

# Системное мышление и моделирование

Судаков Владимир Анатольевич,  
доктор технических наук,  
Главный научный сотрудник,  
Руководитель магистерской программы

[sudakov@ws-dss.com](mailto:sudakov@ws-dss.com)

# Литература

- Олег Ларичев. Теория и методы принятия решений, а также Хроника событий в Волшебных странах
- Аллен Б. Дауни. Изучение сложных систем с помощью Python
- Джоэл Грас. Data Science. Наука о данных с нуля
- Хемди Таха. Исследование операций
- Ричард Саттон, Эндрю Барто. Обучение с подкреплением

# Математическое моделирование.

## Определение

- **Математическая модель** — это приближённое описание какого-либо класса явлений внешнего мира, выраженное *математическими символами*
- **Математическое моделирование** — это опосредованное практическое или теоретическое исследование объекта, при котором непосредственно изучается не сам интересующий нас объект, а некоторая вспомогательная искусственная или естественная система (модель), находящаяся в некотором объективном соответствии с познаваемым объектом, способная замещать его в определённых отношениях и дающая при её исследовании, в конечном счёте, информацию о самом моделируемом объекте

## Дискуссия

- Почему мы исследуем модели объектов, а не сами объекты?
- .....

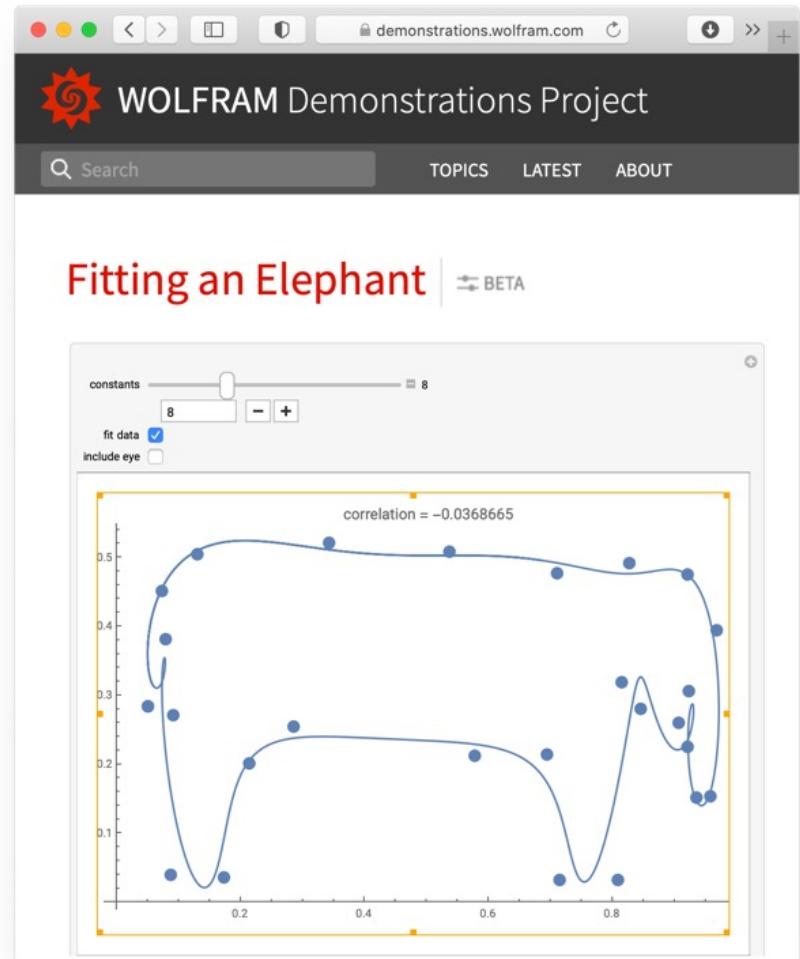
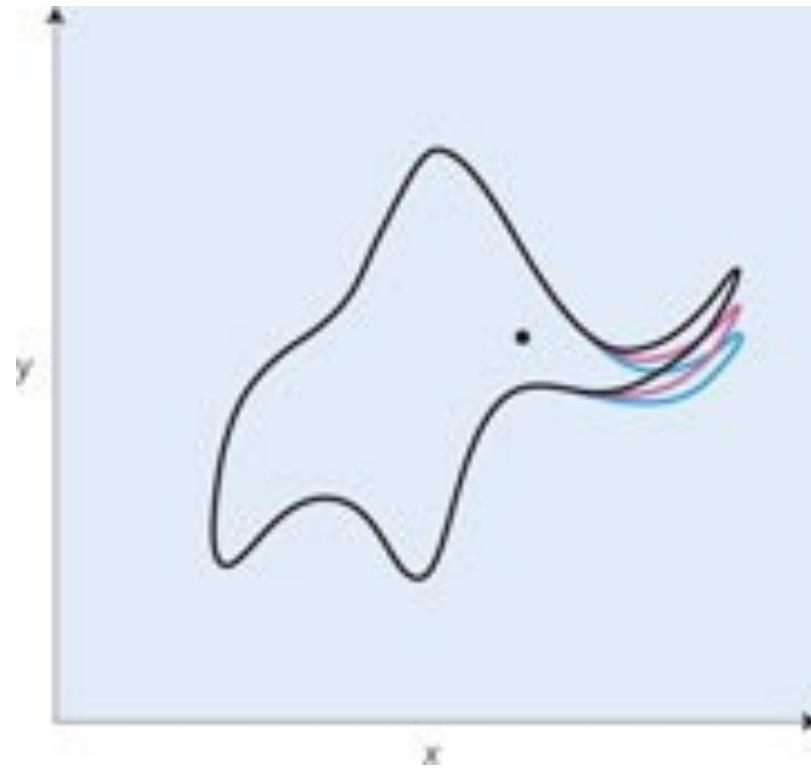
## Некоторые причины для моделирования

