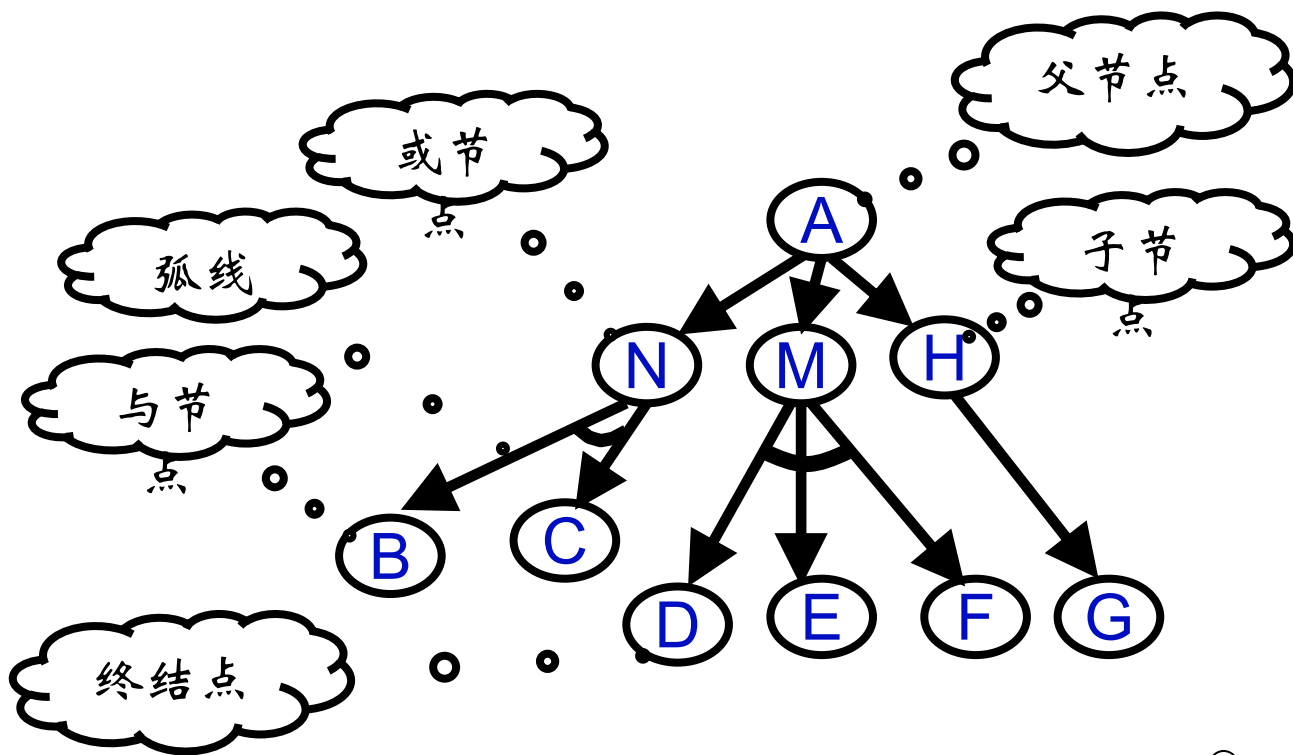
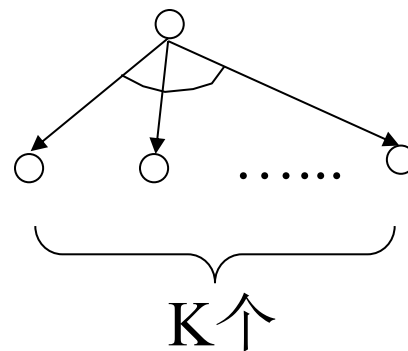


