Logică computațională
Curs 2

Lector dr. Pop Andreea-Diana

”Pagina informativă”

- Sport
- Traseu comun autobuse
- Lucruri uitate
- Moodle
- Atribuțiile șefului de an
- Anunț Orchestra Simfonică UBB

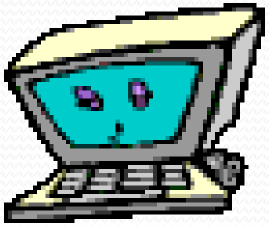
- Curs de escaladă?

…

…0101010000110101010001110010010010010001010011100001010101000100010010010

0010010100010001001001000100000111000101001 0**2**01010100011100100111010010100

1000100100101001010001100011010101010001…



Reprezentarea binară a nr.

- într-o locație de memorie – *k* octeți = *n* biți (8, 16, 32, 64)

n-1	*n*-2	…	2	1	0

cel mai semnificativ

cel mai puțin semnificativ

Reprezentarea nr. întregi fără semn

$x_{(10)} \rightarrow y_{(2)}$

0					
n-1	n-2	…	2	1	0

Intervale de reprezentare

0	**0**	**…**	**0**	**0**	**0**
n-1	*n*-2	…	2	1	0

$= 0$

1	**1**	**…**	**1**	**1**	**1**
n-1	*n*-2	…	2	1	0

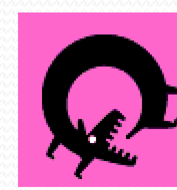
$= 2^n - 1$

$n = 8$ [0 , 255]

$n = 16$ [0 , 65535]

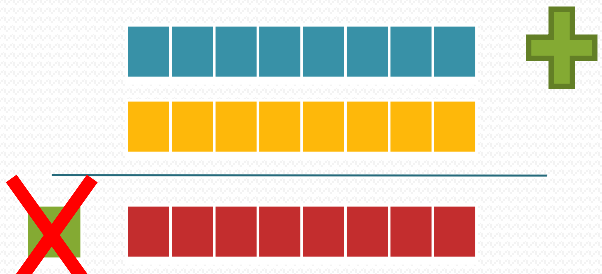
$n = 32$ [0 , 4 294 967 295]

$n = 64$ [0 , 18 446 824 753 389 551 615]



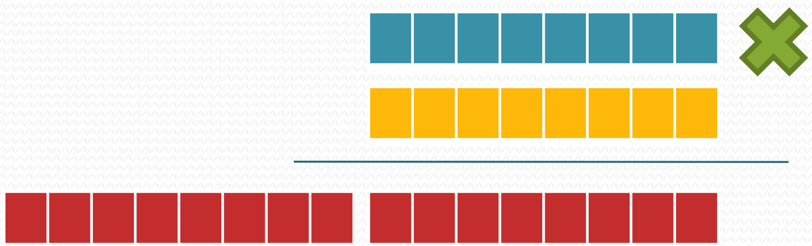
Aritmetica nr. binare întregi fără semn

- adunarea

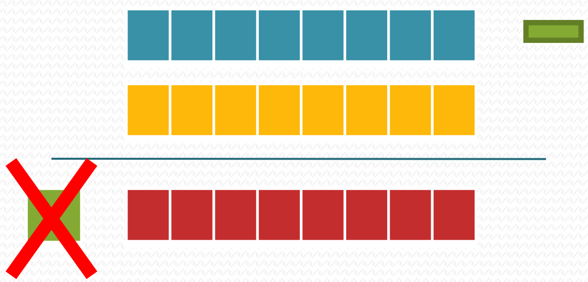


nu se păstrează
în rezultat

- înmulțirea

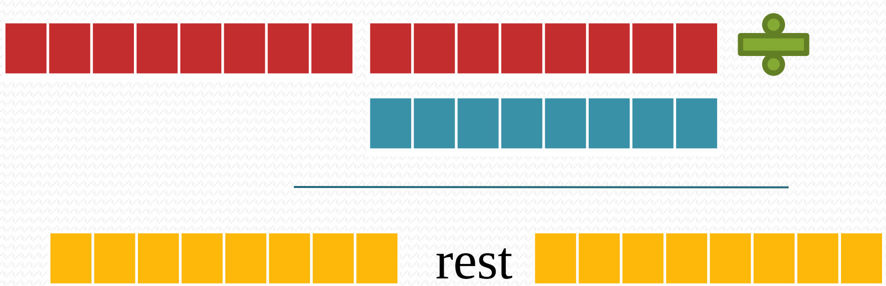


- scăderea



nu se păstrează
în rezultat

- împărțirea



Algoritmul de înmulțire a întregilor fără semn

DATE deînmulțitul **M** și înmulțitorul **Q**

CA←0

PENTRU i ← 1, *n* EXECUTĂ

DACĂ $\mathbf{Q_0}$=1 ATUNCI

CA ←**A**+**M**

SF. DACĂ

CAQ se deplasează spre dreapta cu 1 poziție

SF. PENTRU

REZULTATE **AQ**

1011*1101=?