- Натурные испытания – это дорого/долго
- *Суть моделирования в абстрагировании/избирательности*
  - Абстрагирование – это одни из способов борьбы со сложностями

# Опасности математического моделирования

- Ферми сказал, что в теоретической физике есть лишь два подхода к вычислениям:
  - понимание физической природы процесса
  - или
  - наличие точного математического формализма,
- 
- и работа Дайсона не идёт ни по одному из этих путей.
  - Когда обескураженный Дайсон спросил Ферми, почему тому не кажется убедительным совпадение результатов вычислений и эксперимента, Ферми указал на наличие произвольных параметров в модели Дайсона и отметил:
- 
- **мой друг Джонни фон Нейман говорил, что с четырьмя параметрами он может описать слона, а с пятым — заставить его махать хоботом**

# Слон фон Неймана



- Jürgen Mayer, Khaled Khairy and Jonathon Howard. [Drawing an elephant with four complex parameters](#). // Am. J. Phys. 78, 648 (2010).

# Классификация моделей

- Линейные или нелинейные модели
- Дискретные или непрерывные
- Детерминированные или стохастические или нечеткие или игровые
- Статические или динамические
- Структурные или функциональные модели

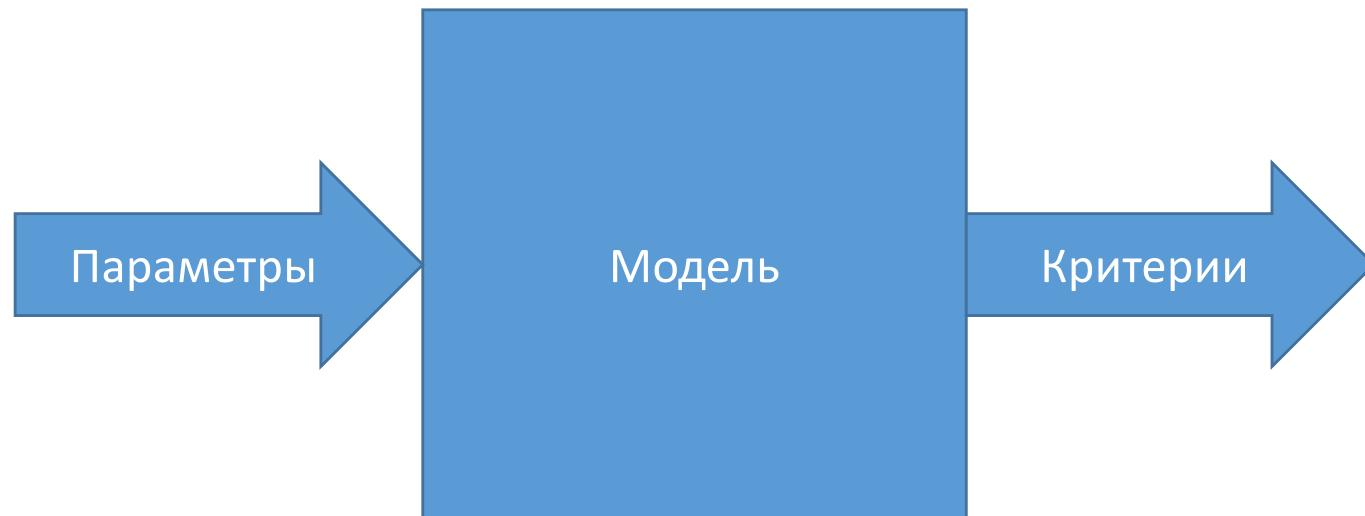
# Классификация задач

- **Прямая задача:** структура модели и все её параметры считаются известными, необходимо провести исследование модели для извлечения полезного знания об объекте.
- **Обратная задача:** известно множество возможных моделей, надо выбрать конкретную модель (параметры модели) на основании дополнительных данных об объекте.
- Если модель (или параметры) выбираются под требованиях к объекту, то это *задача проектирования*.