# 与或图搜索

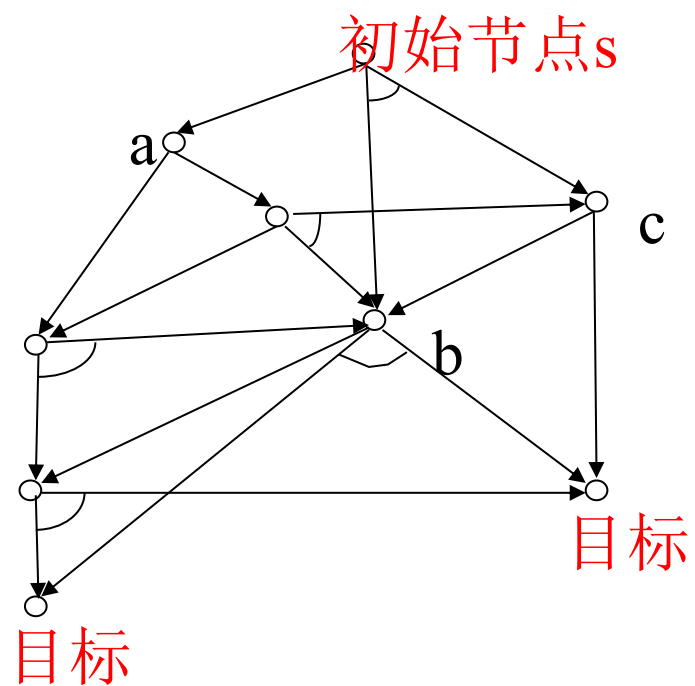
# 与或图表示



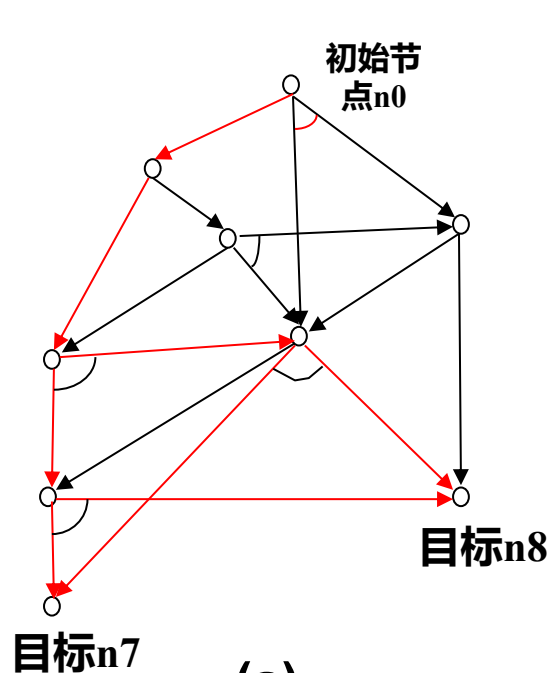
- 与或图是一个超图，节点间通过连接符连接。
- K-连接符：



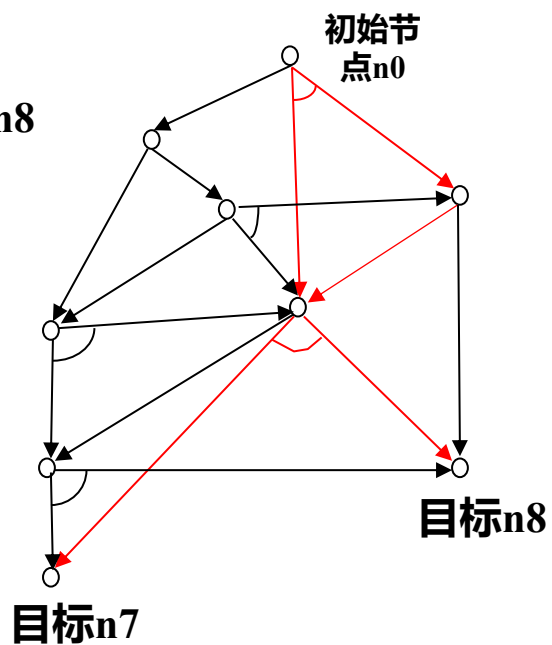
# 与或图搜索问题



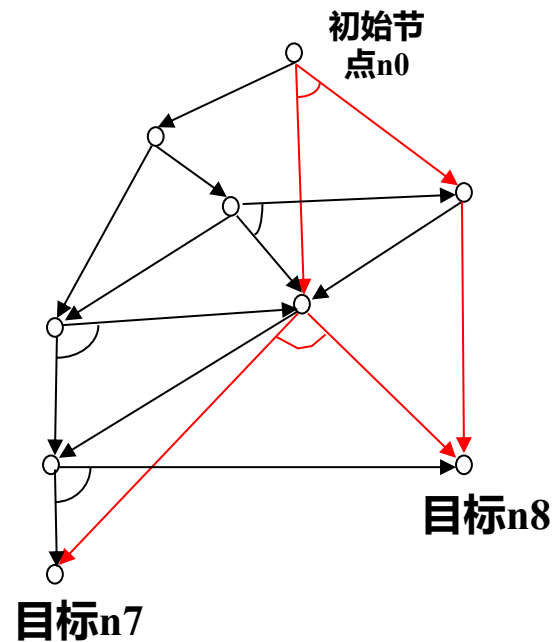
# $n_0 \rightarrow \{n_7, n_8\}$ 的3个解图



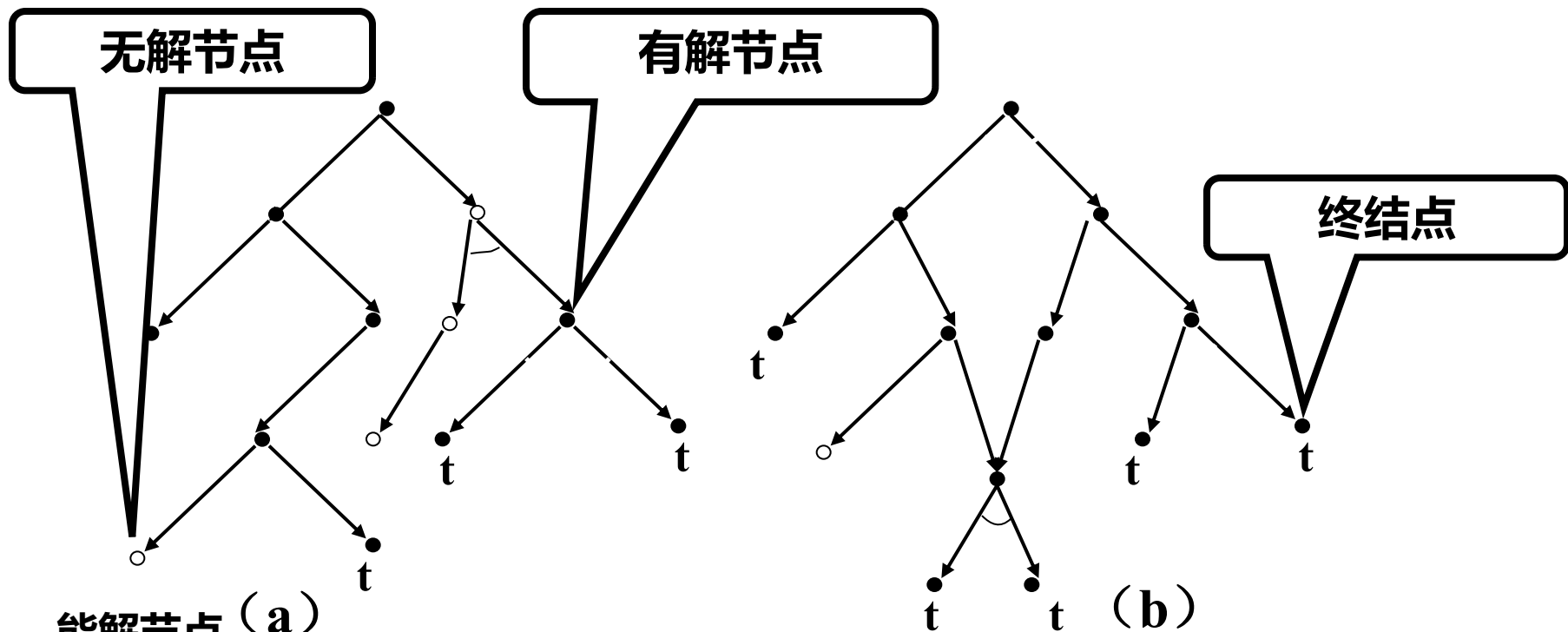
(a)



(b)



(c)



能解节点 (a)

- 终节点是能解节点
- 若非终节点有“或”子节点时，当且仅当其子节点至少有一能解时，该非终节点才能解。