M	**C**	**A**	**Q**

Algoritmul de împărțire a întregilor fără semn

DATE deîmpărțitul **AQ** și împărțitorul **M**

PENTRU i $\leftarrow$ 1, *n* EXECUTĂ

  CAQ se deplasează spre stânga cu 1 poziție

  DACĂ **CA** $\geq$ **M** ATUNCI

    $\mathbf{Q_0} \leftarrow 1$

    CA $\leftarrow$ **CA-M**

  ALTFEL

    $\mathbf{Q_0} \leftarrow 0$

  SF. DACĂ

SF. PENTRU

REZULTATE câtul **Q** și restul **A**

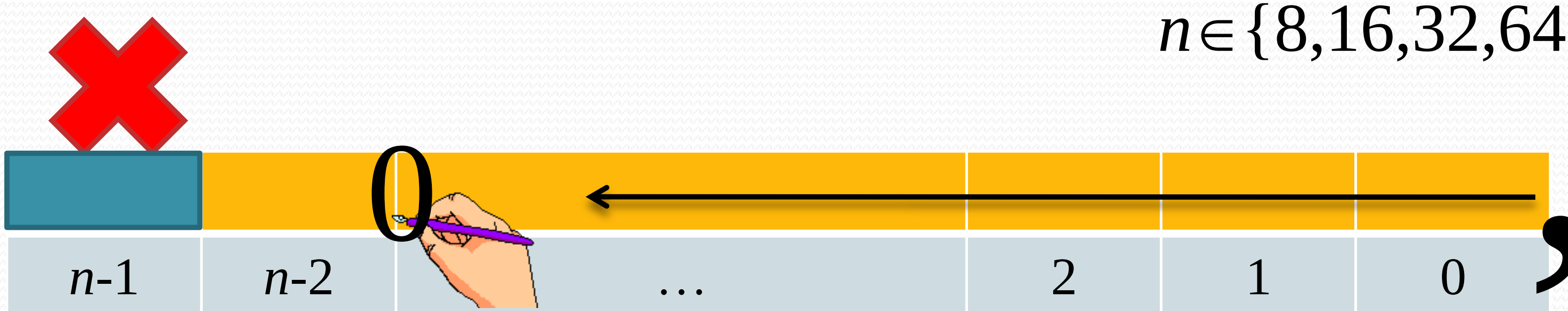
10010011/1011=?

M	C	A	Q

Coduri de reprezentare a întregilor cu semn

- scopul: - simplificarea operațiilor (-)
- convenție întreagă (supraunitară)

$n \in \{8,16,32,64\}$



bitul de semn

0 +   1 −

Codul direct

$x \in \mathbb{Z}$, $|x| < 2^{n-1}$

$$[x]_{dir} = \begin{cases} x & \text{, dacă } x \geq 0 \\ 2^{n-1} + |x| & \text{, dacă } x \leq 0 \end{cases}$$

dezavantaj: $[+0]_{dir}$: |0|0...0| şi $[-0]_{dir}$: |1|0...0|

Codul invers

$x \in \mathbb{Z}$, $|x| < 2^{n-1}$

$$[x]_{inv} = \begin{cases} x & \text{, dacă } x \geq 0 \\ 2^n - 1 - |x| & \text{, dacă } x \leq 0 \end{cases}$$

dezavantaj: $[+0]_{inv}$: $|0|0\ldots0|$ și $[-0]_{inv}$: $|1|1\ldots1|$

Codul complementar

$x \in \mathbb{Z}$, $|x| < 2^{n-1}$

$$[x]_{\text{compl}} = \begin{cases} x\text{ , dacă } x \geq 0 \\ 2^n - |x|\text{, dacă } x < 0 \end{cases}$$

Obs.: dacă $x \leq 0$, $[x]_{\text{compl}} = [x]_{\text{inv}} + 1$

dacă $x \geq 0$, $[x]_{\text{compl}} = [x]_{\text{inv}} = [x]_{\text{dir}}$

avantaj: $[+0]_{\text{compl}}$: |0|0...0|

nu e nr.: |1|0...0|

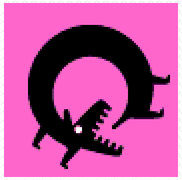
Intervale de reprezentare

$n = 8$ [-127 , 127]

