のところは、実際には翌年が閏年)
2. 平年は連続する5ヶ月の大月と、連続する7ヶ月の小月からなる。(ただしルールにより、連続は年の境をまたがることもある)
3. 閏年は平年の連続する大月の直後の小月を大月に替えた構成とする。
4. 大の月は31日からなり、小の月は30日からなる。
5. 53サイクルを経過すると、大の月の配置を全体に1ヶ月、後ろにずらす。

こうすると、

	1月	2月	3月	4月	5月	6月	7月	8月	9月	10月	11月
第1の53サイクル	31日	31日	31日	31日	31日	37日	30日	30日	30日	30日	30日
第2の53サイクル	30日	31日	31日	31日	31日	31日	37日	30日	30日	30日	30日
第3の53サイクル	30日	30日	31日	31日	31日	31日	31日	37日	30日	30日	30日
第4の53サイクル	30日	30日	30日	31日	31日	31日	31日	37日	30日	30日	30日
第5の53サイクル	30日	30日	30日	30日	31日	31日	31日	31日	37日	30日	30日
第6の53サイクル	30日	30日	30日	30日	30日	31日	31日	31日	31日	37日	30日
第7の53サイクル	30日	30日	30日	30日	30日	30日	31日	31日	31日	31日	37日
第8の53サイクル	37日	30日	30日	30日	30日	30日	31日	31日	31日	31日	31日
第9の53サイクル	31日	37日	30日	30日	30日	30日	30日	31日	31日	31日	31日
第10の53サイクル	31日	31日	37日	30日	30日	30日	30日	30日	31日	31日	31日
第11の53サイクル	31日	31日	31日	37日	30日	30日	30日	30日	30日	31日	31日
第12の53サイクル	31日	31日	31日	31日	37日	30日	30日	30日	30日	30日	30日

というパターンになります。全周期を一巡する間に含まれる近点年数が回帰年数より1年少ないため、大の月のシーケンスがひと組消え、33年8閏ルールによる日数の過剰をキャンセルするというのが、手品の種明かしです。

1. 20988回帰年が7665703日で、1回帰年の長さが365日5時間48分44.9秒
2. 大の月の連続を地球の遠日点経過の前後に常に配置することができ、概ね二至二分の日付が固定される。
3. 見かけ上33年に8回閏年を置くルールを採用しているように見える。(実際には*のところは、53サイクル1749年ごとに閏年が平年に変わる。ただし現目で6ヶ月大の月が連続するのを目立たない - 下記参照)

第1の53サイクルの32年目 (平年)

31日 31日 31日 31日 31日 30日 30日 30日 30日 30日 30日 30日

第1の53サイクルの33年目 (閏年)

31日 31日 31日 31日 31日 31日 30日 30日 30日 30日 30日 30日

第2の53サイクルの1年目 (平年)

30日 31日 31日 31日 31日 31日 30日 30日 30日 30日 30日 30日

.....

第12の53サイクルの33年目 (平年)

31日 31日 31日 31日 30日 30日 30日 30日 30日 30日 30日 31日

次の第1の53サイクルの1年目 (平年)

31日 31日 31日 31日 31日 31日 30日 30日 30日 30日 30日 30日

実際には潮汐摩擦のために地球の自転が遅くなって行く効果を考慮する必要があります。これは33年周期をもっと短いものに置き換え、大の月の配置を見直すまでの周期の数を多くするというやり方で、つじつまを合わせることが可能です。

【冬至の割り方】

投稿日 2000年2月20日 (日) 12時48分 投稿者 suchowan

中国の影響の及ぶ国々では、春分よりも冬至を1年の長さを測定する基準にしています (私のchina.docでの説明で、平気法は太陽の平均黄経に基づいて二十四節気を決めていると書いていますが、実際には冬至を*真黄経*で決めて、残りを時間で等分しているといえます)。

冬至や夏至の日は垂直に立てた棒の影の長さの極大、極小を観測して決定するのが伝統的な方法だと思っています [39: 戴内清『増補改訂中国の天文暦法』。

太陽の南中時の影の長さが、

ユリウス通日	影の長さ
a	La
b (aの翌日)	Lb
c (b, cの間に冬至がある)	Lc (La<Lc<Lb)

と観測されたとする、線形補間 (江戸時代の天文学者のいう勾配術? [5]) によって仮想的に (他の経度では現実には) 冬至前の、

Year2. txt

$$d = s + (b-a) * (Lc-La) / (Lb-La)$$

にも影の長さが Lc になったものと見なせます ($b-a$ は均時差を考慮しなければ1日)。これによって冬至の日時の推定値として

$$T = (d+c) / 2$$

が導出される訳です (計算の手順は時代によっても若干違うでしょう-例えば『宋書』律曆志下の最後のあたりに祖冲之の言として収録)。夏至も同様にして計算できますが、影の長さが短い分誤差が大きくなります。

この方法は地球の軌道が楕円であることによる非対称を調整するのが難しく、また、冬至や夏至のころは太陽の赤緯の変化が最小となるため、直接、春分を観測するよりも精度を出すのが難しいように思われます。観測精度に関しては [151: 中山茂「消長法の研究」] の表1に詳しいですが、宝暦暦の観測でも0.1~0.8日程度の誤差があるようです。潤天儀を用いて春分を測っても、影の1cmの動きが十数時間に相当し、影の測定精度は3mmほどといわれますから、時間のオーダの誤差が推定されます。