- 若非终节点有“与”子节点时，当且仅当其子节点均能解时，该非终节点才能解。

不能解节点

- 没有后裔的非终节点是不能解节点。
- 若非终节点有“或”子节点，当且仅当所有子节点均不能解时，该非终节点才不能解。
- 若非终节点有“与”子节点时，当至少有一个子节点不能解时，该非终节点才不能解。

# 耗散值的计算

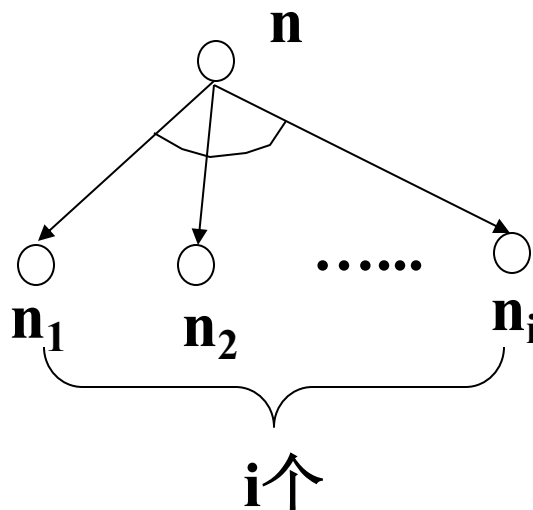
1.若 $n$ 是 $N$ 的一个元素, 则 $k(n, N) = 0$

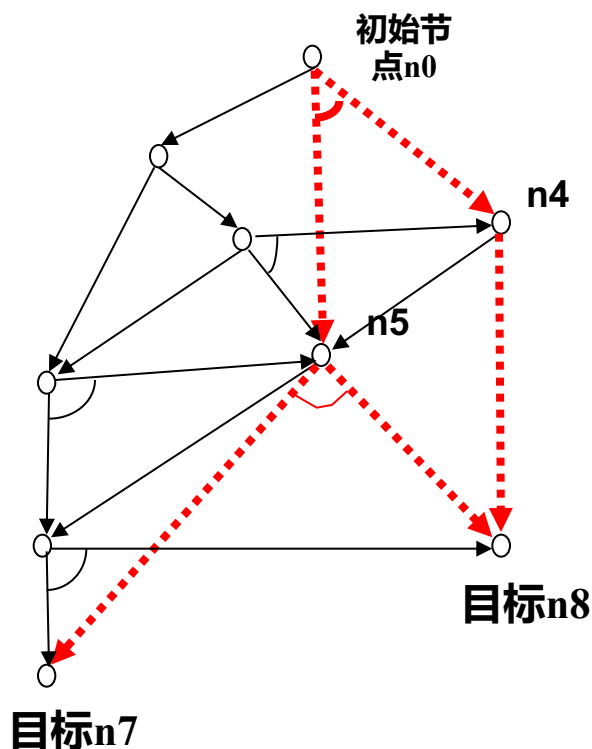
2.若 $n$ 是一个外向连接符指向后继结点 $\{n_1, \dots, n_i\}$

$$k(n, N) = C_n + k(n_1, N) + \dots + k(n_i, N)$$

其中： $N$ 为终节点集

$C_n$ 为连接符的耗散值





解图(c)