# Этапы построения модели для решения практических задач

1. Предпроектное обследование (мониторинг ситуации)
  - Как же сейчас обходятся без модели или какие модели используют?
2. Определение целей моделирования
3. Определение критериев оценки результатов моделирования
4. Определение параметров модели (важен компромисс между универсальностью и сложностью)
5. Математическая формализация (на этом этапе определяется класс модели)
6. Выбор метода решения задачи
7. Разработка алгоритмов моделирования (опционально)
8. Выбор инструментальных средств или языков моделирования
9. Проведение вычислительных экспериментов
10. Анализ результатов
11. При необходимости возврат на предыдущие шаги

# Модель



# Дискуссия

- Но можно ли описать завод одной моделью?
- А есть ли польза от одной модели?
- Что такое система?

# Анализ систем

Система –

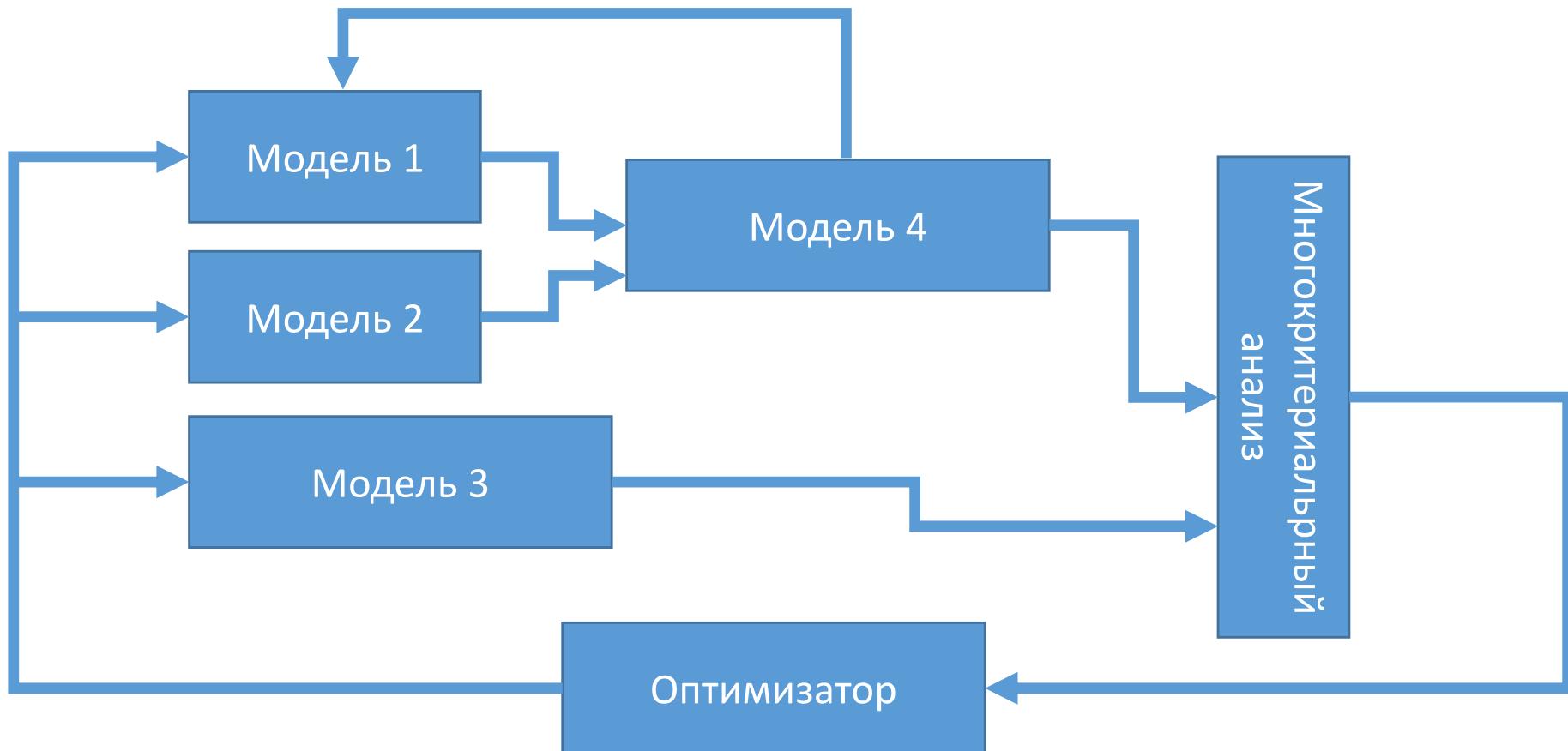
- множество элементов и
  - отношений между ними,
  - объединенных для достижения цели
- 
- В качестве элементов могут быть другие системы
  - Система взаимодействует со средой как единое целое

