

Logică computațională

Curs 1

Lector dr. Pop Andreea-Diana



Baze de numerație

Scrierea pozițională a unui număr

$$a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0_{(p)} = a_n * p^n + a_{n-1} * p^{n-1} + \dots + a_1 * p^1 + a_0 * p^0$$

p – baza numărului, $\forall i=\overline{0,n}, 0 \leq a_i < p$

Compararea a două numere

$$a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0 (p) \text{ și } b_m b_{m-1} \dots b_1 b_0 (p)$$

$$n ? m$$

$$a_i ? b_i, i=\overline{n,0}$$

Adunarea a două numere

$$a_n a_{n-1} \dots a_1 a_{0(p)} + b_m b_{m-1} \dots b_1 b_{0(p)} = c_k c_{k-1} \dots c_1 c_{0(p)}$$

$$t_0 = 0$$
$$i = \overline{0, k}, k = \max(n, m) + 1$$

$$(a_i + b_i + t_i) : p = t_{i+1} \text{ rest } c_i$$

Scăderea a două numere

Precondiție: $A \geq B$

$$a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0 (p) - b_m b_{m-1} \dots b_1 b_0 (p) = c_n c_{n-1} \dots c_1 c_0 (p)$$

$$t_0 = 0$$
$$i = \overline{0, n}, c_i = \begin{cases} a_i + t_i - b_i, \text{ dacă } a_i + t_i \geq b_i; t_{i+1} = 0 \\ p + a_i + t_i - b_i, \text{ altfel; } t_{i+1} = -1 \end{cases}$$

Înmulțirea unui număr cu o cifră

$$a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0 (p) * b (p) = c_k c_{k-1} \dots c_1 c_0 (p)$$

$$t_0 = 0$$
$$i = \overline{0, k}, k = n+1$$

$$(a_i * b + t_i) : p = t_{i+1} \text{ rest } c_i$$

$$c_{n+1} = t_{n+1}$$

Împărțirea unui număr cu o cifră

$$a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0 (p) : b_{(p)} = c_n c_{n-1} \dots c_1 c_0 (p) \text{ rest } r_{(p)}$$

$$\begin{array}{l} t_n = 0 \\ \hline i = n, 0 \end{array}$$

$$(t_i * p + a_i) : b = c_i \text{ rest } t_{i-1}$$

$$r = t_{-1}$$



Conversia nr. întregi prin împărțiri succesive

- calculele se efectuează în baza sursă (10)
- nr. se împarte cu baza destinație \Rightarrow cât și rest
- câtul se împarte cu baza destinație \Rightarrow cât și rest
- ...
- până când câtul = 0
- se iau resturile în ordinea inversă \Rightarrow nr. în baza destinație



Conversia nr. subunitare prin înmulțiri succesive

- calculele se efectuează în baza sursă (10)
- nr. se înmulțește cu baza destinație \Rightarrow parte întreagă și o parte fracționară
- partea fracționară se înmulțește cu baza destinație \Rightarrow parte întreagă și o parte fracționară
- ...
- până când partea fracționară $=0$ \vee se repetă partea fracționară \vee s-au obținut suficiente cifre
- se iau părțile întregi în ordinea obținerii \Rightarrow nr. în baza destinație

Conversia prin substituție

- calculele se efectuează în baza destinație (10)

$$a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0, a_{-1} a_{-2} \dots a_{-m} (p) = \\ (a_n * p^n + a_{n-1} * p^{n-1} + \dots + a_1 * p^1 + a_0 * p^0 + a_{-1} * p^{-1} + a_{-2} * p^{-2} + \dots + a_{-m} * p^{-m})_{(10)}$$