搜索解图(c)耗散值的递归计算:

$$n0 = 2 + k(4, N) + k(5, N)$$

$$\begin{aligned} k(5, N) &= \min(2 + k(7, N) + k(8, N), \dots) \\ &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k(4, N) &= \min(1 + k(5, N), \\ &\quad 1 + k(8, N)) \\ &= \min(3, 1) = 1 \end{aligned}$$

$$N0 = 2 + 1 + 2 = 5$$

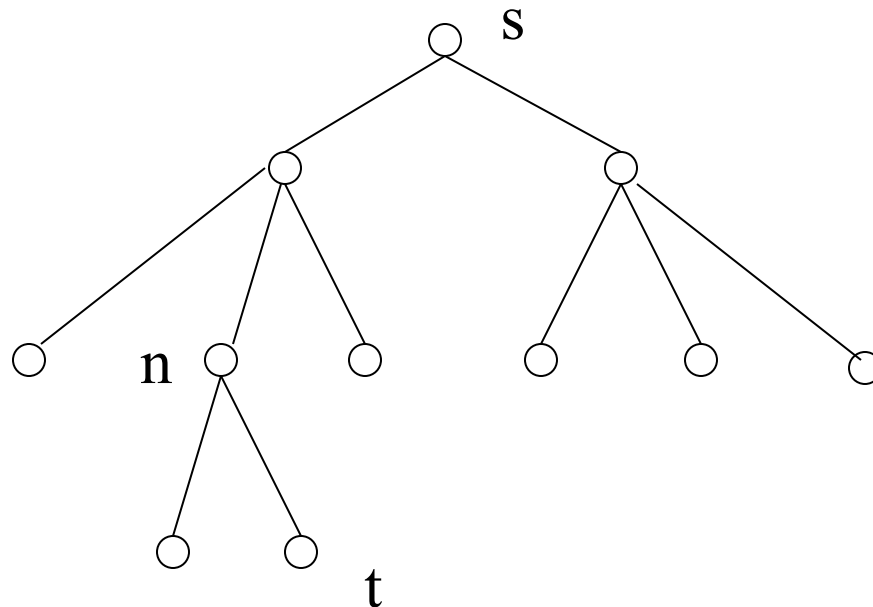
同理可计算得：

(a)的解图耗散值为8

(b)的解图耗散值为7

具有最小耗散值的解图称为最佳解图,其值也用 $h^*(n)$ 标记.上例中的 $h^*(n) = 5$

# 普通图搜索的情况

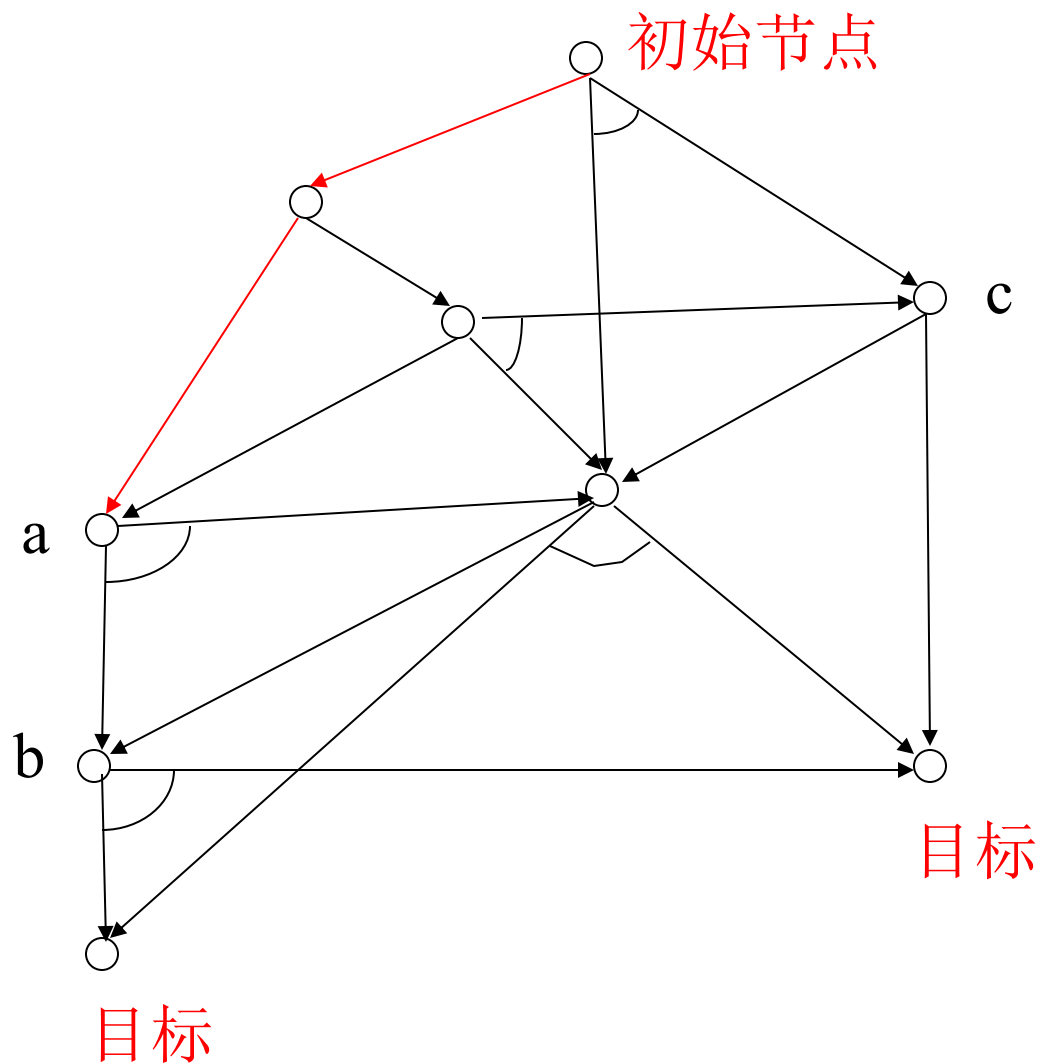


$$f(n) = g(n) + h(n)$$

对n的评价实际是对从s经过n到目的地这条路径的评价



# 与或图：对局部图的评价

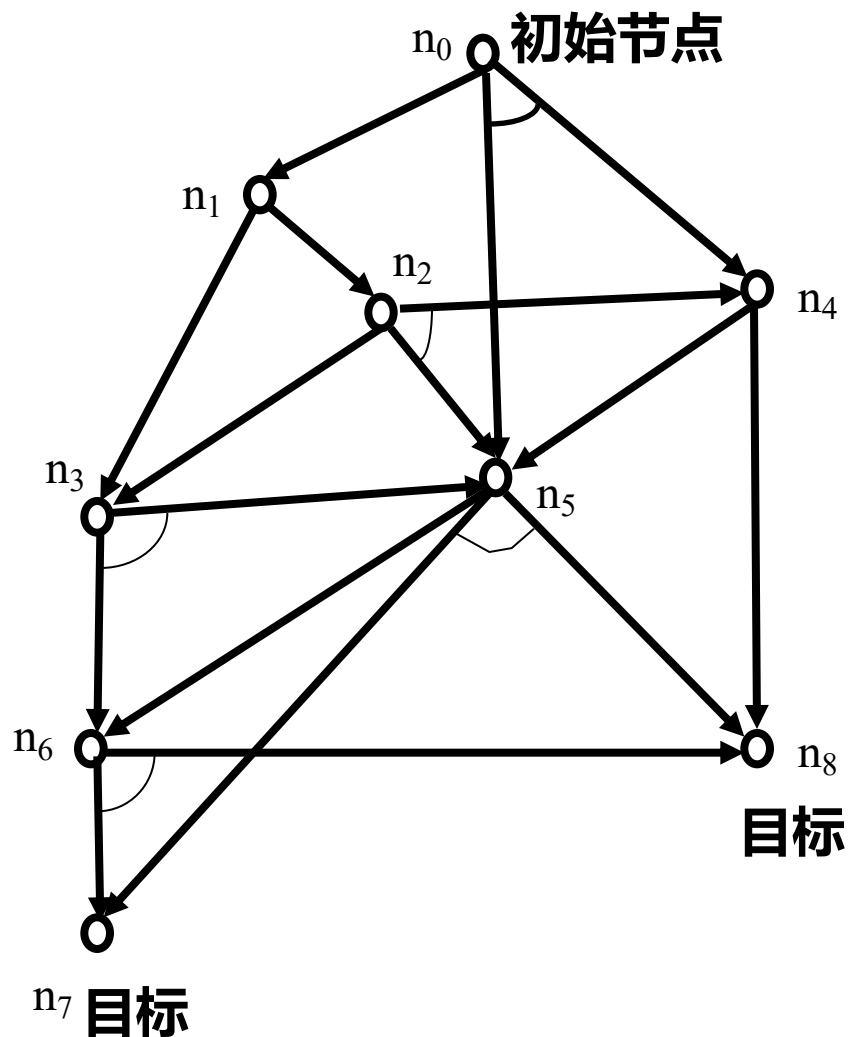


