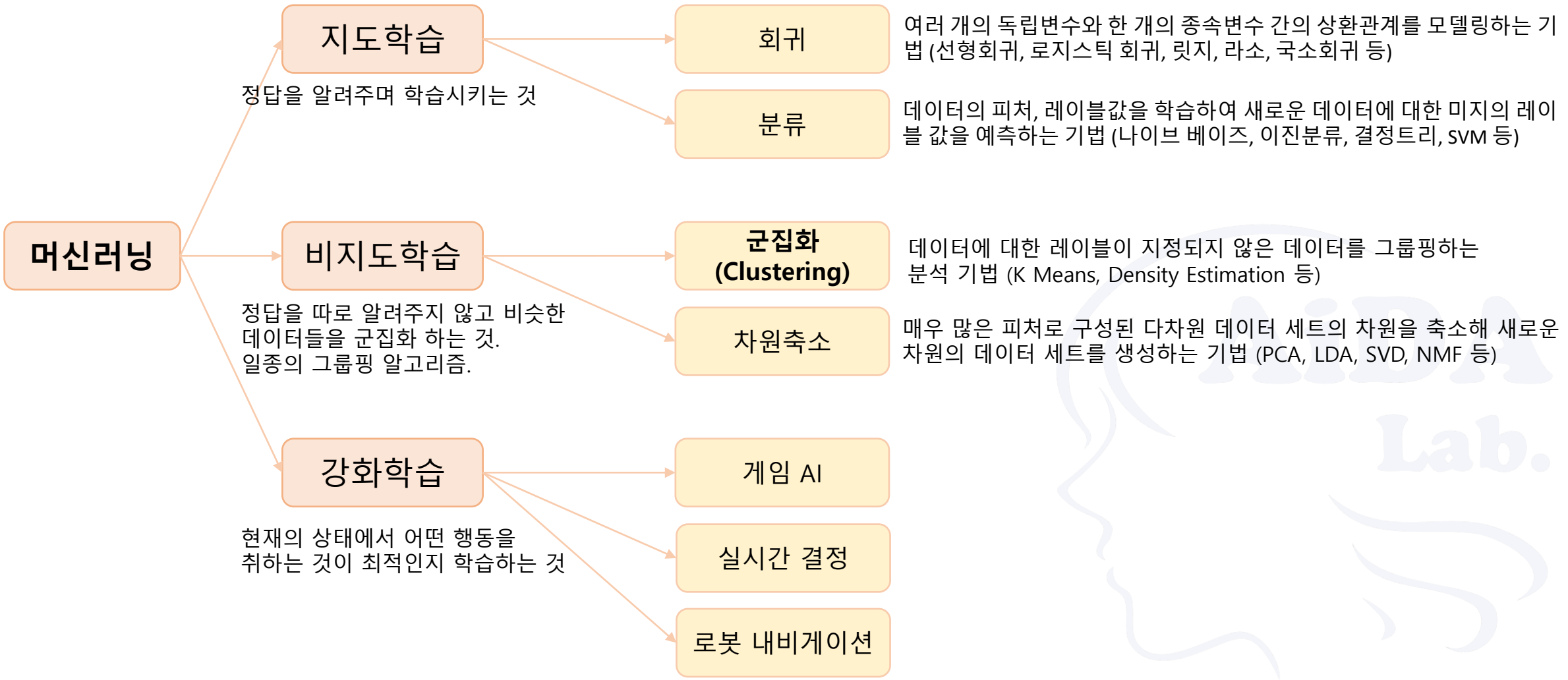
AiDA Lab.
Artificial Intelligence & Data Analysis Laboratory

군집화

Seokhwan Yang

머신러닝의 분류


머신러닝
지도학습
정답을 알려주며 학습시키는 것
회귀
여러 개의 독립변수와 한 개의 종속변수 간의 상환관계를 모델링하는 기법 (선형회귀, 로지스틱 회귀, 릿지, 라소, 국소회귀 등)
분류
데이터의 피처, 레이블값을 학습하여 새로운 데이터에 대한 미지의 레이블 값을 예측하는 기법 (나이브 베이즈, 이진분류, 결정트리, SVM 등)
비지도학습
정답을 따로 알려주지 않고 비슷한 데이터들을 군집화 하는 것.
일종의 그룹핑 알고리즘.
군집화 (Clustering)
데이터에 대한 레이블이 지정되지 않은 데이터를 그룹핑하는 분석 기법 (K Means, Density Estimation 등)
차원축소
매우 많은 피처로 구성된 다차원 데이터 세트의 차원을 축소해 새로운 차원의 데이터 세트를 생성하는 기법 (PCA, LDA, SVD, NMF 등)
강화학습
현재의 상태에서 어떤 행동을 취하는 것이 최적인지 학습하는 것
게임 AI
실시간 결정
로봇 내비게이션

텍스트 유사성을 위한 군집화

- **군집화 알고리즘**
  - **알고리즘의 목표**
    - 주어진 사례(데이터)를
    - 의미가 다른 그룹으로 구성하는 기능을 사용하여
    - 레이블이 지정되지 않은 데이터의 잠재 구조나 테마를 발견하는 것

거리 계량

- **거리 계량의 종류**
  - **유클리드 거리**
  - **맨해튼 거리**
  - **자카드 거리**
  - **민코프스키 거리**
    - 유클리드 거리와 맨해튼 거리를 일반화한 것
    - 정규화된 벡터 공간에서 두 점 사이의 거리를 정의함

거리 계량

- **마할라노비스 거리**

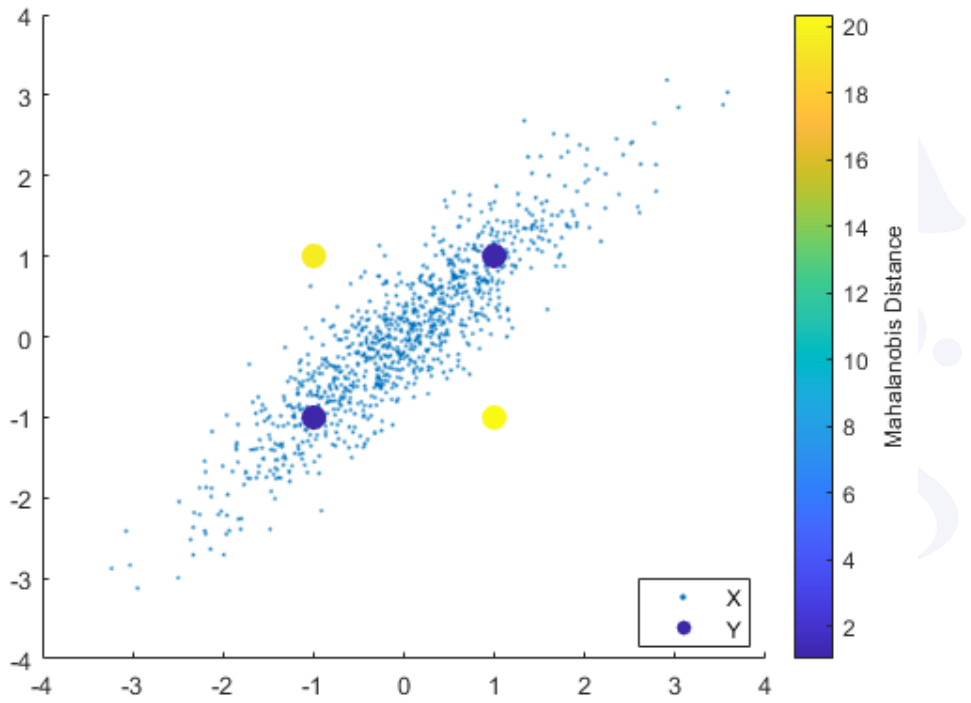
참고: https://gaussian37.github.io/ml-concept-mahalanobis_distance/

  - 특정 지점이 점의 분포로부터 얼마나 많은 표준편차를 벗어났는지 측정할 수 있게 다차원으로 일반화한 계량 방법. 분포와 관련해 좌표이동, 재조정 효과가 있음
  - 표본 점과 분포 사이의 거리를 측정한 값
  - 마할라노비스 거리 $= \left((x-\mu_i)^T \Sigma_i^{-1} (x-\mu_i) \right)^{0.5}$