$n = 16$ [-32767 , 32767]

$n = 32$ [-2 147 483 647 , 2 147 483 647]

$n = 64$ [-9 223 412 376 694 775 807, +9 223 412 376 694 775 807]



Operații în cod complementar: ⊕

$$\forall a,b \in [0,2^n),\ a \oplus b = \begin{cases} a + b & \text{, dacă } a+b < 2^n \\ a + b - 2^n & \text{, dacă } a+b \geq 2^n \end{cases}$$

Reguli: dacă a și b au același semn ≠ semnul $a \oplus b$ – **depășire**

t_{n-1} se pierde (nu se păstrează în rezultat)

$$[x+y]_{\text{compl}} = [x]_{\text{compl}} \oplus [y]_{\text{compl}}\ \forall x,y \in \mathbb{Z}, \text{ a. î. } |x|, |y|, |x+y| < 2^{n-1}$$

$$[x]_{\text{compl}} \ominus [y]_{\text{compl}} = [x]_{\text{compl}} \oplus [-y]_{\text{compl}}$$

Convenția subunitară

$n \in \{8,16,32,64\}$

bitul de semn

0 + 1 −

Coduri

$x \in |\mathrm{R}$,$|x| < 1$ cu max. n-1 cifre după ”,”

$$[x]_{dir} = \begin{cases} x \ , \text{ dacă } x \geq 0 \\ 1 + |x|, \text{ dacă } x \leq 0 \end{cases} \qquad [x]_{inv} = \begin{cases} x \ , \text{ dacă } x \geq 0 \\ 2 - 2^{-n+1} - |x|, \text{ dacă } x \leq 0 \end{cases}$$

$$[x]_{compl} = \begin{cases} x \ , \text{ dacă } x \geq 0 \\ 2 - |x|, \text{ dacă } x \leq 0 \end{cases}$$

Obs.: dacă $x \leq 0$, $[x]_{compl} = [x]_{inv} + 2^{-n+1}$

dacă $x \geq 0$, $[x]_{compl} = [x]_{inv} = [x]_{dir}$

Operații

$$\forall a,b\in[0,1),\ a \oplus b = \begin{cases} a+b & \text{, dacă } a+b<2 \\ a+b-2 & \text{, dacă } a+b\geq 2 \end{cases}$$

Reguli: dacă a și b au același semn ≠ semnul $a \oplus b$ – **depășire**

t_{n-1} se pierde (nu se păstrează în rezultat)

$$[x+y]_{\text{compl}} = [x]_{\text{compl}} \oplus [y]_{\text{compl}}$$

$\forall x,y \in |\mathrm{R}$, a. î. $|x|$, $|y|$, $|x+y| < 1$ cu max. n-1 cifre după ”,”

$$[x]_{\text{compl}} \ominus [y]_{\text{compl}} = [x]_{\text{compl}} \oplus [-y]_{\text{compl}}$$

Reprezentări ale nr. reale

- se aproximează la nr. raționale
- pe *k* octeți (biți: 8, 16, 32 – cuvânt, 64 – dublu cuvânt)

Reprezentarea în virgulă fixă

- n biți
- $-2^{I} + 2^{-F} \le |x| \le 2^{I} - 2^{-F}$
- Dezavantaj: pierderea cifrelor cele mai semnificative

partea întreagă: I partea fracționară F

	0			,			0	
n-1	I-1	…	0	-1	…	2-F	1-F	
n-1	n-2	…	F+1	F	…	2	1	0

bitul de semn

0 + 1 −

Reprezentarea în virgulă mobilă (flotantă)

- precizie mai mare (pt. nr. f. mari / f. mici)
- la depășire se pierd cifrele cele mai puțin semnificative
- $\forall x \in \mathbb{R}$, $x = \pm 0{,}m * b^e$
  - m - mantisa numărului
  - b - bază de numeraţie
  - e - exponent
- ! b=2

Mantisă subunitară

- <u>Def 1</u>: Un număr real x se scrie cu ***mantisă subunitară*** şi exponent al unei baze b, dacă $x = \pm 0, m * b^e$
- <u>Def 2</u>: Un număr real x, $x \neq 0$, se scrie cu ***mantisa subunitară normalizată***, dacă x este scris cu mantisă subunitară şi exponent al bazei b şi dacă are loc: $\frac{1}{b} \leq m < 1$.

