要使点与点之间的距离最大，即使方差最大（点最离散）

$$Var(x)=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}(x_i-\bar{x})^2$$

经过 demean（所有样本都减去一个均值）后 $\bar{x}=0$

$$Var(x)=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}x_i^2$$

想要求一个轴的方向 $w=(w_1,w_2)$，使得所有样本映射到 w 以后，有

$$Var(X_{project})=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}(X_{project}^{(i)}-\bar{X}_{project})^2$$ 最大

$$Var(X_{project})=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\|X_{project}^{(i)}-\bar{X}_{project}\|^2$$ 模的绝对值

$\bar{X}_{project}=0$，$\bar{X}$ 为 0

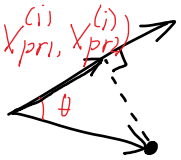
$$Var(X_{project})=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\|X_{project}^{(i)}\|^2$$ 最大

$$Var(X_{project})=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\|X^{(i)}\cdot w\|^2$$ 最大

$X^{(i)}\cdot w$ 是一个数

单位向量，只表方向

$w=(w_1,w_2)$



$X^{(i)}=(X_1^{(i)},X_2^{(i)})$

$$X^{(i)}\cdot w=\|X^{(i)}\|\cdot\|w\|\cdot\cos\theta$$
$$=\|X^{(i)}\|\cdot\cos\theta$$
$$=\|X_{project}^{(i)}\|$$

最后的三种表示形式：

$$Var(X_{project})=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}(X^{(i)}\cdot w)^2$$

$$Var(X_{project})=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}(X_1^{(i)}\cdot w_1+X_2^{(i)}\cdot w_2+\cdots+X_n^{(i)}w_n)^2$$

$$Var(X_{project})=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}(\sum_{j=1}^{n}X_j^{(i)}w_j)^2$$