    마할라노비스 거리는 x에서 μ_i까지의 거리이며, 더 정확히 말하면 x에서 정규분포 $N(\mu_i, \Sigma)$까지의 거리가 됨

    → 기존의 유클리디안 거리에 공분산 계산이 추가된 것으로 볼 수 있음

    유클리디안 거리 : $\left((x-\mu_i)^T (x-\mu_i) \right)^{0.5}$



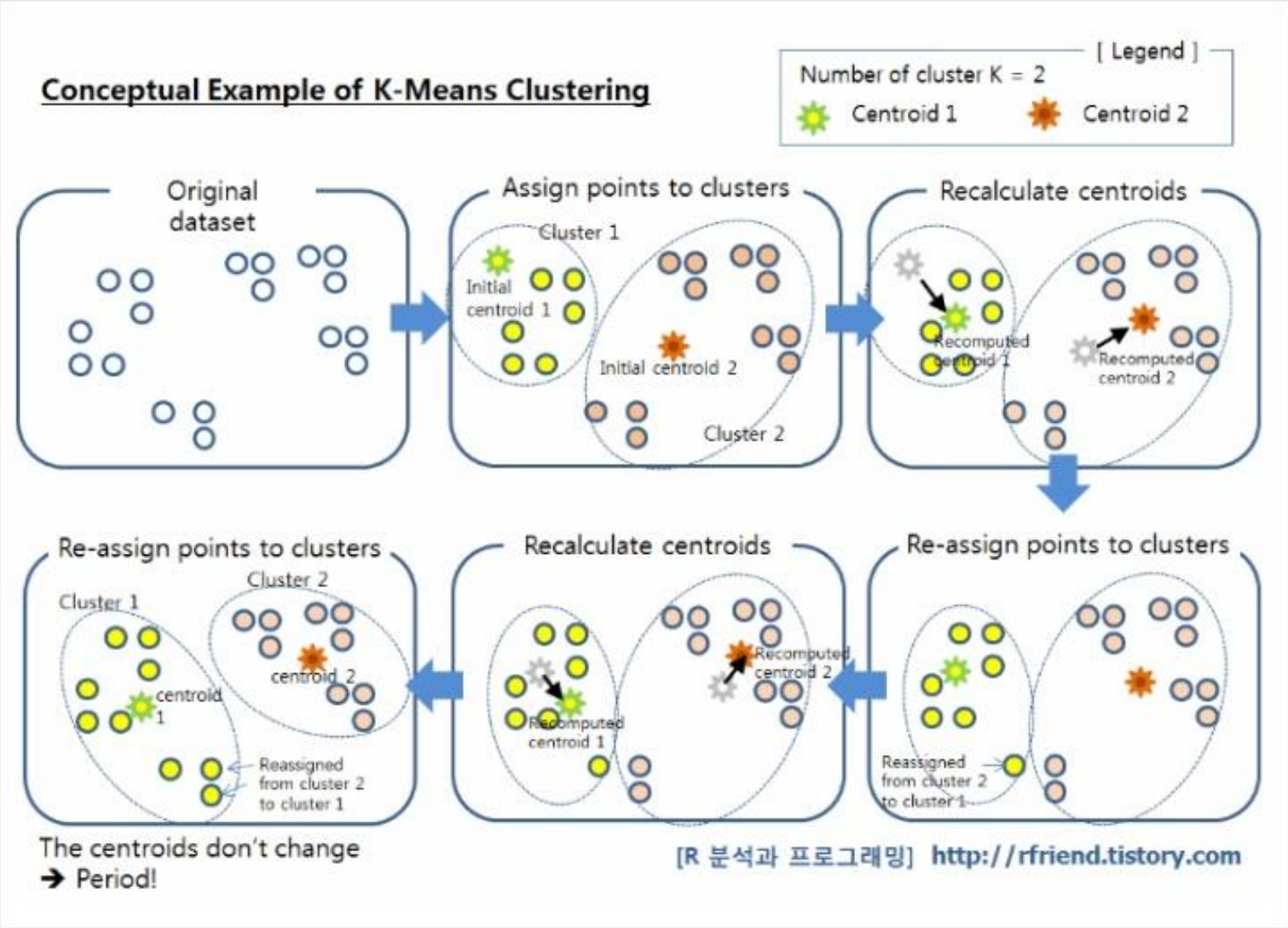
비지도 학습의 적용

- 데이터 간의 유사성을 정량화할 수 있으면 유사한 데이터 그룹을 찾기 위하여 비지도 학습을 적용할 수 있음
- 비지도 학습에서의 두 가지 주요 접근법
  - 부분 군집화(Partitive Clustering)
  - 계층적 군집화(Hierarchical Clustering)

부분 군집화: k-Means Clustering

- k-Means Clustering (k 평균 군집화)
  - 군집화에서 가장 일반적으로 사용되는 알고리즘
  - 군집의 중심점이라는 특정한 임의의 지점을 선택해 해당 중심에 가장 가까운 포인트들을 선택하는 기법
  - 임의로 선택한 군집 수 k 및 벡터화된 사례(instance)들을 중심(centroid)에 근접하도록 군집(Clusters)들로 분할한 후, 이를 계산하여 군집 내부의 제곱합을 최소화 함

부분 군집화: k-Means Clustering



부분 군집화: k-Means Clustering

- 기본적인 알고리즘

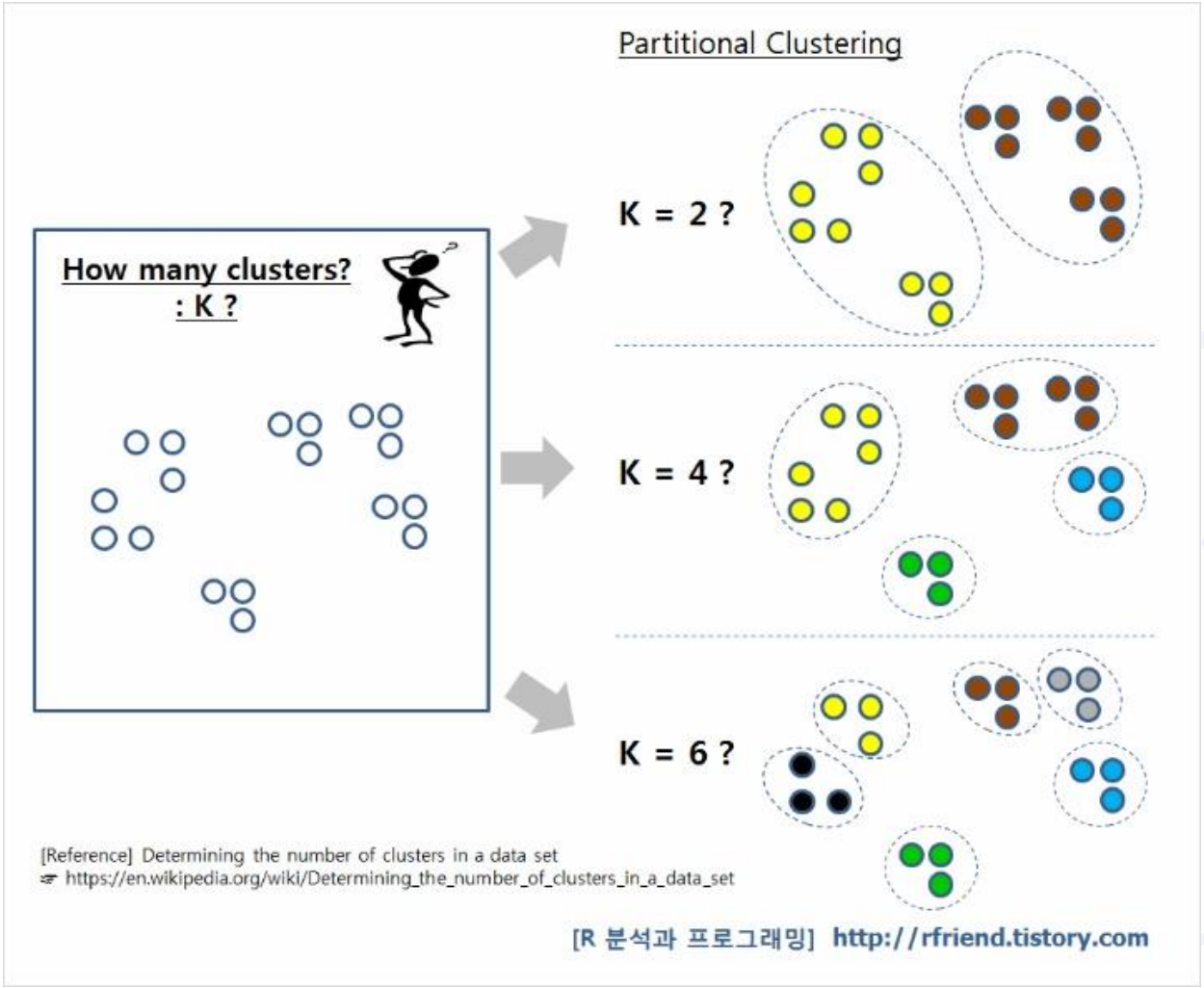
(실제 사용 시에는 주어진 문제/데이터에 적합하게 초기화하여 생성한 임의의 위치를 적용)

1. 군집화의 기준이 되는 중심점을 구성하려는 군집의 개수만큼 임의의 위치에 배치
2. 각 데이터는 가장 가까운 곳에 위치한 중심점에 소속되어 군집을 형성
3. 데이터들의 소속이 결정되면 군집의 중심점을 소속된 데이터 군집의 평균 중심으로 이동
4. 전체 데이터 중 기존 중심점보다 더 가까운 중심점이 생긴 데이터는 더 가까운 중심점으로 소속 변경 → 군집 조정
5. 조정된 군집에서 중심점을 다시 소속된 데이터의 평균 중심으로 이동
6. 이 과정을 반복. 중심점을 이동했는데 소속이 변경되는 데이터가 없으면 종료.

부분 군집화: k-Means Clustering

- **k-평균 군집화의 장점**
  - 가장 많이 사용됨
  - 알고리즘이 쉽고 간결함
- **k-평균 군집화의 단점**
  - 거리 기반 알고리즘이므로 속성의 개수가 매우 많을 경우 군집화의 정확도가 떨어짐
    → 개선 방안으로 PCA를 이용한 차원감소 등을 고려할 수 있음
  - 반복을 수행하는데, 반복 횟수가 많을 경우 수행 시간이 매우 느려짐
  - 몇 개의 군집(Cluster)을 선택해야 할지 적절한 기준, 가이드가 없음

부분 군집화: k-Means Clustering



부분 군집화: k-Means Clustering

- 실습

부분 군집화: Cluster Evaluation

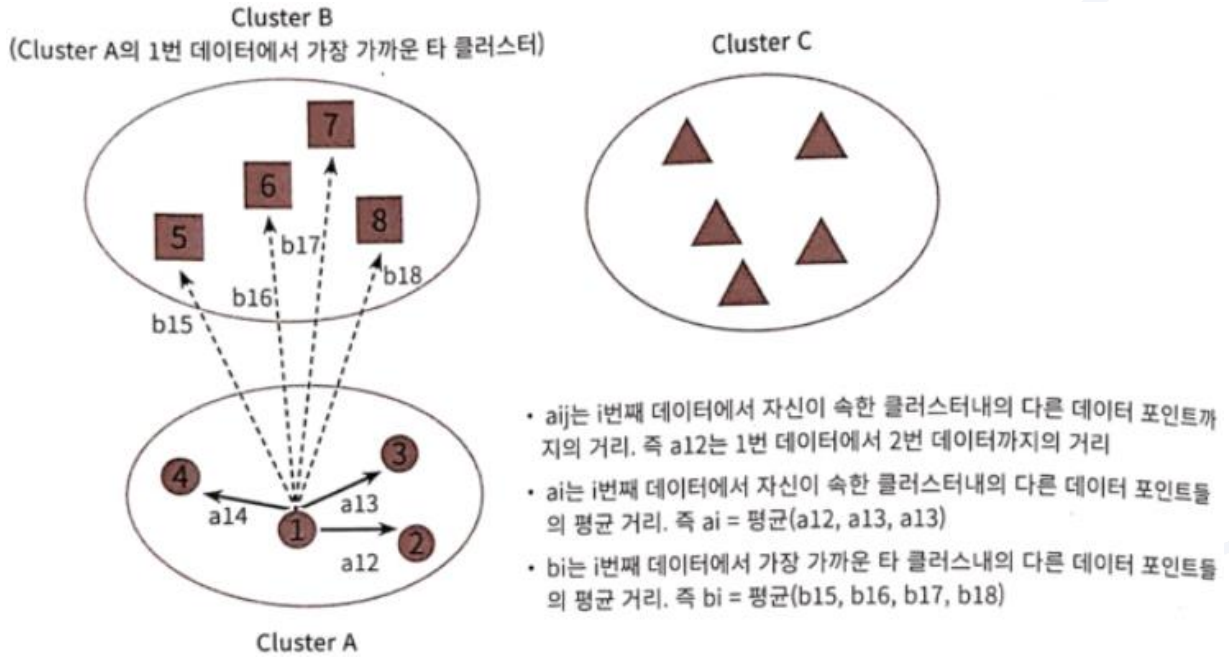
- 군집 평가(Cluster Evaluation)
  - 지도학습, 또는 붓꽃 데이터 세트의 실습의 경우, 결과 레이블이 제공되지만 일반적인 데이터 군집화 세트는 타겟 레이블이 없음
  - 군집화는 분류와 비슷해 보이지만 성격이 많이 다른 알고리즘
  - 따라서 군집화가 효율적으로 잘 되었는지 평가할 수 있는 지표가 요구됨