与或图搜索：A0\*算法

# 两个过程

- **图生成过程，即扩展节点**  
自顶向下, 从最优的局部途中选择一个节点扩展
- **计算耗散值的过程**  
自下向顶, 对当前的局部图重新计算耗散值

# AO\*算法搜索例子



其中：

$$h(n_0)=3$$

$$h(n_1)=2$$

$$h(n_2)=4$$

$$h(n_3)=4$$

$$h(n_4)=1$$

$$h(n_5)=1$$

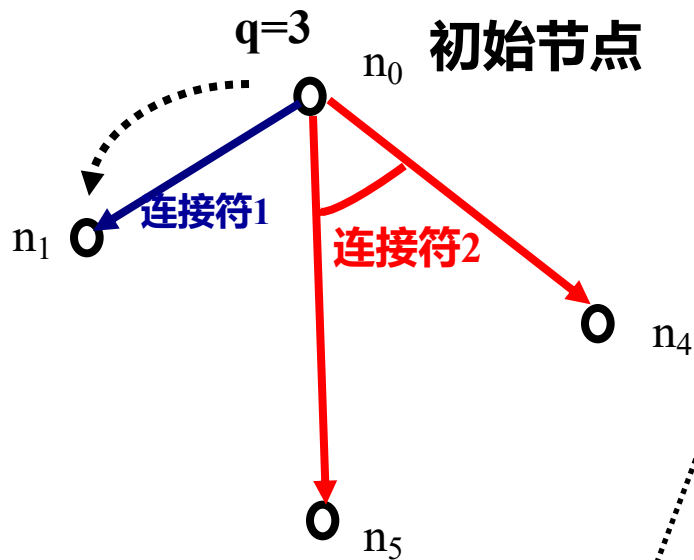
$$h(n_6)=2$$

$$h(n_7)=0$$

$$h(n_8)=0$$

设：K连接符  
的耗散值为K

# AO\*算法搜索例子



G中只有一个结点 $n_0$

第一个大循环(扩展结点),直到 $n_0$ 是SOLVED:

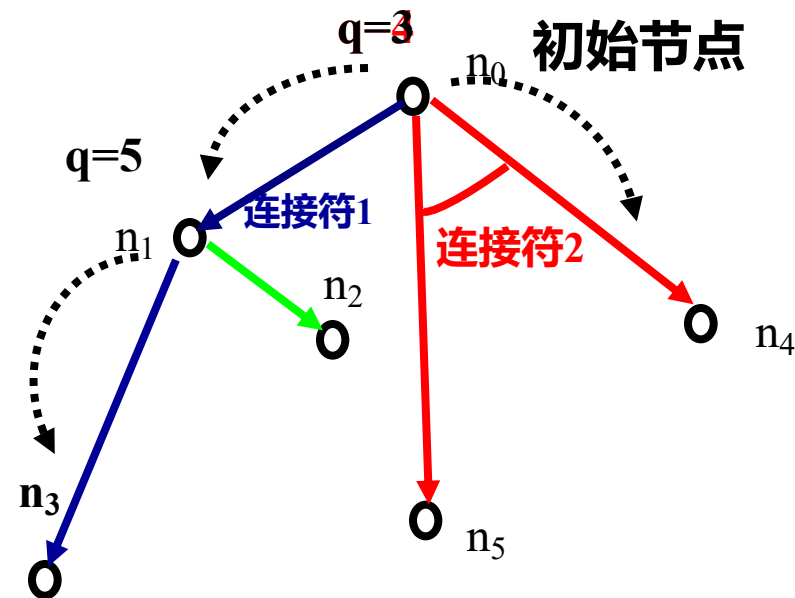
1. 找到待扩展的局部图 $G'\{n_0\}$
2.  $n = G'$ 中任意结点, 此时 $n = n_0$
3. 扩展结点 $n = n_0$ , 生成后继结点集合 $\{n_1, n_4, n_5\}$ ,  
 $q(n_4) = 1$ ,  $q(n_5) = 1$ ,  $q(n_1) = 2$ , 都不是终结点,  