Моделей много, их нужно  
объединять в систему

Свойства:

- Эмерджентность
- Синергичность
- Ингерентность

# Использование моделей



# Модели

- классические модели основаны на физических законах, выраженные в виде уравнений и решаемые с помощью математического анализа;
- модели сложных систем часто основаны на простых правилах и реализуются в виде вычислений

Equation-based → simulation-based

Analysis → computation

# Тенденции моделирования сложных систем

- Непрерывная → Дискретная. Классические модели, как правило, основаны на непрерывной математике, такой как математический анализ; модели сложных систем часто основаны на дискретной математике, включая графы и клеточные автоматы.
- Линейная → Нелинейная. Классические модели часто являются линейными или используют линейные приближения к нелинейным системам; наука о сложности более дружелюбна к нелинейным моделям.
- Детерминированные → Стохастические. Классические модели обычно детерминированы, что может отражать лежащий в их основе философский детерминизм. Сложные модели часто включают случайность.
- Кратко → Подробно. В классических моделях планеты представляют собой точечные массы, плоскости не имеют трения, а коровы имеют сферическую форму. Подобные упрощения часто необходимы для анализа, но вычислительные модели могут быть более реалистичными.
- Один, два → Много. Классические модели часто ограничены небольшим количеством компонентов. Например, в небесной механике задача двух тел может быть решена аналитически; задача трех тел не может. Наука о сложности часто работает с большим количеством компонентов и большим количеством взаимодействий.
- Однородные → Гетерогенные. В классических моделях компоненты и взаимодействия имеют тенденцию быть идентичными; сложные модели чаще включают неоднородность.



# Разные модели для разных целей

- Прогностическая → Объяснительная. Модель сегрегации Шеллинга может пролить свет на сложное социальное явление, но она бесполезна для прогнозирования. С другой стороны, простая модель небесной механики может предсказывать солнечные затмения с точностью до секунды в будущем.
- Реализм → Инструментализм. Классические модели поддаются реалистической интерпретации; например, большинство людей признают, что электроны — это реально существующие вещи. Инструментализм — это точка зрения, согласно которой модели могут быть полезны, даже если сущности, которые они постулируют, не существуют. Джордж Бокс написал то, что могло бы стать девизом инструментализма: «Все модели ошибочны, но некоторые из них полезны».
- Редукционизм → Холизм. Редукционизм — это точка зрения, согласно которой поведение системы можно объяснить, поняв ее компоненты. Например, периодическая таблица элементов — триумф редукционизма, потому что она объясняет химическое поведение элементов с помощью модели электронов в атомах. Холизм — это точка зрения, согласно которой некоторые явления, возникающие на системном уровне, не существуют на уровне компонентов и не могут быть объяснены на уровне компонентов.

# Инжиниринг сложности

- Централизованная → Децентрализованная. Централизованные системы концептуально просты и их легче анализировать, но децентрализованные системы могут быть более надежными. Например, во Всемирной паутине клиенты отправляют запросы на централизованные серверы; если серверы не работают, сервис недоступен. В одноранговых сетях каждый узел является и клиентом, и сервером. Чтобы отключить сервис, вы должны отключить каждый узел.
- Один-ко-многим → Многие-ко-многим. Во многих коммуникационных системах службы вещания дополняются, а иногда и заменяются службами, которые позволяют пользователям общаться друг с другом и создавать, совместно использовать и изменять контент.
- Сверху-вниз → Снизу-вверх. В социальных, политических и экономических системах многие виды деятельности, которые обычно организовывались бы централизованно, теперь осуществляются как массовые движения. Даже армии, являющиеся каноническим примером иерархической структуры, движутся к делегированному командованию и сетецентрическому управлению.

# Инжиниринг сложности

- Анализ → Вычисление. В классической инженерии пространство выполнимых проектов ограничено нашей способностью к анализу. Например, проектирование Эйфелевой башни стало возможным благодаря тому, что Гюстав Эйфель разработал новые аналитические методы, в частности, для учета ветровой нагрузки. Сейчас инструменты автоматизированного проектирования и анализа позволяют построить практически все, что только можно себе представить.