부분 군집화: Cluster Evaluation

- **실루엣 분석(Silhouette Analysis)**
  - **군집화 평가 방법의 하나**
  - **각 군집 간의 거리가 얼마나 효율적으로 분리되어 있는지 나타냄**
  - **효율적으로 잘 분리되었다는 것은...**
    - 다른 군집과의 거리는 충분히 떨어져 있고
    - 동일 군집끼리의 데이터는 서로 가깝게 잘 뭉쳐져 있음을 의미
    - 군집화가 잘 될수록 개별 군집은 비슷한 정도의 여유공간을 가지고 떨어져 있음

부분 군집화: Cluster Evaluation

- **실루엣 계수(Silhouette Coefficient)를 기반으로 함**
  - 개별 데이터가 가지는 군집화 지표
  - 실루엣 계수: 해당 데이터가 같은 군집 내의 데이터와 얼마나 가깝게 군집화 되어 있고, 다른 군집에 있는 데이터와는 얼마나 멀리 분리되어 있는지를 나타내는 지표



부분 군집화: Cluster Evaluation

- 특정 데이터 포인트의 실루엣 계수 값: $a(i)$와 $b(i)$를 기반으로 계산함
  - $a(i)$: 해당 데이터 포인트와 같은 군집 내에 있는 다른 데이터 포인트와의 거리를 평균한 값
  - $b(i)$: 해당 데이터 포인트가 속하지 않은 군집 중 가장 가까운 군집과의 평균 거리
  - $b(i) - a(i)$: 두 군집 간의 거리가 얼마나 떨어져 있는가의 값
  - 정규화를 위해서 $\max(a(i), b(i))$ 값으로 나눠주면 → i번째 데이터 포인트의 실루엣 계수

$$s(i) = \frac{b(i) - a(i)}{\max(a(i), b(i))}$$

  - 실루엣 계수는 -1~1 사이의 값을 가지며
    - 1에 가까울수록 근처의 군집과 더 멀리 떨어져 있음
    - 0에 가까울수록 근처의 군집과 가까워짐
    - -(마이너스)값은 아예 다른 군집에 데이터 포인트가 할당되었음을 의미

부분 군집화: Cluster Evaluation

- **좋은 군집화 조건**
  - 전체 실루엣 계수의 평균값은 0~1 사이의 값을 가지며 1에 가까울수록 좋음
  - 전체 실루엣 계수의 평균값과 개별 군집의 평균값의 편차가 크지 않아야 함

    → 개별 군집의 실루엣 계수 평균값이 전체 실루엣 계수의 평균값에서 크게 벗어나지 않는 것이 중요함

    → 만약 전체 실루엣 계수의 평균값은 높지만, 특정 군집의 실루엣 계수 평균값만 유난히 높고, 다른 군집의 실루엣 계수 평균값은 낮다면 좋은 군집화 조건이라고 할 수 없음

부분 군집화: Cluster Evaluation

- 실습

부분 군집화: Cluster Evaluation

- **군집별 평균 실루엣 계수의 시각화를 통한 군집 개수 최적화 방법**
  - **전체 데이터 평균 실루엣 계수 값이 높다고 해서 반드시 최적의 군집 계수로 군집화가 잘 되었다고 볼 수는 없음**
    - 특정 군집 내의 실루엣 계수 값만 너무 높고, 다른 군집은 내부 데이터끼리의 거리가 너무 떨어져 있어서 실루엣 계수 값이 낮아져도 평균값은 높아질 수 있음
    - 개별 군집별로 적당히 분리된 거리를 유지하면서 군집 내의 데이터가 서로 뭉쳐있는 경우에 k-평균의 적절한 군집 개수가 설정되었다고 판단할 수 있음

부분 군집화: Cluster Evaluation

- **실루엣 계수를 통한 k-평균 군집 평가 방법**
  - 직관적으로 이해하기 쉬움
  - 각 데이터 별로 다른 데이터와의 거리를 반복적으로 계산해야 함

    → 데이터 양이 늘어나면 수행시간이 크게 증가함(메모리 부족 오류 발생 가능)

    → 이 경우, 군집별로 임의의 데이터를 샘플링해 실루엣 계수를 평가하는 방안 고려

부분 군집화: Mean Shift

- **평균 이동(Mean Shift)**
  - **중심을 군집의 중심으로 지속적으로 움직이면서 군집화 수행**
  - **k-평균과 유사하지만**
    - k-평균: 중심에 소속된 데이터의 평균 거리 중심으로 이동
    - 평균 이동: 중심을 데이터가 모여 있는 밀도가 가장 높은 곳으로 이동

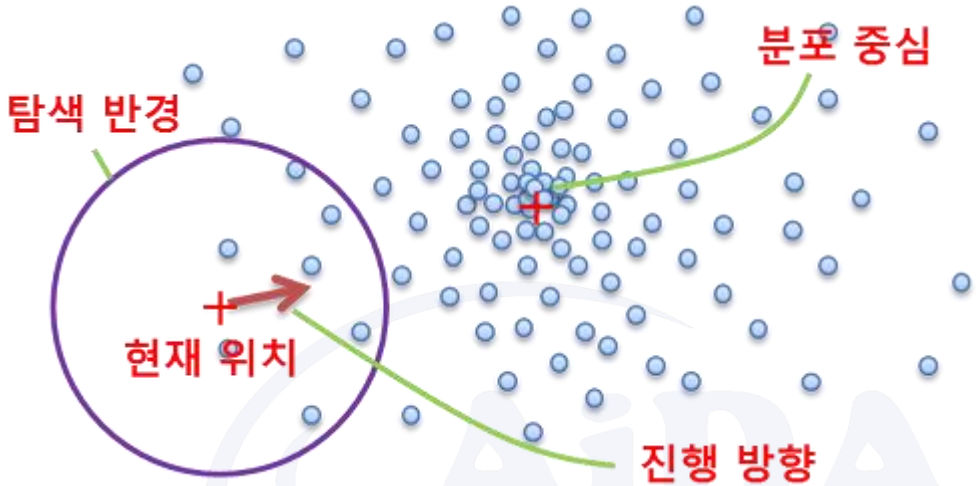
부분 군집화: Mean Shift

- **평균 이동 군집화는**
  - 데이터의 분포도를 이용해 군집 중심점을 찾음 (∵군집 중심점은 데이터가 모여 있는 곳)
    → 확률 밀도 함수(Probability Density Function) 이용
  - 가장 집중적으로 데이터가 모여 있어 확률 밀도 함수가 피크인 점을 군집 중심점으로 선정
    → 주어진 모델의 확률 밀도를 찾기 위해서 KDE(Kernel Density Estimation)을 많이 이용
  - 특정 데이터를 반경 내의 데이터 분포 확률 밀도가 가장 높은 곳으로 이동하기 위해
    주변 데이터와의 거리 값을 KDE 함수 값으로 입력,
    그 반환 값을 현재 위치에서 업데이트하면서 이동
    → 이 방식을 전체 데이터에 반복적으로 적용하면서 데이터의 군집 중심점을 찾음

부분 군집화: Mean Shift

- **알고리즘**

1. 개별 데이터의 특정 반경 내에 주변 데이터를 포함한 데이터 분포도를 KDE 기반의 Mean Shift 알고리즘으로 계산
2. KDE로 계산된 데이터 분포도가 높은 방향으로 데이터 이동



3. 모든 데이터를 1~2까지 수행하면서 데이터 이동, 개별 데이터들이 군집중심점으로 모임
4. 지정된 반복 횟수만큼 전체 데이터에 대해서 KDE 기반으로 데이터를 이동시키면서 군집화 수행
5. 개별 데이터들이 모인 중심점을 군집 중심점으로 설정

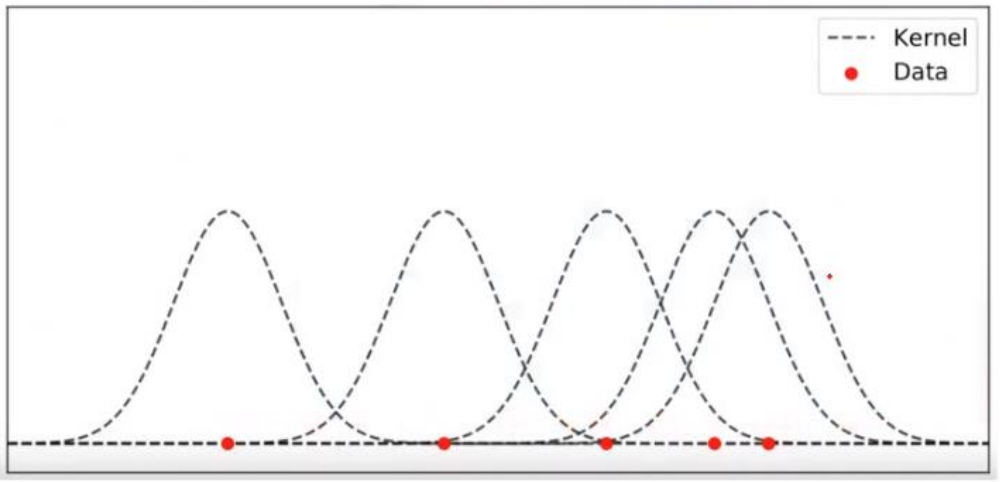
부분 군집화: Mean Shift

- **KDE(Kernel Density Estimation)**
  - 커널 함수를 통해 어떤 변수의 확률 밀도 함수를 추정하는 대표적인 방법
  - 관측된 데이터 각각에 커널 함수를 적용한 값을 모두 더한 뒤, 데이터 건수로 나눠 확률 밀도 함수(Probability Density Function, PDF)를 추정함
  - PDF: 확률 변수의 분포를 나타내는 함수
    - 정규 분포 함수, 감마 분포, t-분포 등이 있음
    - PDF를 알면 특정 변수가 어떤 값을 갖게 될 지에 대한 확률을 알게 되므로
      → 이를 통해 변수의 특성(정규 분포의 경우 평균, 분산 등), 확률 분포 등 변수의 많은 요소를 알 수 있음
  - 대표적인 커널 함수: 가우시안 분포 함수