把结点加到G中

4. 小循环(修改结点耗散值),直到S为空:

- a.  $S = \{n = n_0\}$
- b. 保证 $n$ 的后代不在S中
- c. 取出 $m = n_0$ 的连接符有两条,  
计算 $q_1(m) = 1 + q(n_1) = 1 + 2 = 3$   
 $q_2(m) = 2 + q(n_5) + q(n_4) = 2 + 1 + 1 = 4$   
令 $q(m) = q(n_0) = \min(q_1, q_2) = 3$
- d. 修改指针到 $q_1$ 对应的连接符上去
- e. 如果 $n_1$ 为非SOLVED,则 $m = n_0$ 也为非SOLVED
- f. 如果 $m = n_0$ 为SOLVED,或者 $q(m)$ 被修改过,则需要也对 $m$ 的父结点进行修改, 即将 $m$ 的父结点加到S中
- g. 小循环结束

5. 大循环结束

# AO\*算法搜索例子



继续小循环:

- ...
- c.  $m=n0$ 的连接符有两条, 计算
- $$q1(m)=1+h(n1)=1+5=6$$
- $$q2(m)=2+h(n5)+h(4)=4$$
- 令  $q(m)=q(n1)=\min(q1, q2)=4$
- d. 修改指针到  $q2$  对应的连接符上去
- ...