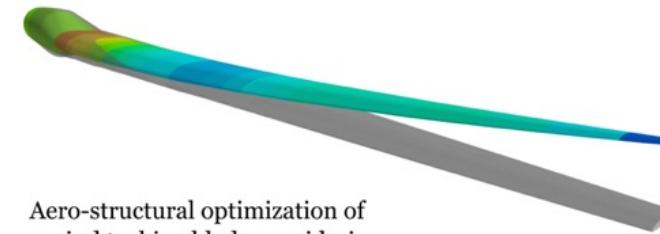
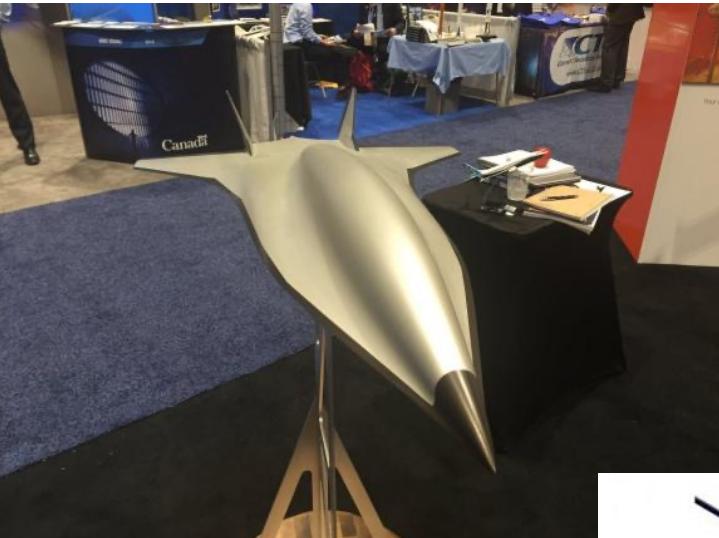
Музей Гуггенхайма в Бильбао Фрэнка Гери.

- Изоляция → Взаимодействие. В классическом проектировании сложность больших систем управляется путем изоляции компонентов и минимизации взаимодействий. Это по-прежнему важный инженерный принцип; тем не менее доступность вычислений делает более осуществимым проектирование систем со сложным взаимодействием между компонентами.

# Мышление в условиях сложности

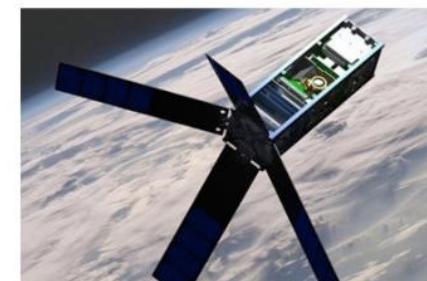
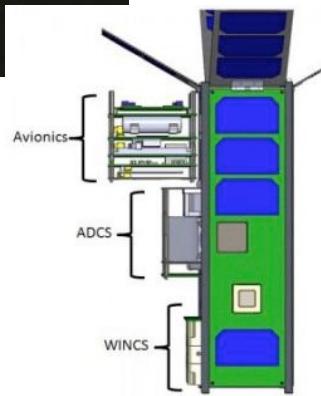
- Аристотелевская логика → многозначная логика. В традиционной логике любое утверждение либо истинно, либо ложно. Эта система поддается математическим доказательствам, но терпит неудачу (драматическим образом) во многих реальных приложениях. Альтернативы включают многозначную логику, нечеткую логику и другие системы, предназначенные для обработки неопределенности, неопределенности и неопределенности. Барт Коско обсуждает некоторые из этих систем в «Нечетком мышлении».
- Частотная вероятность → Байесианство. Байесовская вероятность существовала веками, но до недавнего времени широко не использовалась, чему способствовала доступность дешевых вычислений и неохотное принятие субъективности в вероятностных утверждениях.
- Объективное → Субъективное. Просвещение и философский модернизм основаны на вере в объективную истину, то есть в истину, независимую от людей, которые их придерживаются. Разработки 20-го века, включая квантовую механику, теорему Гёделя о неполноте и изучение Куном истории науки, привлекли внимание к, казалось бы, неизбежной субъективности даже в «точных науках» и математике.
- Физический закон → Теория → Модель. Некоторые люди проводят различие между законами, теориями и моделями. Называть что-то «законом» означает, что это объективно истинно и неизменно; «теория» предполагает, что она подлежит пересмотру; а «модель» признает, что это субъективный выбор, основанный на упрощениях и приближениях.
- Детерминизм → Индетерминизм. Детерминизм — это точка зрения, согласно которой все события неизбежно вызваны предшествующими событиями. Формы индетерминизма включают случайность, вероятностную причинность и фундаментальную неопределенность.