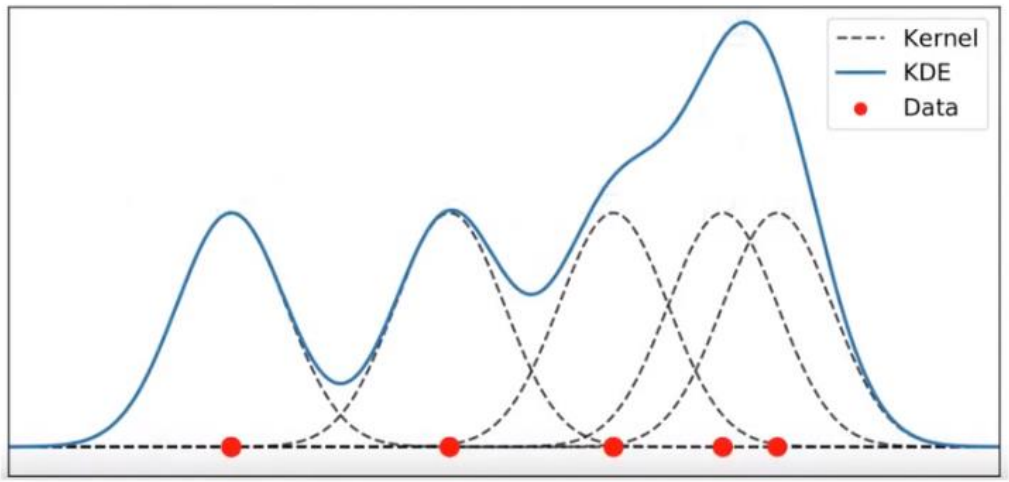
부분 군집화: Mean Shift

- 가우시안 함수의 적용

개별 관측 데이터에 가우시안 커널 함수 적용



가우시안 커널 함수 적용 후 합산



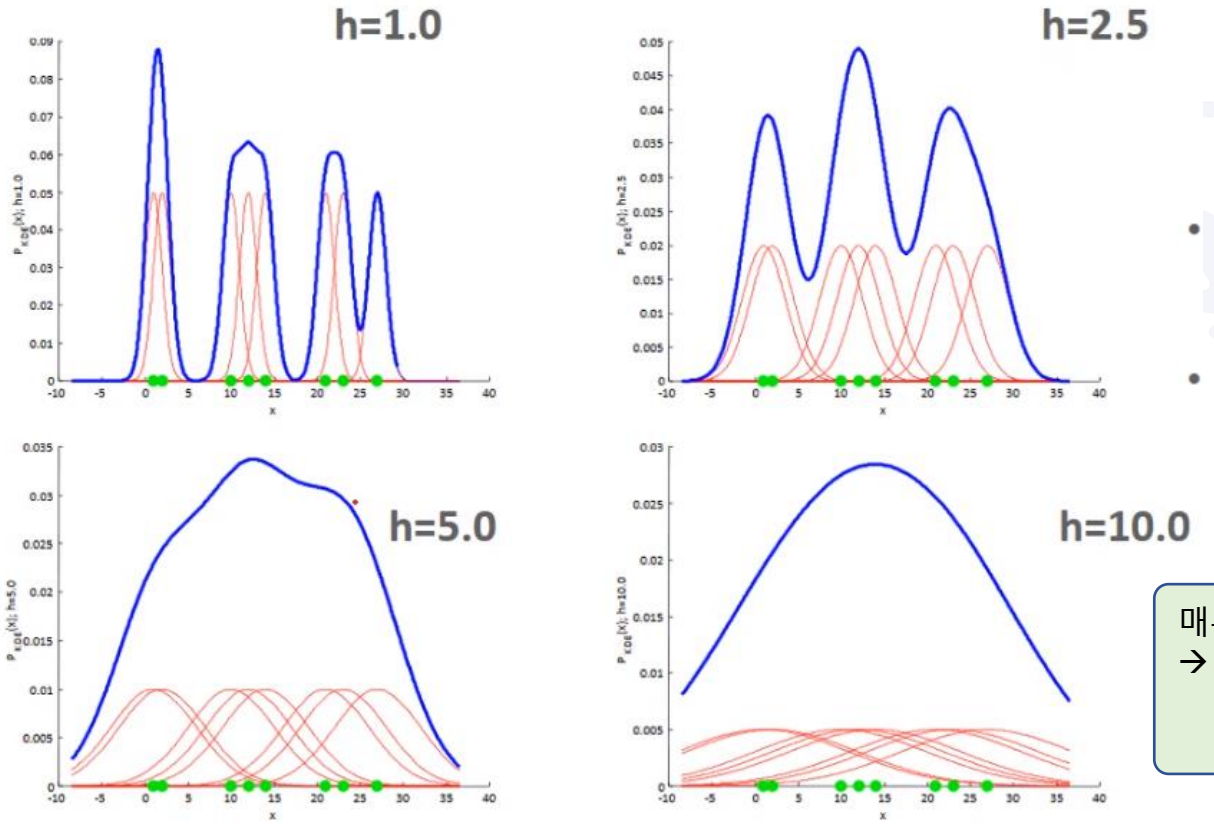
$$KDE = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} K_h(x - x_i) = \frac{1}{nh}\sum_{i=1}^{n} K\left(\frac{x - x_i}{h}\right)$$

K : 커널 함수,
x : 확률 변수 값,
x_i: 관측 값,
h: 대역폭

부분 군집화: Mean Shift

- 대역폭 h는 KDE 형태를 부드러운(또는 뾰족한) 형태로 평활화(Smoothing)하는데 적용
- h를 어떻게 설정하느냐에 따라 확률 밀도 추정 성능을 크게 좌우할 수 있음

작은 h값: 좁고 뾰족한 KDE
→ 변동성이 큰 방식으로 확률 밀도 함수를 추정하므로 과적합 하기 쉬움



매우 큰 h값: 과도하게 평활화된 KDE
→ 지나치게 단순화된 방식으로 확률 밀도 함수를 추정하므로 과소적합 하기 쉬움

부분 군집화: Mean Shift

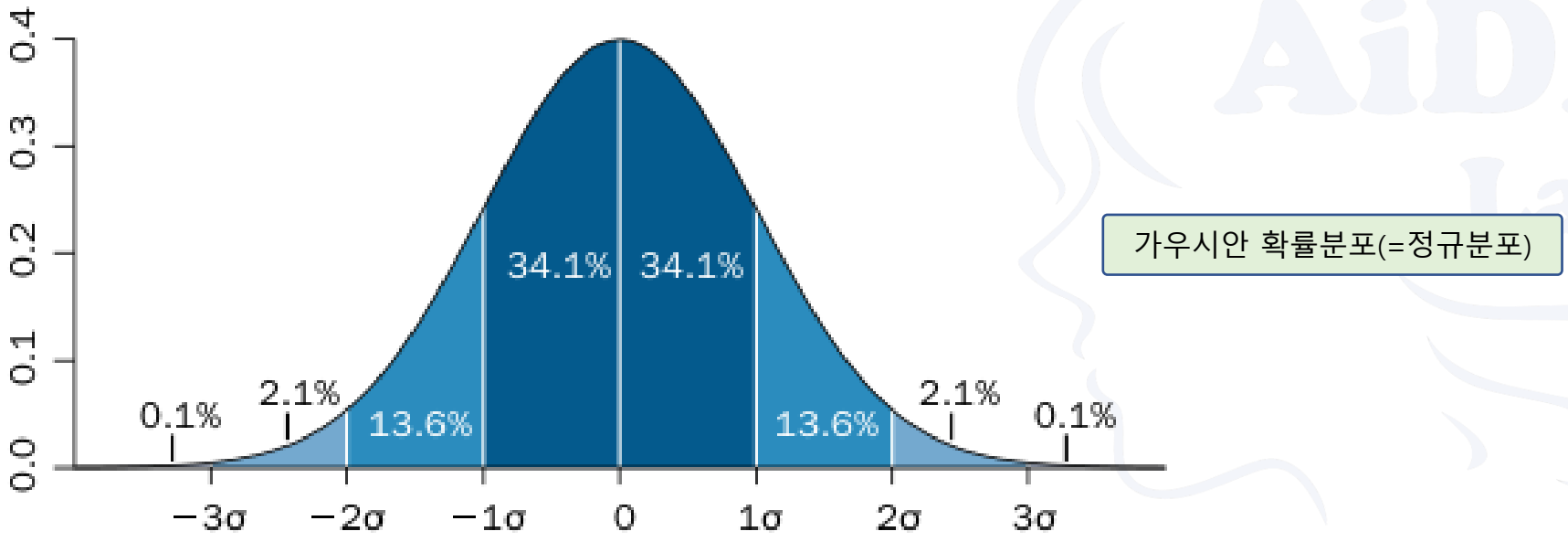
- **일반적으로 평균 이동 군집화는**
  - 대역폭이 클수록 평활화된 KDE로 인해 적은 수의 군집 중심점을 가짐
  - 대역폭이 작을수록 많은 수의 군집 중심점을 가짐
  - 군집의 개수를 지정하지 않으며 오직 대역폭의 크기에 따라 군집화 수행

부분 군집화: Mean Shift

- **평균 이동 군집화의 장점**
  - 데이터 세트의 형태를 특정 형태로 가정하거나, 특정 분포도 기반의 모델로 가정하기 않기 때문에 유연한 군집화가 가능함
  - 이상치의 영향력이 크지 않고 미리 군집의 개수를 정할 필요가 없음
- **평균 이동 군집화의 단점**
  - 알고리즘의 수행 시간이 길다
  - band-width의 크기에 따른 군집화 영향도가 매우 크다
- **이런 이유로 평균이동 군집화 기법은 분석 업무 기반의 데이터 세트보다는 컴퓨터 비전 영역에서 더 많이 사용됨**
  - 영상, 이미지에서 특정 개체 구분, 움직임 추적에 뛰어남