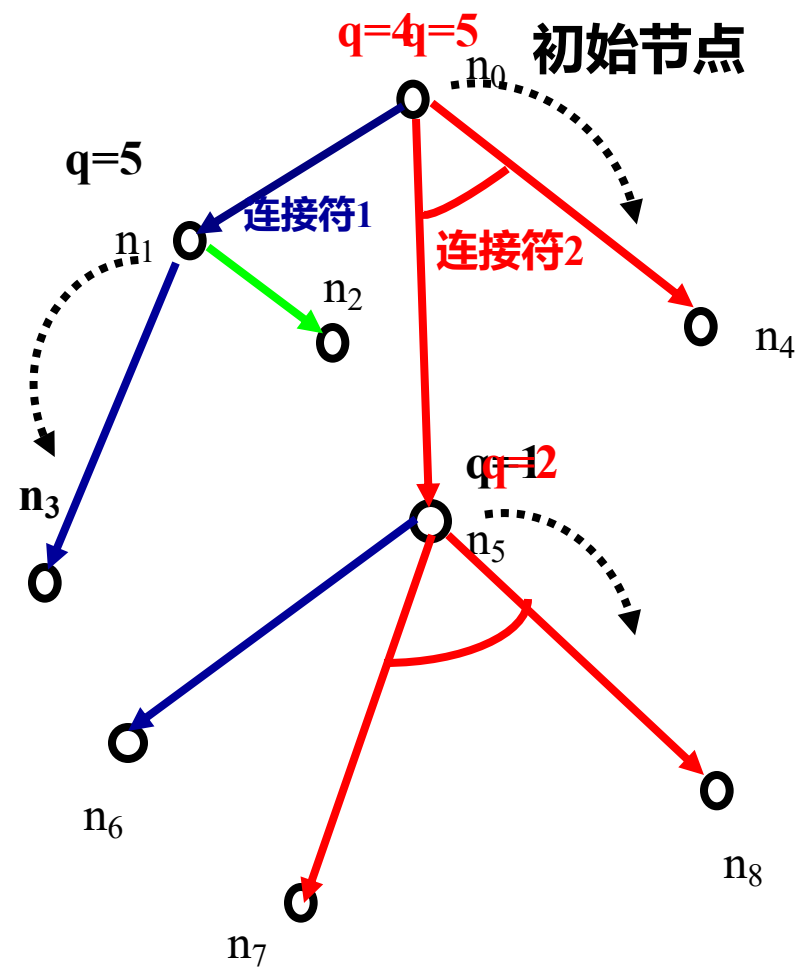
$G=\{n0, n1, n4, n5\}$

第二个大循环(扩展结点), 直到  $n0$  是 SOLVED:

1. 找到待扩展的局部图  $G'\{n0, n1\}$
2.  $n=G'$  中非终结点, 此时  $n=n1$
3. 扩展结点  $n=n1$ , 生成后继结点集合  $\{n2, n3\}$ ,  $q(n2)=4$ ,  $q(n3)=4$ , 都不是终结点, 把结点加到  $G$  中
4. 小循环(修改结点耗散值), 直到  $S$  为空:
  - a.  $S=\{n=n1\}$
  - b. 保证  $n$  的后代不在  $S$  中
  - c. 取出  $m=n1$  的连接符有两条, 计算
 
$$q1(m)=1+q(n3)=1+4=5$$

$$q2(m)=1+q(n2)=1+4=5$$
 令  $q(m)=q(n0)=\min(q1, q2)=5$
  - d. 修改指针到  $q1$  对应的连接符上去
  - e. 如果  $n3$  非 SOLVED, 则  $m=n1$  也为非 SOLVED
  - f.  $q(m=n1)$  被修改过, 则需要也对  $m$  的父结点进行修改, 即将  $m=n1$  的父结点  $n0$  加到  $S$  中
  - g. 小循环结束
5. 大循环结束