# Мультидисциплинарная оптимизация



Aero-structural optimization of  
a wind turbine blade considering  
pre-curve jig shape

- Пакет OpenMDAO



# Мультидисциплинарная оптимизация вертолетов

- Проект C.R.E.A.T.I.O.N. - “**Concepts of Rotorcraft Enhanced Assessment Through Integrated Optimization Network**” компании ONERA – The French Aerospace Lab
- Аналог в США: CIRADS: Concept Independent Rotorcraft Analysis and Design Software



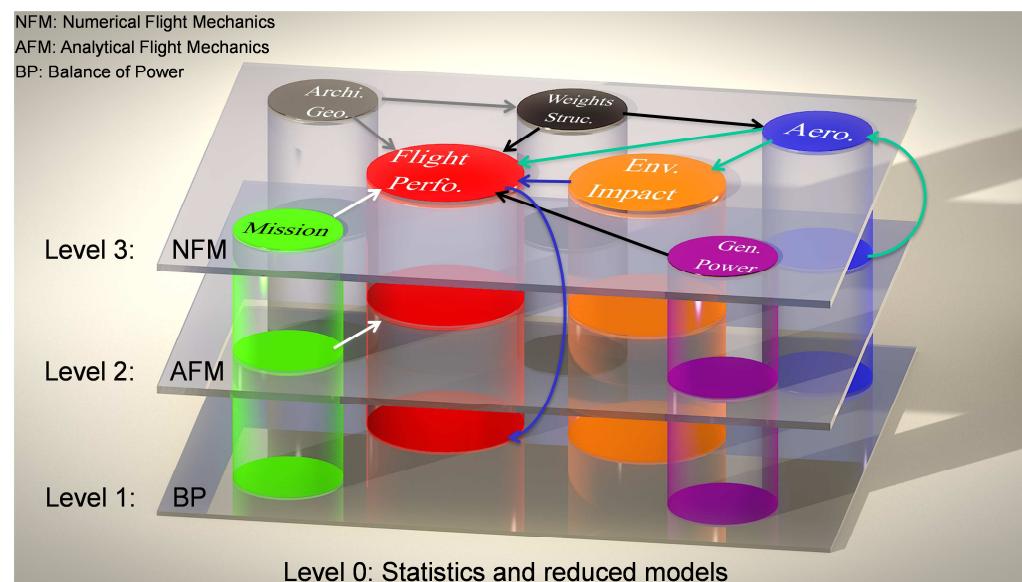
# Структура модели

## Основные модули

- Летные характеристики
- Воздействие на окружающую среду

## Вспомогательные модули

- Миссии и характеристики
- Архитектура и геометрия
- Веса и конструкции (включая аэроупругость)
- Аэродинамика
- Производство энергии (двигатель).



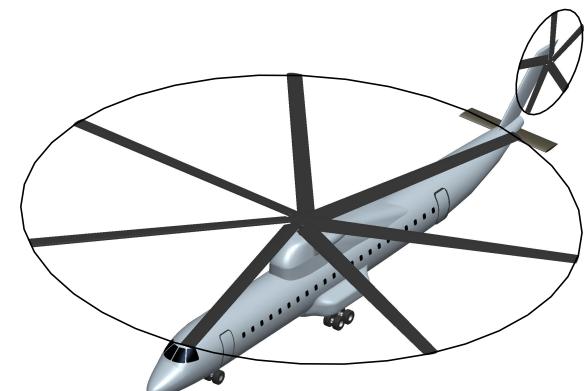
# Критерии

- минимизация расхода топлива:  $W_{fuel}$  - вес необходимого топлива,
- минимизация веса пустого вертолета:  $W_{empty}$  - вес вертолета, кроме полезной нагрузки - веса, соответствующего 90 пассажирам и весу топлива,
- минимизация внешнего шума:  $F_{acou}$  - акустическая метрика, представляющая средний уровень шума на земле во время захода на посадку.