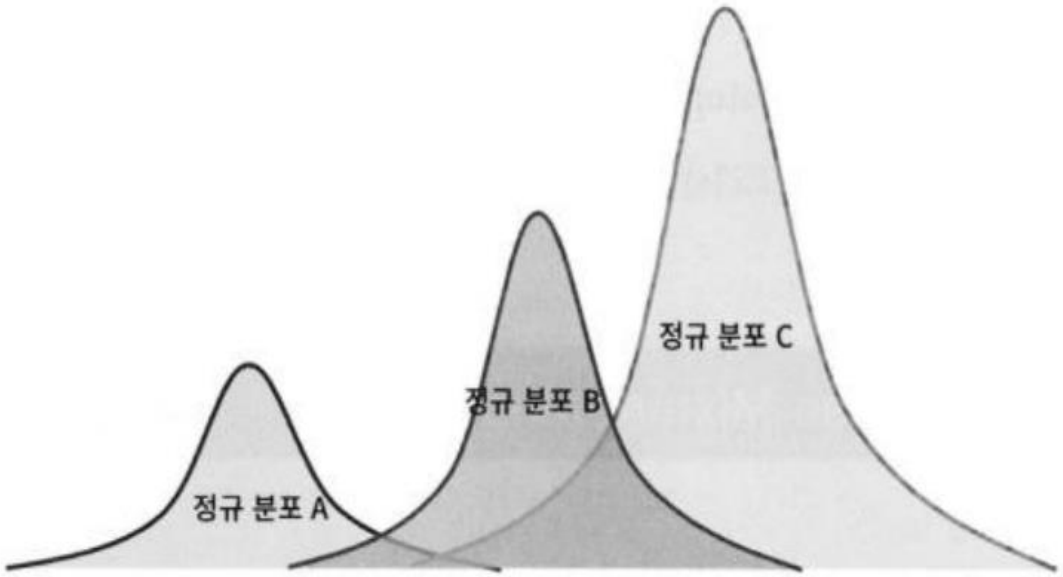
부분 군집화: GMM

- **GMM (Gaussian Mixture Model)**
  - **군집화를 적용하고자 하는 데이터가 여러 개의 가우시안 분포를 가진 데이터 집합들이 섞여서 생성된 것이라는 가정 하에 군집화를 수행하는 방법**



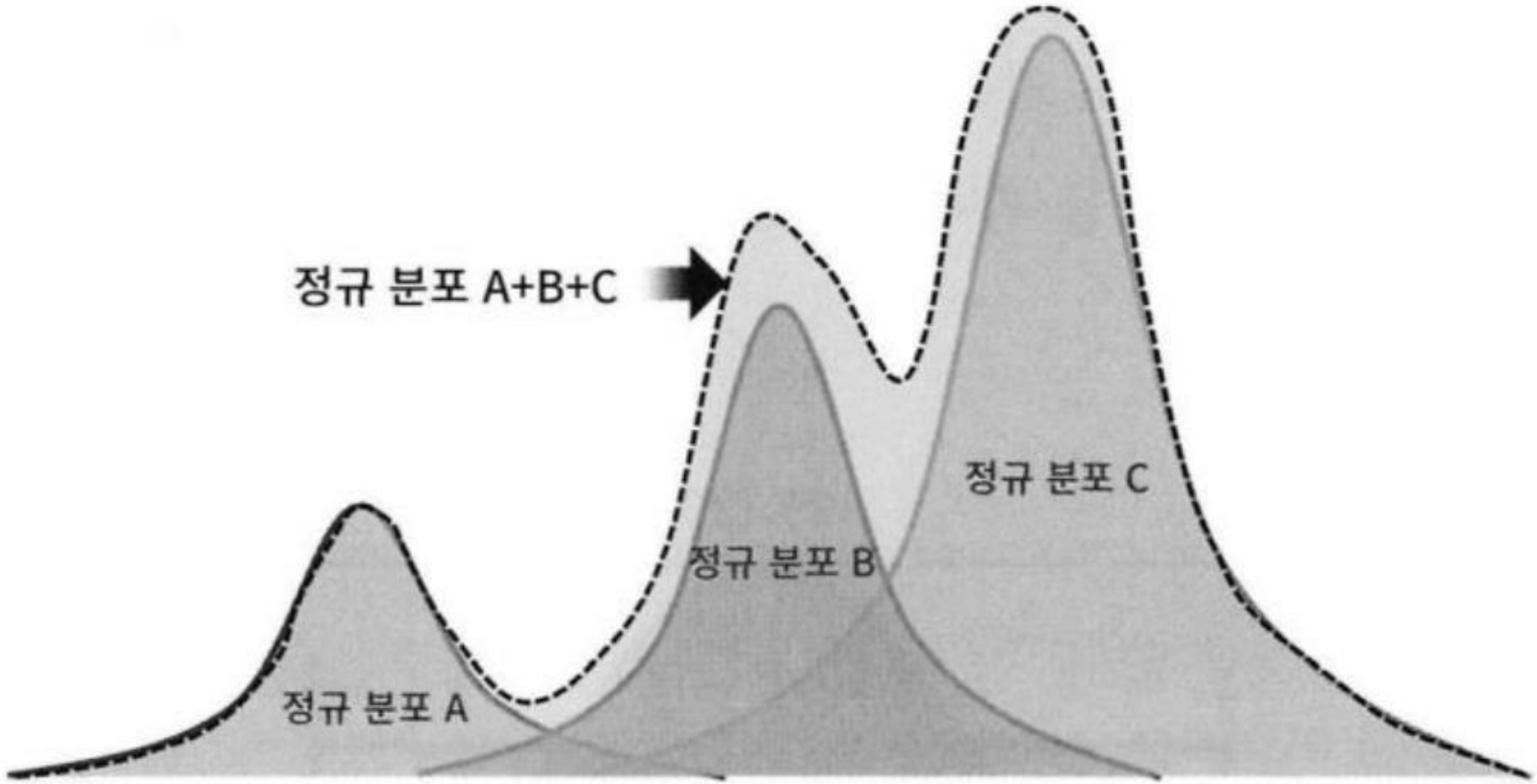
부분 군집화: GMM

- **GMM(가우시안 혼합 모델)**
  - 데이터를 여러 개의 가우시안 분포가 섞인 것으로 간주
  - 섞인 데이터 분포에서 개별 유형의 가우시안 분포 추출
  - 다음과 같이 3개의 가우시안 분포 A, B, C를 가진 데이터 셋이 있다고 가정