# AO\*算法搜索例子

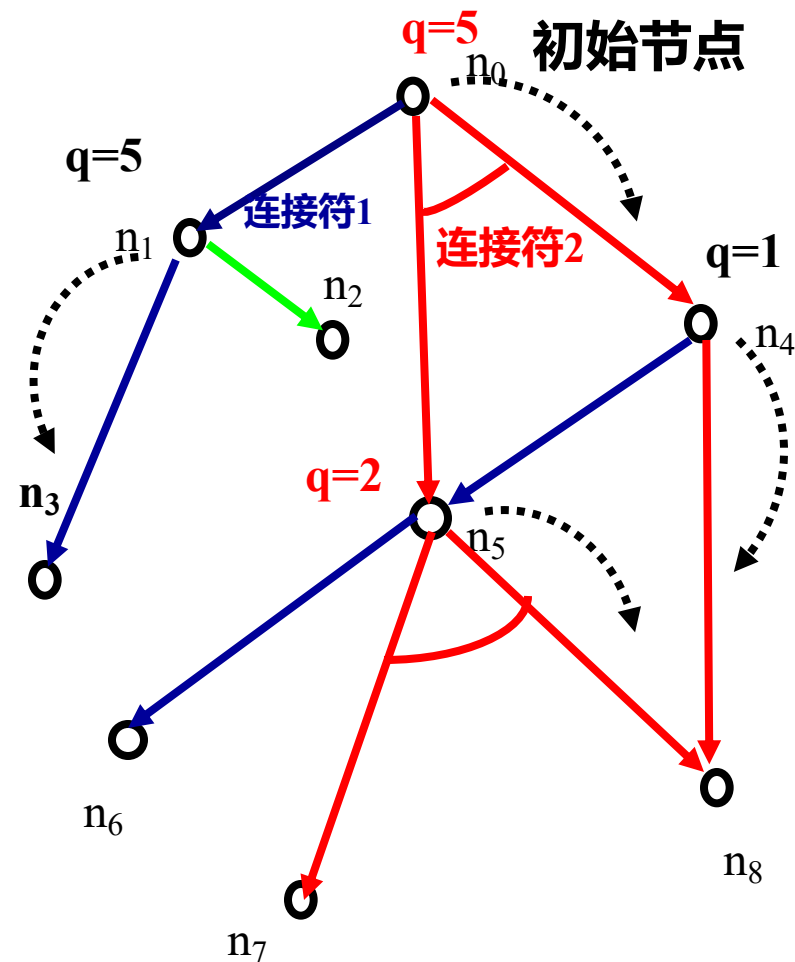


$G = \{n_0, n_1, n_2, n_3, n_4, n_5\}$

第三个大循环(扩展结点),直到 $n_0$ 是SOLVED:

1. 找到待扩展的局部图 $G' = \{n_0, n_4, n_5\}$
2.  $n = G'$ 中非终结点, 此时 $n = n_5$
3. 扩展结点 $n = n_5$ , 生成后继结点集合 $\{n_6, n_7, n_8\}$ ,  $q(n_6) = 2$ ,  $q(n_7) = 0$ ,  $q(n_8) = 0$  把结点加到 $G$ 中
4. 小循环(修改结点耗散值),直到 $S$ 为空:
  - a.  $S = \{n = n_5\}$
  - b. 保证 $n$ 的后代不在 $S$ 中
  - c.  $m = n_5$ 的连接符有两条, 计算 $q_1(m) = 1 + q(n_6) = 1 + 2 = 3$   
 $q_2(m) = 1 + q(n_7) + q(n_8) = 2 + 0 + 0 = 2$   
 令 $q(m) = q(n_5) = \min(q_1, q_2) = 2$
  - d. 修改指针到 $q_2$ 对应的连接符上去
  - e.  $n_7, n_8$ 为SOLVED, 则 $m = n_5$ 也为SOLVED
  - f.  $q(m = n_5)$ 被修改过, 则需要也对 $m$ 的父结点进行修改, 即将 $m = n_5$ 的父结点 $n_0$ 加到 $S$ 中
  - g. 小循环结束
5. 大循环结束

# AO\*算法搜索例子



在重新计算n0耗散的小循环中:

...  
由于n4,n5为SOLVED, 则n0为SOLVED  
 $q(n_0)=5$ , 找到解  
...

$G=\{n_0,n_1,n_2,n_3,n_4,n_5,n_6,n_7,n_8\}$

第四个大循环(扩展结点),直到n0是SOLVED:

1. 找到待扩展的局部图 $G'\{n_0,n_4,n_5,n_7,n_8\}$
2.  $n=G'$ 中非终结点, 此时 $n=n_4$
3. 扩展结点 $n=n_4$ , 生成后继结点集合 $\{n_5, n_8\}$ ,  
 $q(n_5)=2, q(n_8)=0$
4. 小循环(修改结点耗散值),直到S为空:
  - a.  $S=\{n=n_4\}$
  - b. 保证n的后代不在S中
  - c. m=n5的连接符有两条,  
计算 $q_1(m)=1+q(n_5)=1+2=3$   
 $q_2(m)=1+q(n_8)=1+0=1$   
令 $q(m)=q(n_4)=\min(q_1,q_2)=1$
  - d. 修改指针到q2对应的连接符上去
  - e. n8为SOLVED,则m=n4也为SOLVED
  - f. m=n4也为SOLVED,则需要也对m的父结点进行修改, 即将m=n1的父结点n0加到S中
  - g. 小循环结束

5. 大循环结束



## **AO\*算法的最优性:**

**若 $s \rightarrow N$ 存在解图,当 $h(n) \leq h^*(n)$ ,且 $h(n)$ 满足单调限制条件,则AO\*一定能够找到最佳解图, 即AO\*具有可采纳性**

**单调限制条件指对于图中从结点到 $n \rightarrow \{n_1, \dots, n_k\}$ 的每一个连接符都施加限制 $h(n) \leq C + h(n_1) + \dots + h(n_k)$ ,如果同时有 $h(t_i) = 0 (t_i \in N)$ ,那么单调限制意味着 $h$ 是 $h^*$ 的下界范围,即对所有的结点 $n$ 有 $h(n) \leq h^*(n)$**