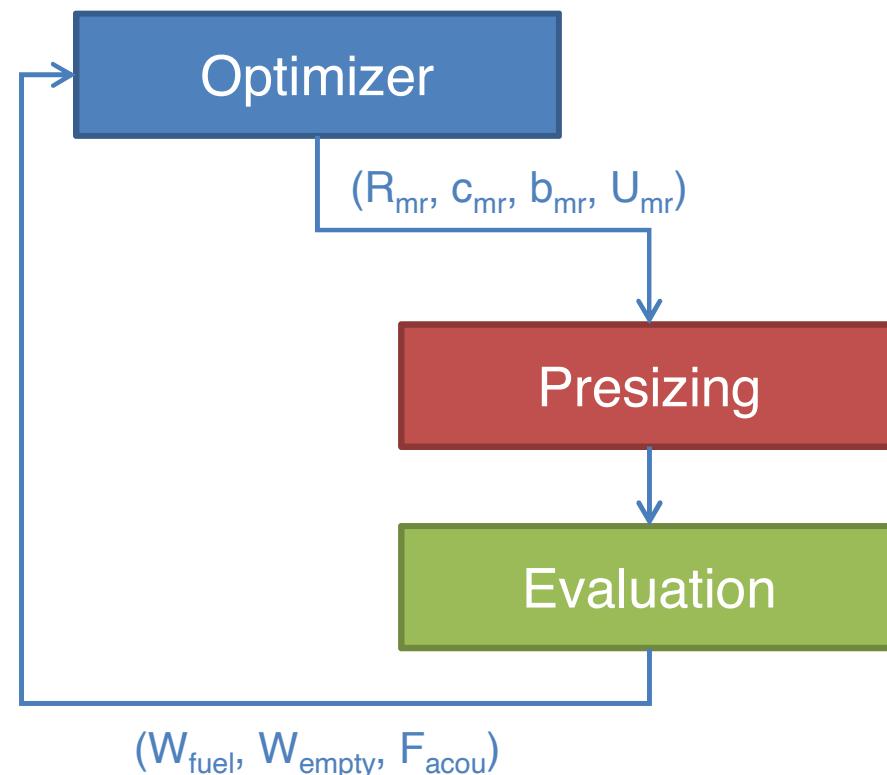
# Некоторые проектные переменные

- $R$  (м) радиус несущего винта,
  - $C$  (м) средняя хорда лопасти,
  - $U$  (м/с) скорость вращения конца лопасти,
  - $b$  количество лопастей.
- 
- Вопрос: это непрерывная или дискретная модель?