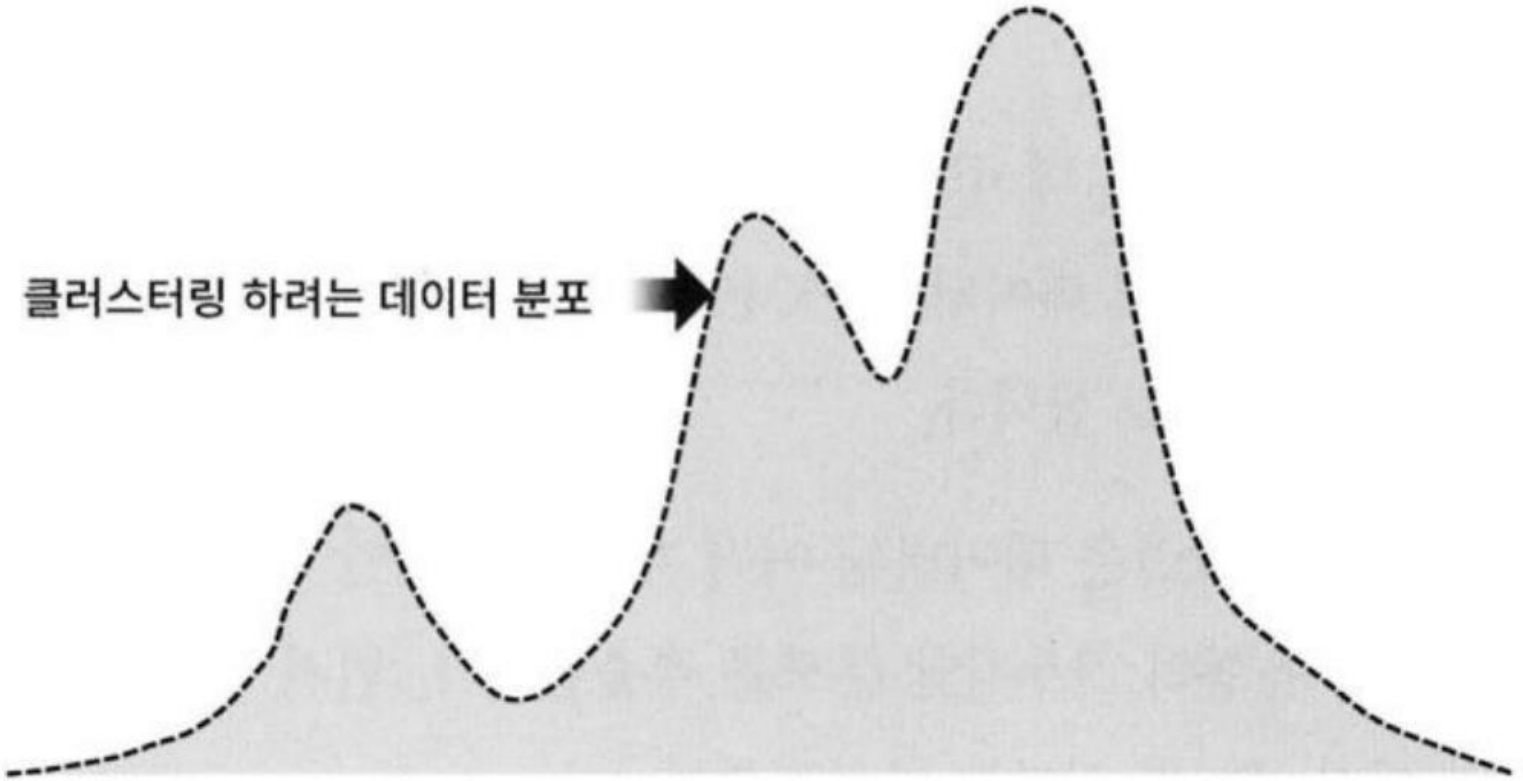
부분 군집화: GMM

- 3개의 정규분포가 합쳐진 형태



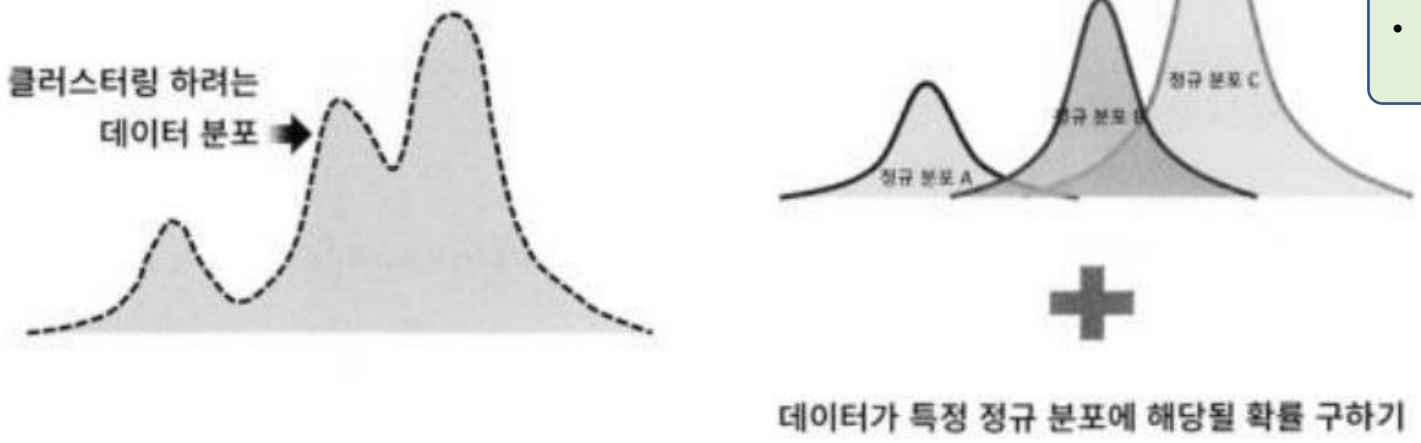
부분 군집화: GMM

- 클러스터링 하고자 하는 분포



부분 군집화: GMM

- 전체 데이터 셋은 서로 다른 정규 분포 형태를 가진 여러 가지 확률 분포 곡선으로 구성 될 수 있다.
- 이러한 서로 다른 정규 분포에 기반에 군집화를 수행하는 것이 GMM 군집화 방식



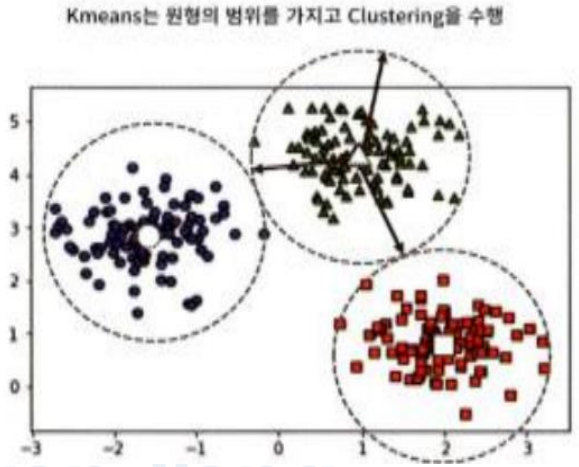
- 만약 1000개의 데이터 셋이 있다면
- 이를 구성하는 여러 개의 정규 분포 곡선을 추출하고
- 개별 데이터가 이 중 어떤 정규분포에 속하는지 결정하는 방식

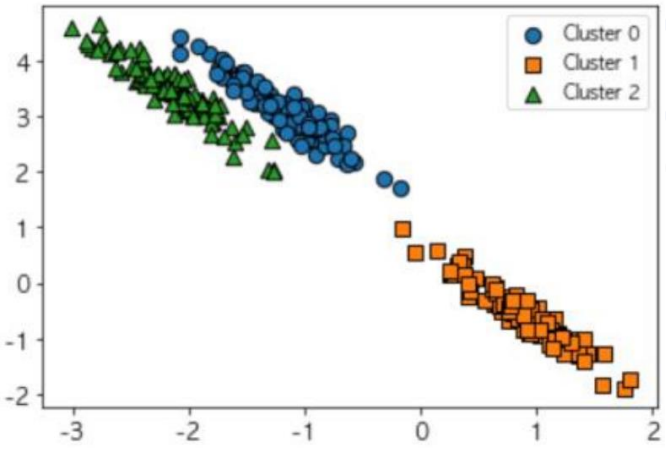
부분 군집화: GMM

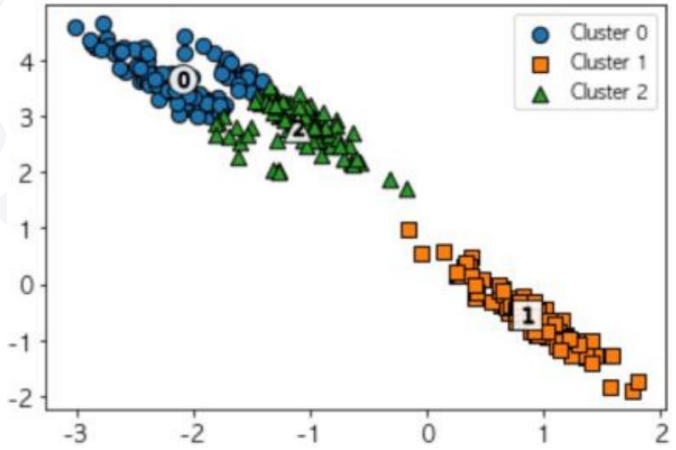
- **모수 추정**
  - GMM에서는 이러한 방식을 모수 추정이라고 하며 대표적으로 2가지를 추정함
    - 개별 정규 분포의 평균과 분산
    - 각 데이터가 어떤 정규 분포에 해당되는지의 확률
  - GMM에서는 모수 추정을 위하여 EM(Expectation and Maximization) 알고리즘을 사용

부분 군집화: GMM

- **k-평균과 GMM의 비교**
  - **k-평균**
    - 원형의 범위에서 군집화 수행 → 데이터 셋이 원형의 범위를 가질수록 k-평균의 군집화 효율 향상
    - 데이터가 원형의 범위로 퍼져 있지 않은 경우, 특히 데이터가 길쭉한 타원형으로 늘어선 경우 → 군집화를 잘 수행하지 못함

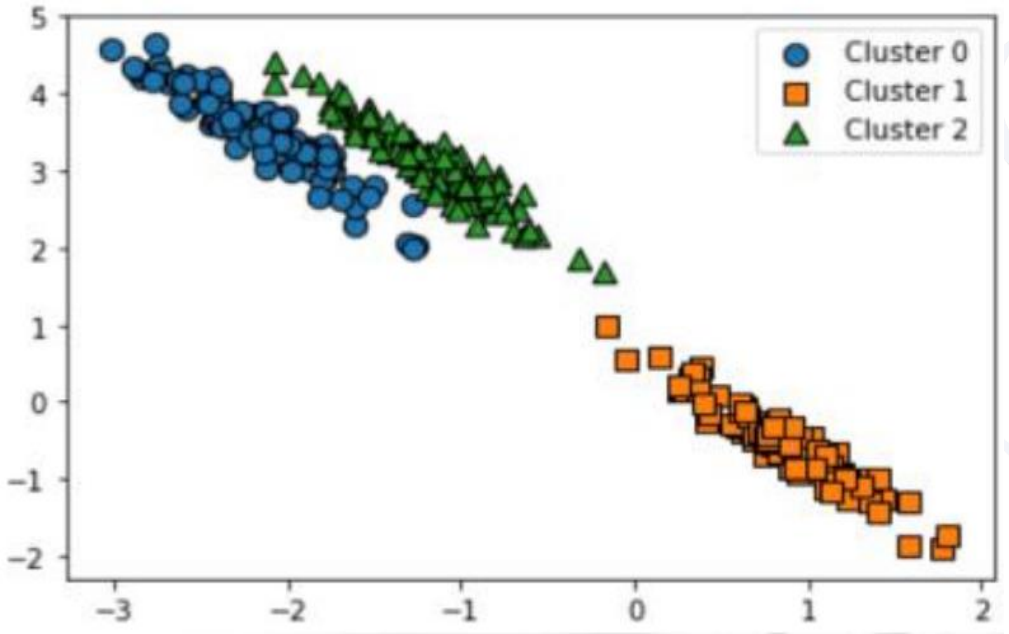






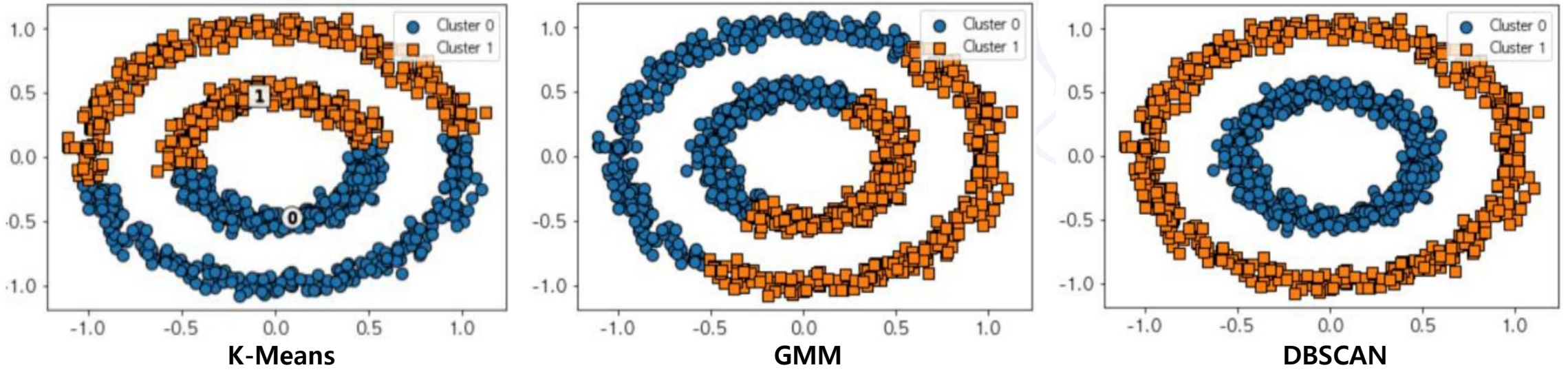
부분 군집화: GMM

- **GMM 군집화**
  - k-평균과 다르게 군집의 중심 좌표를 구할 수 없음
  - k-평균보다 유연하게 다양한 데이터 셋에 잘 적용될 수 있음
  - 군집화를 위한 수행 시간이 오래 걸림



부분 군집화: DBSCAN

- **DBSCAN (Density Based Spatial Clustering of Applications with Noise)**
  - 밀도 기반 군집화의 대표적인 알고리즘
  - 간단하고 직관적임
  - 데이터의 분포가 기하학적으로 복잡한 데이터 셋에도 효과적인 군집화 가능