Ex : 0,12345678 $*10^4$ - este scris normalizat

0,004371 $*10^{-4}$ - nu este scris normalizat

Mantisa ”supraunitară”

- Def 3: Un număr real x, $x \neq 0$, este scris cu ***mantisa între 1 şi 2***, dacă x se scrie în baza 2 sub forma : $x = \pm 1, m * 2^e$

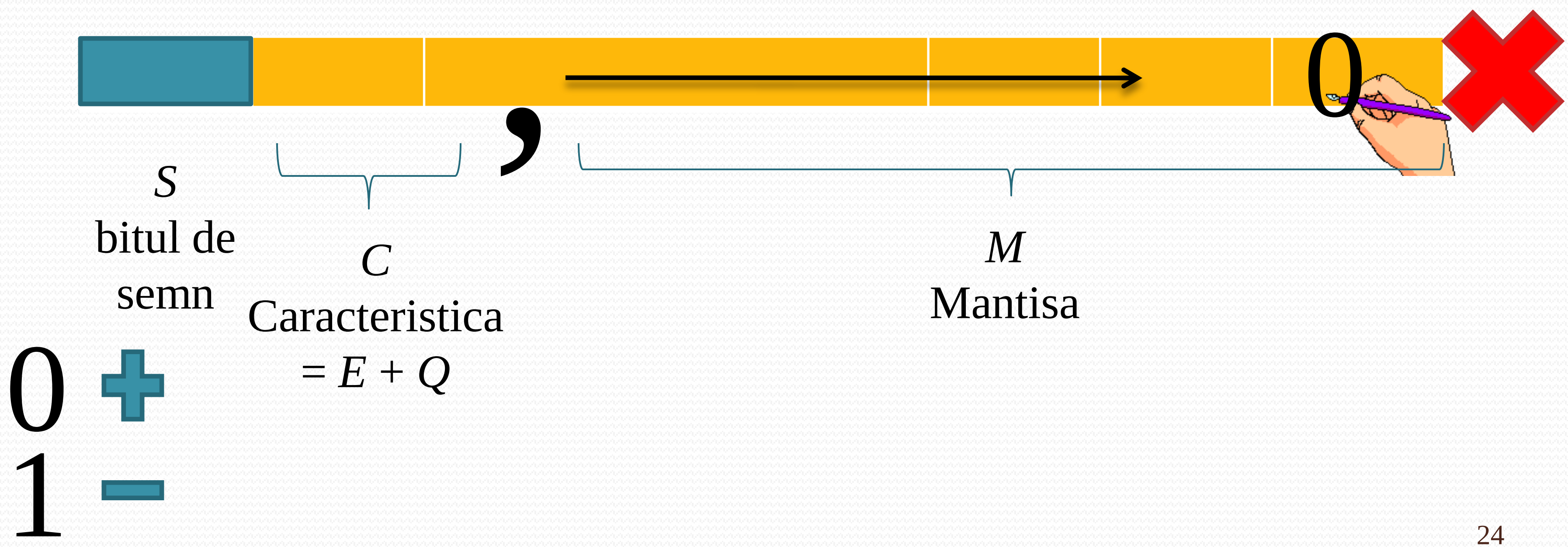
- Def 4: Un număr real x este reprezentat în calculator în ***virgulă mobilă*** dacă pentru reprezentarea internă se utilizează scrierea lui x în baza 2 cu exponent şi cu ***mantisă subunitară*** sau cu ***mantisă între 1 şi 2***.

Reprezentarea în virgulă mobilă

$n \in \{32,64\}$ IEEE P754 Simplă precizie / Dublă precizie

C pe 8/11 biți; M pe 23/52

Q – deplasament $\in \{127,1023\}$



Valori speciale

Valoare	S (semn)	C (caracteristica)	M (mantisa)
0_+	0	0...0	0...0
0-	1	0...0	0...0
-inf	1	1...1	0...0
+inf	0	1...1	0...0
NaN (not a number)	1 sau 0	1...1	valoare nenulă

Intervale de reprezentare

Precizie	Binar Valoare absolută	Zecimal Valoare absolută
Simplă	minim = 2^{-126} maxim = $(2-2^{-23})*2^{127}$	minim ≈ 10^{-38} maxim ≈ 10^{38}
Dublă	minim = 2^{-1022} maxim = $(2-2^{-52})*2^{1023}$	minim ≈ 10^{-308} maxim ≈ 10^{308}