Conversii rapide

între bazele 2, 4, 8, 16

- $2 \rightarrow 4 = 2^2 / 8 = 2^3 / 16 = 2^4$
 - se pornește de la virgulă spre stânga și spre dreapta
 - se grupează câte k ($2^k =$ baza destinație)
 - dacă e cazul se adaugă 0 la începutul/sfârșitul nr.
 - e convertește fiecare grup la cifra corespunzătoare din baza destinație (pe baza tabelului)
- $4 = 2^2 / 8 = 2^3 / 16 = 2^4 \rightarrow 2$
 - se înlocuiește fiecare cifră cu grupul de k cifre corespunzător din tabel



Tabel conversii rapide $2 \rightarrow 4 = 2^2$

2	4
00	0
01	1
10	2
11	3



Tabel conversii rapide 2->8= 2^3

2	8
000	0
001	1
010	2
011	3
100	4
101	5
110	6
111	7

Tabel conversii rapide 2->16=2⁴

2	16
0000	0
0001	1
0010	2
0011	3
0100	4
0101	5
0110	6
0111	7
1000	8
1001	9
1010	A
1011	B
1100	C
1101	D
1110	E
1111	F

Conversia utilizând o bază intermediară

$$a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0, a_{-1} a_{-2} \dots a_{-m} (p) \stackrel{?}{=} (q)$$

Se poate utiliza baza intermediară 10:

- Prin substituție

$$a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0, a_{-1} a_{-2} \dots a_{-m} (p) = b_x b_{x-1} \dots b_1 b_0, b_{-1} b_{-2} \dots b_{-y} (10)$$

- Prin împărțiri succesive

$$b_x b_{x-1} \dots b_1 b_0 (10) = c_1 c_{1-1} \dots c_1 c_0 (q)$$

- Prin înmulțiri succesive

$$0, b_{-1} b_{-2} \dots b_{-y} (10) = 0, c_{-1} c_{-2} \dots c_{-k} (q)$$

$$a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0, a_{-1} a_{-2} \dots a_{-m} (p) = c_1 c_{1-1} \dots c_1 c_0, c_{-1} c_{-2} \dots c_{-k} (q)$$

Conversia din baza 2 utilizând o bază intermediară

$$a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0, a_{-1} a_{-2} \dots a_{-m} (2) \stackrel{?}{=} (10)$$

Se poate utiliza baza intermediară putere a lui 2 (p):

- Prin conversii rapide

$$a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0, a_{-1} a_{-2} \dots a_{-m} (2) = b_x b_{x-1} \dots b_1 b_0, b_{-1} b_{-2} \dots b_{-y(p)}$$

- Prin substituție

$$b_x b_{x-1} \dots b_1 b_0, b_{-1} b_{-2} \dots b_{-y(p)} = c_l c_{l-1} \dots c_1 c_0, c_{-1} c_{-2} \dots c_{-k} (10)$$

$$a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0, a_{-1} a_{-2} \dots a_{-m} (2) = c_l c_{l-1} \dots c_1 c_0, c_{-1} c_{-2} \dots c_{-k} (10)$$

Conversia în baza 2 utilizând o bază intermediară

$$a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0, a_{-1} a_{-2} \dots a_{-m} (10) = ?_{(2)}$$

Se poate utiliza baza intermediară putere a lui 2 – (p):

- Prin împărțiri succesive

$$a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0 (10) = b_x b_{x-1} \dots b_1 b_0 (p)$$

- Prin înmulțiri succesive

$$0, a_{-1} a_{-2} \dots a_{-m} (10) = 0, b_{-1} b_{-2} \dots b_{-y} (p)$$

- Prin conversii rapide

$$b_x b_{x-1} \dots b_1 b_0, b_{-1} b_{-2} \dots b_{-y} (p) = c_1 c_{l-1} \dots c_1 c_0, c_{-1} c_{-2} \dots c_{-k} (2)$$

$$a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0, a_{-1} a_{-2} \dots a_{-m} (10) = c_1 c_{l-1} \dots c_1 c_0, c_{-1} c_{-2} \dots c_{-k} (2)$$