K-Means GMM DBSCAN

부분 군집화: DBSCAN

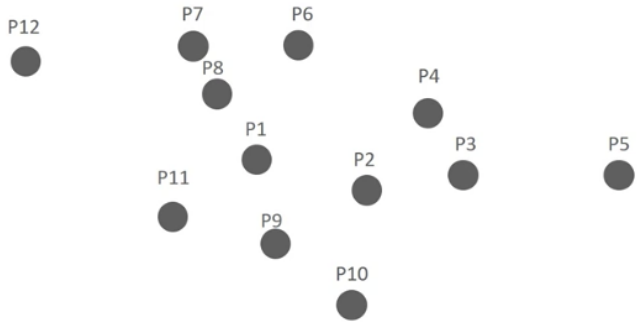
- **DBSCAN을 구성하는 가장 중요한 2가지 파라미터**
  - 입실론 주변 영역(epsilon): 개별 데이터를 중심으로 입실론 반경을 가지는 원형의 영역
  - 최소 데이터 개수(min points): 개별 데이터의 입실론 주변 영역에 포함되는 타 데이터의 개수
- **입실론 주변 영역에 포함되는 최소 데이터 개수를 충족시키는가 여부에 따라 데이터 포인트 정의**
  - 핵심 포인트 (Core Point)
    - 주변 영역 내에 최소 데이터 개수 이상의 타 데이터를 가지고 있을 경우, 해당 데이터를 핵심 포인트라고 함

부분 군집화: DBSCAN

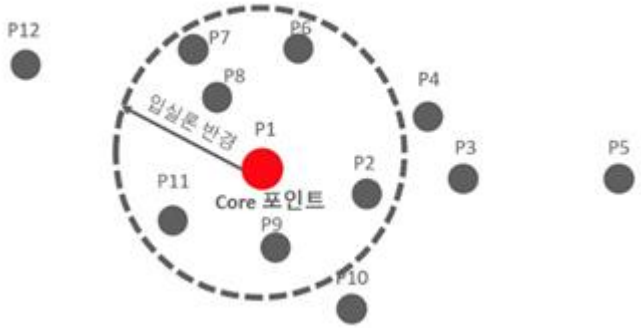
- 이웃 포인트 (Neighbor Point)
  - 주변 영역 내에 위치한 타 데이터
- 경계 포인트 (Border Point)
  - 주변 영역 내에 최소 데이터 개수 이상의 이웃 포인트를 가지고 있지 않지만
  - 핵심 포인트를 이웃 포인트로 가지고 있는 데이터
- 잡음 포인트 (Noise Point)
  - 최소 데이터 개수 이상의 이웃 포인트를 가지고 있지 않으며,
  - 핵심 포인트도 이웃 포인트로 가지고 있지 않은 데이터

부분 군집화: DBSCAN

- **DBSCAN 모델의 군집화 적용**
  - 1단계
    - P1~P12까지 12개의 데이터세트에 대해 DBSCAN 군집화 적용
    - 특정 입실론 반경 내에 포함될 최소 데이터 세트는 6세트
    - 자기 자신의 데이터 포함

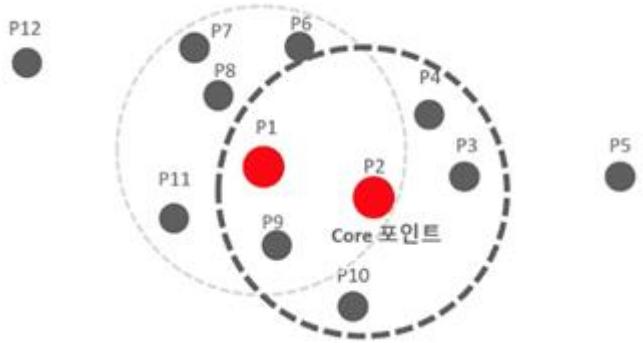


  - 2단계
    - P1 데이터를 기준으로 입실론 반경 내에 포함된 데이터는 7개
    - 자신은 P1, 이웃 데이터 P2, P6, P7, P8, P9, P11
    - 최소 데이터 5개를 만족하므로 P1데이터는 핵심포인트

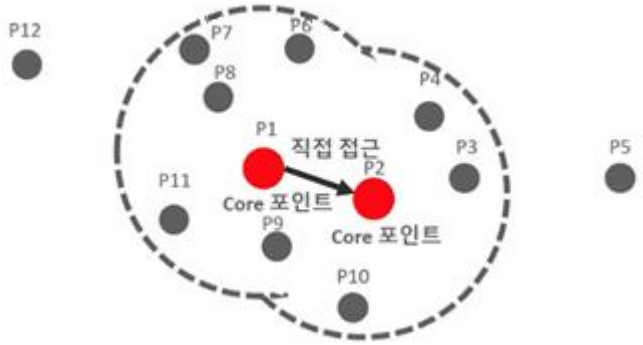


부분 군집화: DBSCAN

- 3단계
  - P2 데이터를 살펴보면 P2 역시 반경 내에 6개의 데이터 보유
  - 자신은 P2, 이웃 데이터 P1, P3, P4, P9, P10(5개)
  - P2도 최소 데이터 5개 이상을 만족하므로 핵심 포인트

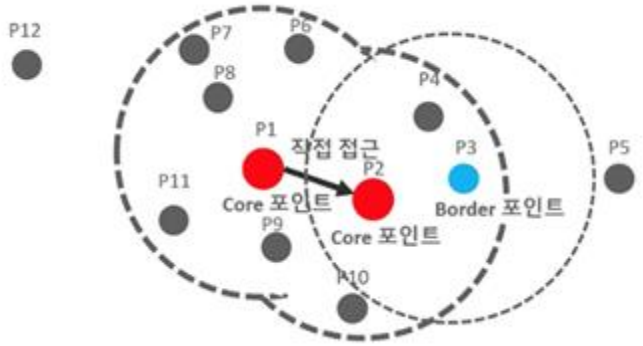


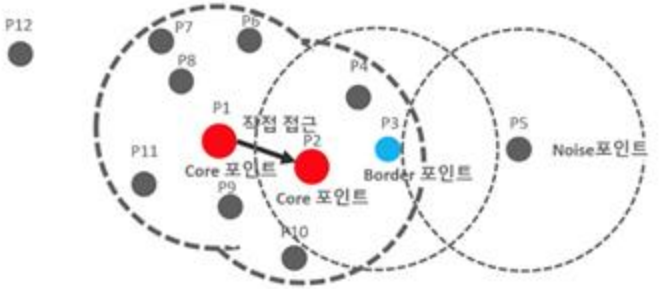
- 4단계
  - 핵심 포인트 P1의 이웃 데이터 포인트 P2 역시 핵심 포인트일 경우, P1에서 P2로 연결하여 직접 접근 가능
  - 특정 핵심 포인트에서 직접 접근이 가능한 다른 핵심 포인트를 서로 연결하면서 군집화 구성
  - 이런 식으로 점차적으로 군집 영역을 확장해 나가는 것이 DBSCAN 군집화 방식



부분 군집화: DBSCAN

- 5단계
  - P3 데이터의 경우 반경 내에 포함되는 이웃데이터는 P2, P4 이므로 군집으로 구분할 수 있는 핵심 포인트가 될 수 없음
  - 그러나 이웃 데이터 중에 핵심 포인트인 P2가 있으므로 경계 포인트가 될 수 있음 → 경계 포인트는 군집의 외곽을 형성
  - P5와 같이 반경 내에 최소 데이터를 가지고 있지도 않고, 핵심 포인트 또한 이웃 데이터로 가지고 있지 않는 데이터를 잡음 포인트라고 함





- **DBSCAN: 입실론 주변 영역의 최소 데이터를 포함하는 밀도 기준을 충족시키는 데이터인 핵심 포인트를 연결하면서 군집화를 구성하는 방식**

부분 군집화: DBSCAN

- 실습

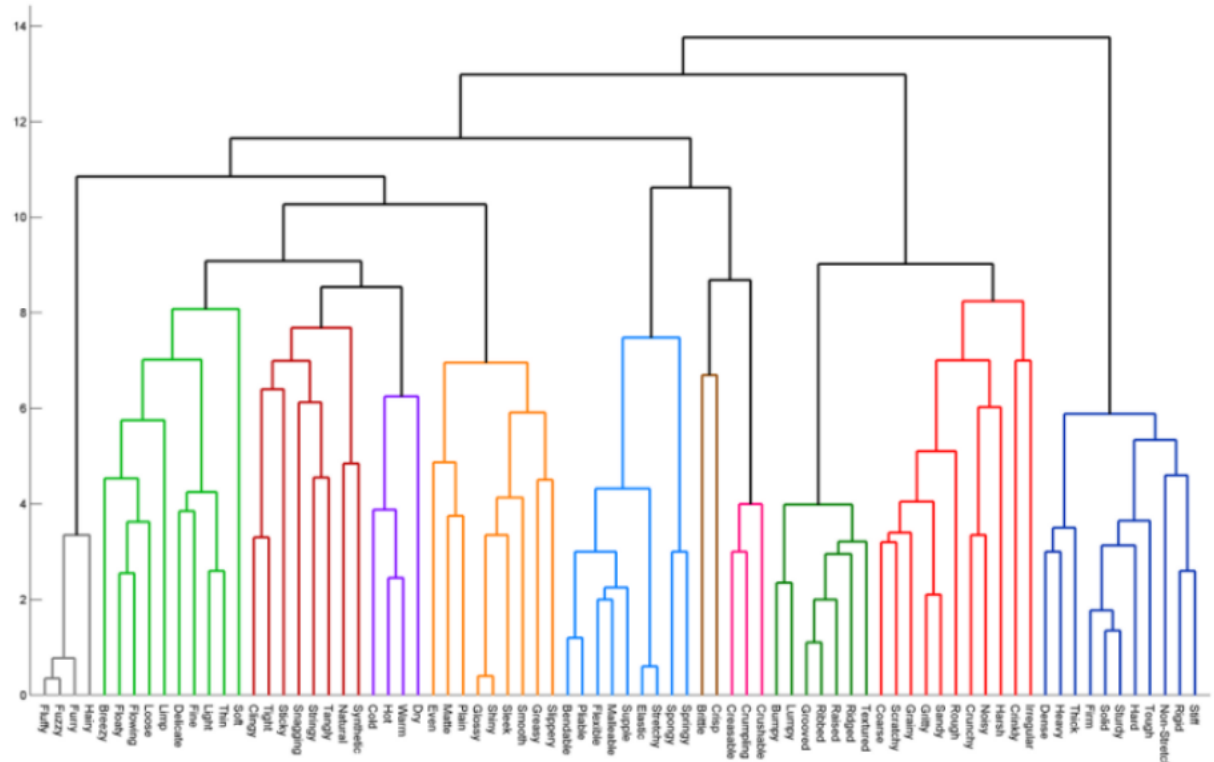
계층적 군집화

- 계층적 군집화(Hierarchical Clustering, HC)
  - 계층적 트리 모형을 이용해 개별 개체들을 순차적, 계층적으로 유사한 개체 및 그룹과 통합하여 군집화를 수행하는 알고리즘
  - 개체들이 결합되는 순서를 나타내는 트리 형태의 구조인 덴드로그램(Dendrogram)을 사용