【さまざまな1年】

投稿日 2000年2月20日 (日) 19時47分 投稿者 suchowan

「歳差のほかにも、近日点の「近日年」、春分に着目した「春分年」と「回帰年」との違いというものもあるんですか。

こんな感じですかね (2000.5年のものは「天文年鑑」、2000年のものは Jean Meeus & Denis Savoie 'The history of the tropical year' [139] によっています)。

回帰年: 365d5h48m45.25s (2000.5年)
季節の巡る周期 - 太陽の平均黄経が瞬時の平均春分点を基準にして360度増えるのに要する周期

恒星年: 365d6h09m09.76s (2000.5年)
太陽の平均黄経が恒星天 (特定の元期の春分点を用いても同じこと) を基準にして360度増えるのに要する周期

近日年: 365d6h13m52.54s (2000.5年)
地球が近日点を通過してから次に近日点を通過するまでの周期

春分年: 365.242374 (2000年) = 365d5h49m01s
地球が何の摂動も受けず、理想的な楕円軌道を運行すると仮定した場合太陽が春分点を通過してから次に春分点を通過するまでに要する周期 (こう書いてみればわかるようになり人工的な概念ですね!)

夏至年: 365.241626 (2000年) = 365d5h47m56s
秋分年: 365.242018 (2000年) = 365d5h48m30s
冬至年: 365.242740 (2000年) = 365d5h49m33s
春分年と同じように定義可能

【「回帰年」と「春分年」】

投稿日 2000年2月20日 (日) 19時59分 投稿者 suchowan

「春分年」と「回帰年」がずれる様子は「オマル・ハイヤーム変奏曲」の暦で特定の月日 (日付) が返ってくる周期がどうなるかをみても例えば模式的にわかりやすいと思います。全体の平均は「回帰年」なのに、特定の日付に着目すると365.242424...の周期の期間と365.24285...の周期の期間が7:5にわかれます。しかもその別れ方が日付によって変わる訳です。

【1年の観測値の変遷】

投稿日 2000年2月20日 (日) 20時57分 投稿者 suchowan

'Gregorian Reform of the Calendar'
(ローマ法王庁の改暦400年記念出版物) [9]

では、

The length of the tropical year was accepted
commonly as 365d5h49m16s (365.24254d)...

Copernicus "Commentariolus"
では、

Hipparchus 365.2500
Ptolemy 365.2466
Albategnius 365.2403
Hispalensis 365.2424
Copernicus 365.2427

となっています。

【あらゆる天体位置観測の結果を基にして】

投稿日 2000年2月25日 (金) 00時17分 投稿者 suchowan

あらゆる天体位置観測の結果を基にして、
って、結局

1. できるだけ正確に観測機材の方向を設定して、長年月にわたり維持し、
2. できるだけ正確な時計を用いて、
3. 毎日の日月7惑星の出没南中を観測し、

00/03/12

4. あらかじめ決めておいた複数の恒星の子午線通過時刻を測定し、
....

ということを経済中に散らばった天文台で行って、その結果を地道に積み重ねて統計処理し、誤差が最小 (最尤) となるようにパラメータを決めて...

という操作を繰り返していくわけです。そうでなくっちゃ、8桁9桁の有効数字なんて出ません。

【始めるところによって数値が違う】

投稿日 2000年2月27日 (日) 11時55分 投稿者 suchowan

なるほど~。

|(242374+ 241626+ 242018+ 242740) /4= 2421895

| やっとこさ、365.242199に近づきましたネ。

365.242199というのは20世紀の初めでの値で、2000年では、
回帰年: 365d5h48m45.25s=365.242190くらいです。短くなっているのは、主に地軸の傾きが変わる効果によって、歳差の量が変わるためであると
思っています (離心率の変化も効いているらしい)。

「でも、同じ楕円形の長さを測るのに、始めるところによって数値が違うのも変
近日点の方が回帰年よりも長いために、楕円上の同じ場所まで戻る前に、
回帰年の上での同じ場所に到達できるためです。この効果で稼げる角度
は軌道上のどこでもほぼ一定なので、地球がその角度を移動するのに
要する時間が、その角度 (始めるところのあたりになる) が楕円軌道のど
の部分かで変動する効果が数値の違いに現れます。「オマル・ハイヤーム
変奏曲」は、三角関数とか微分とかを使わないで説明できていると思
うのですがいかがでしょうか?

資料編

- 広瀬秀雄『日本史小百科 暦』近藤出版社(1978),pp.98-99
- 岡田芳朗『明治改暦 「時」の文明開化』大修館書店(1994),pp.18-23,126-131
- 内田正男「日本の暦」in『数理科学』1974年1月号,pp.28-29
- 佐藤政次『暦学史大全』駿河台出版社(1968),pp.334-335
- 『清史稿』「時憲書」康熙甲子元法
- 『清史稿』「時憲書」雍正癸卯元法
- 中山茂「消長法の研究(I) in 科学史研究, 66(1963), pp.68-84
- 中山茂「消長法の研究(III) in 科学史研究, 69(1964), pp.8-16
- 渡辺敏夫『近世日本科学史と麻田剛立』雄山閣(1983),pp.66-67
- Jean Meeus and Denis Savoie 'The history of the tropical year' in J. Br. Astron. Assoc.102,1,1992, pp.40-42
- 藪内清「Ignaze Koegler」in 日立デジタル平凡社『世界大百科事典』