    → k-평균 군집화와 달리 군집 수를 사전에 결정하지 않아도 학습 수행 가능
  - 덴드로그램을 생성한 후 적절한 수준에서 트리를 자르면 전체 데이터를 몇 개의 군집으로 나눌 수 있게 됨

계층적 군집화

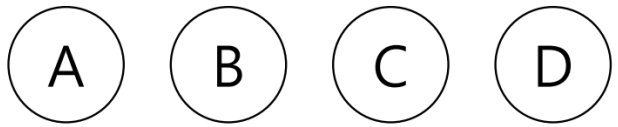
- 덴드로그램(Dendrogram)



계층적 군집화

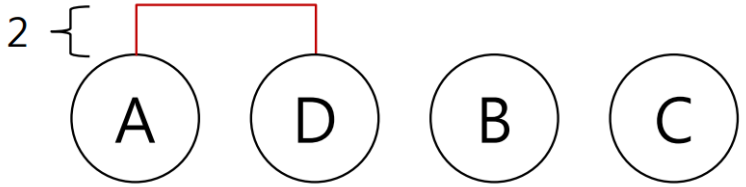
- 학습 과정
  - HC를 수행하려면 모든 개체들 간 거리, 유사도가 사전에 계산되어 있어야 함
  - 예시
    - 주어진 학습 데이터의 개체 수가 4 이고 거리 행렬이 다음과 같다면…

	A	B	C	D
A		20	7	2
B			10	25
C				3
D				



계층적 군집화

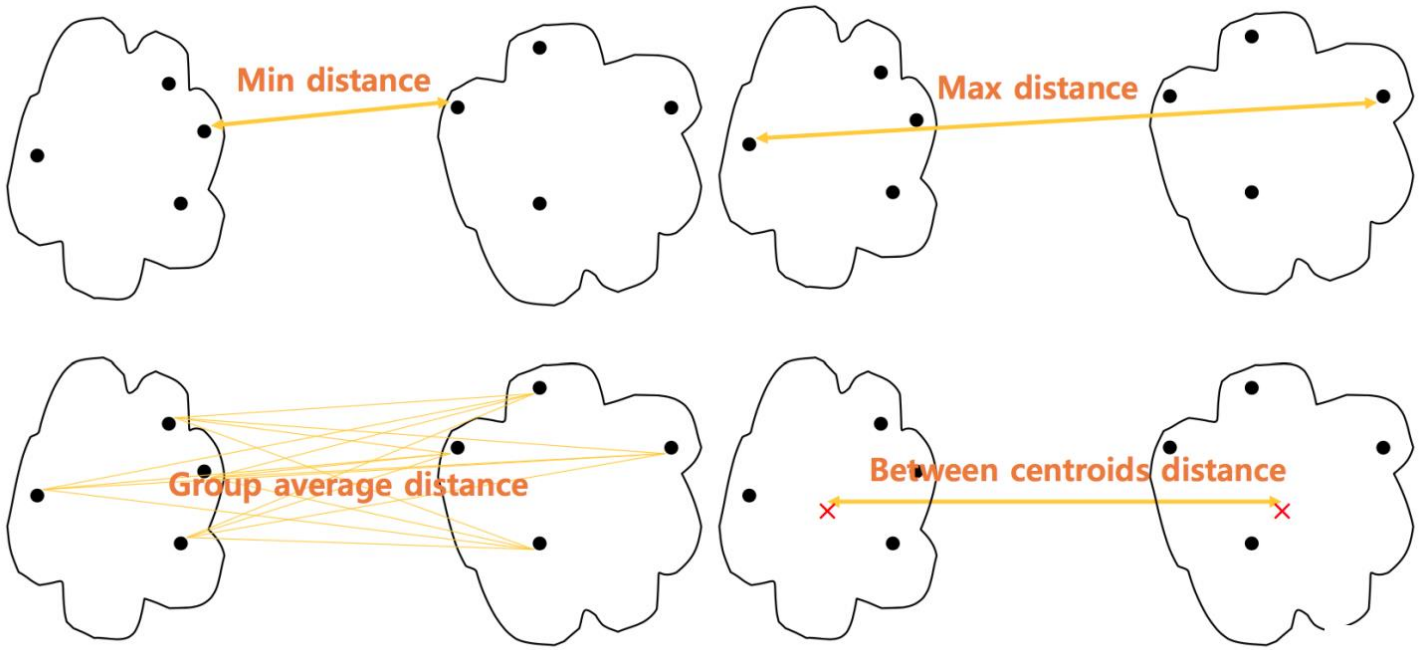
- 거리가 가까운 관측치들끼리 차례대로 군집으로 묶는다.
- 거리가 가장 짧은 것이 2이고 이에 해당하는 개체는 A와 D이므로 먼저 A와 D를 하나의 군집으로 엮는다.
- 왼쪽에 작성하는 덴드로그램의 높이는 관측치간 거리(2)가 되도록 한다.



	A	B	C	D
A		20	7	2
B			10	25
C				3
D				

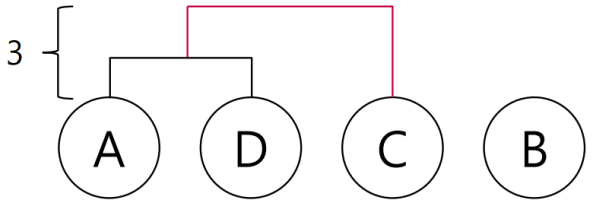
계층적 군집화

- A와 D를 한 군집으로 엮었으면 거리행렬을 바꿔 준다. 즉 개체-개체 거리를 군집-개체 거리로 계산한다.('AD'와 'B', 'AD'와 'C' 이렇게 거리를 구해야 한다)
- 군집-개체, 혹은 군집-군집 간 거리를 계산하는 방법은 여러가지가 있으며 적절한 것을 선택하도록 한다.

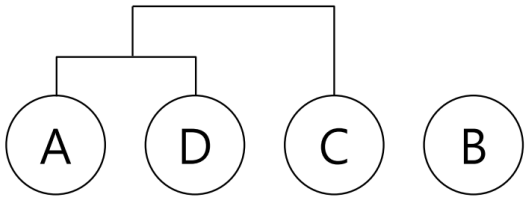


계층적 군집화

- 적절한 거리 계산 방법을 선택하여 거리를 계산했다면 거리 행렬을 업데이트한다.
- 업데이트 후 AD와 C가 가장 가까우므로 이 둘을 연결한다.



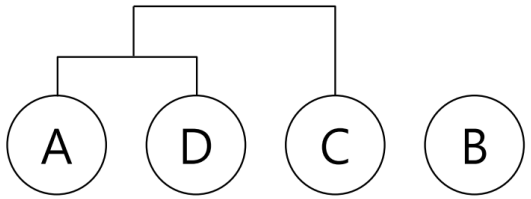
	AD	B	C	
AD		20	3	
B			10	
C				



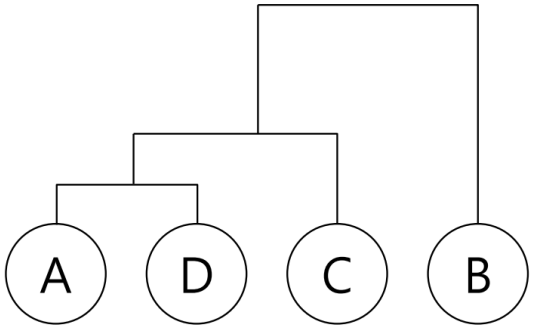
	ADC	B		
ADC		10		
B				

계층적 군집화

- 더 이상 분석 대상 관측치가 없으면 학습을 종료 한다.



	ADC	B		
ADC		10		
B				

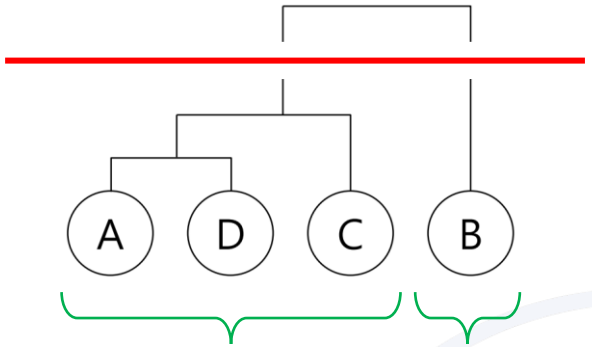


	AD CB			
AD CB				

계층적 군집화

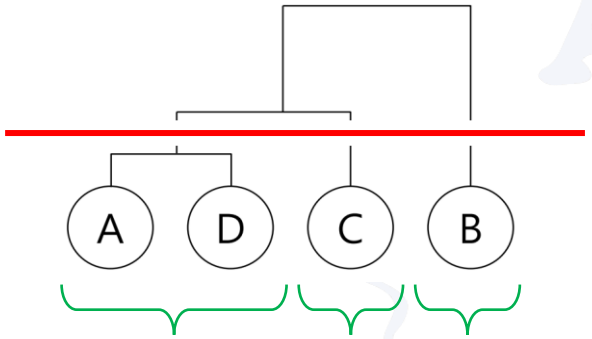
- **클러스터링 결과**
  - 덴드로그램의 최 상단을 잘라 주면

    A, D, C와 B의 두 개의 군집으로 나뉘어짐



  - 위에서 두번째 층을 자르면

    A, D와 C, 그리고 B의 세 개의 군집으로 나뉘어짐



- **계층적 군집화는 간단하게 군집화를 수행할 수 있지만 k-평균보다 무겁다**

HC의 계산 복잡성은 $O(n^3)$

참고 자료

- 파이썬으로 배우는 응용 텍스트 분석 (벤자민 벵포트, 레베카 빌브로, 토니 오제다 지음 / 박진수 옮김 | 제이펍)
- 파이썬 머신러닝 완벽 가이드 (권철민 지음 | 위키북스)
- https://gaussian37.github.io/ml-concept-mahalanobis_distance/
- https://hsp1116.tistory.com/41