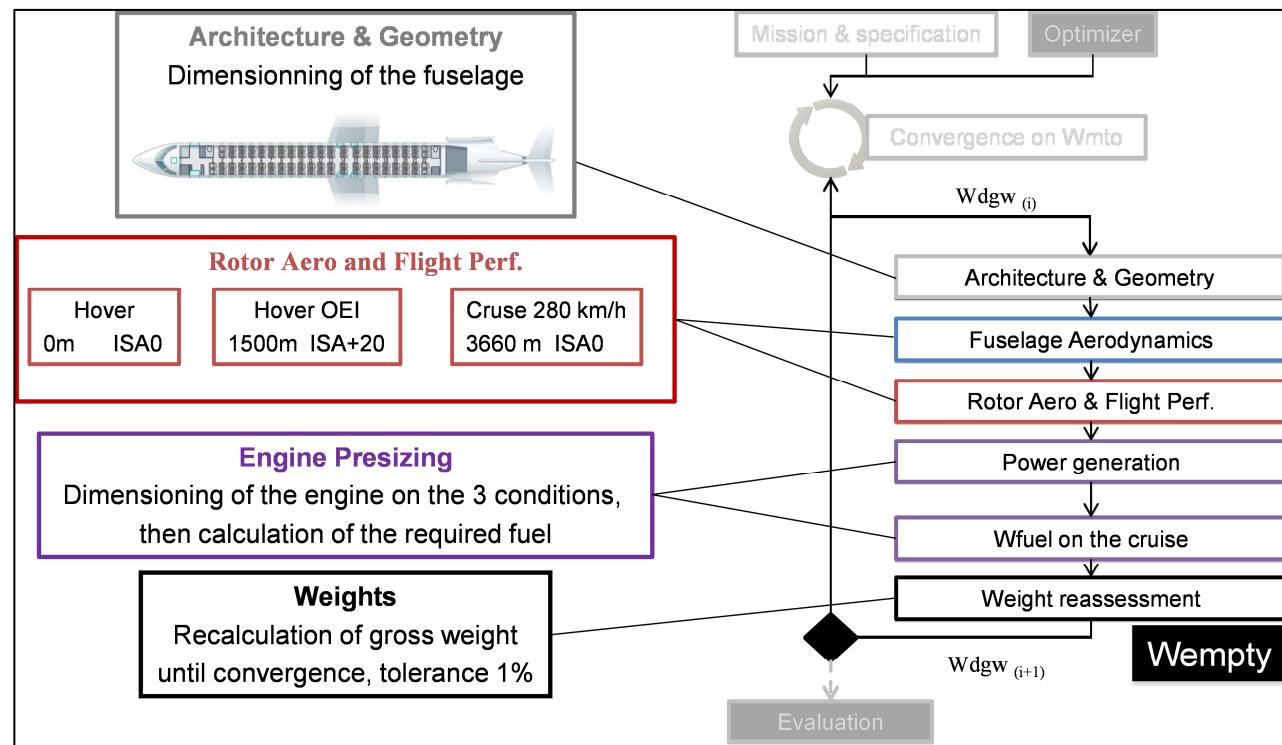


# Оптимизационная задача

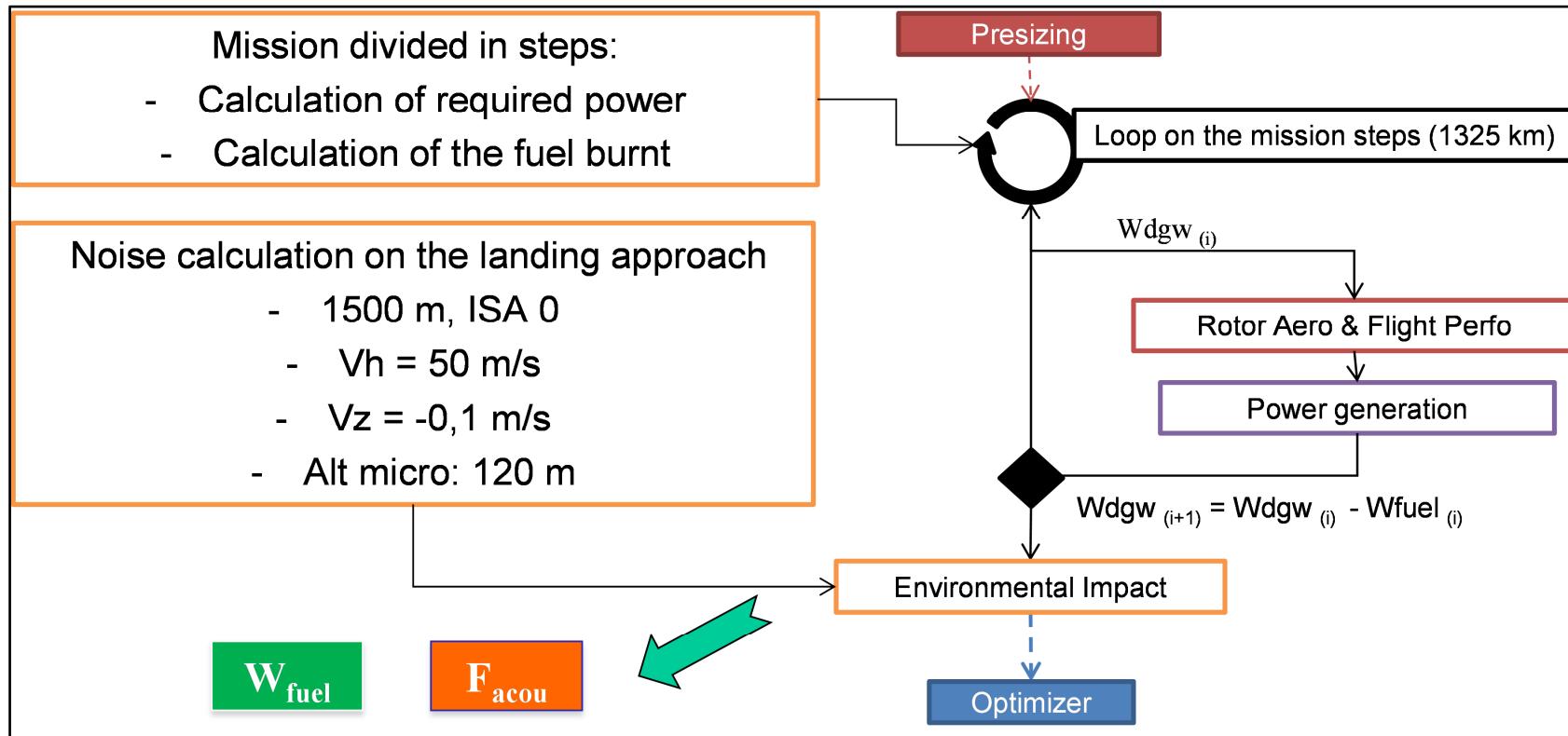
$$\begin{cases} \min_{(R,C,U,b)} (W_{empty}, W_{fuel}, F_{acou}) \\ 10 \leq R \leq 20, 0.5 \leq C \leq 1.5, 200 \leq U \leq 230 \\ b = \{6,7,8\} \\ 10 \leq \frac{R}{C} \leq 20 \end{cases}$$



# Расчет параметров



# Оценка критериев

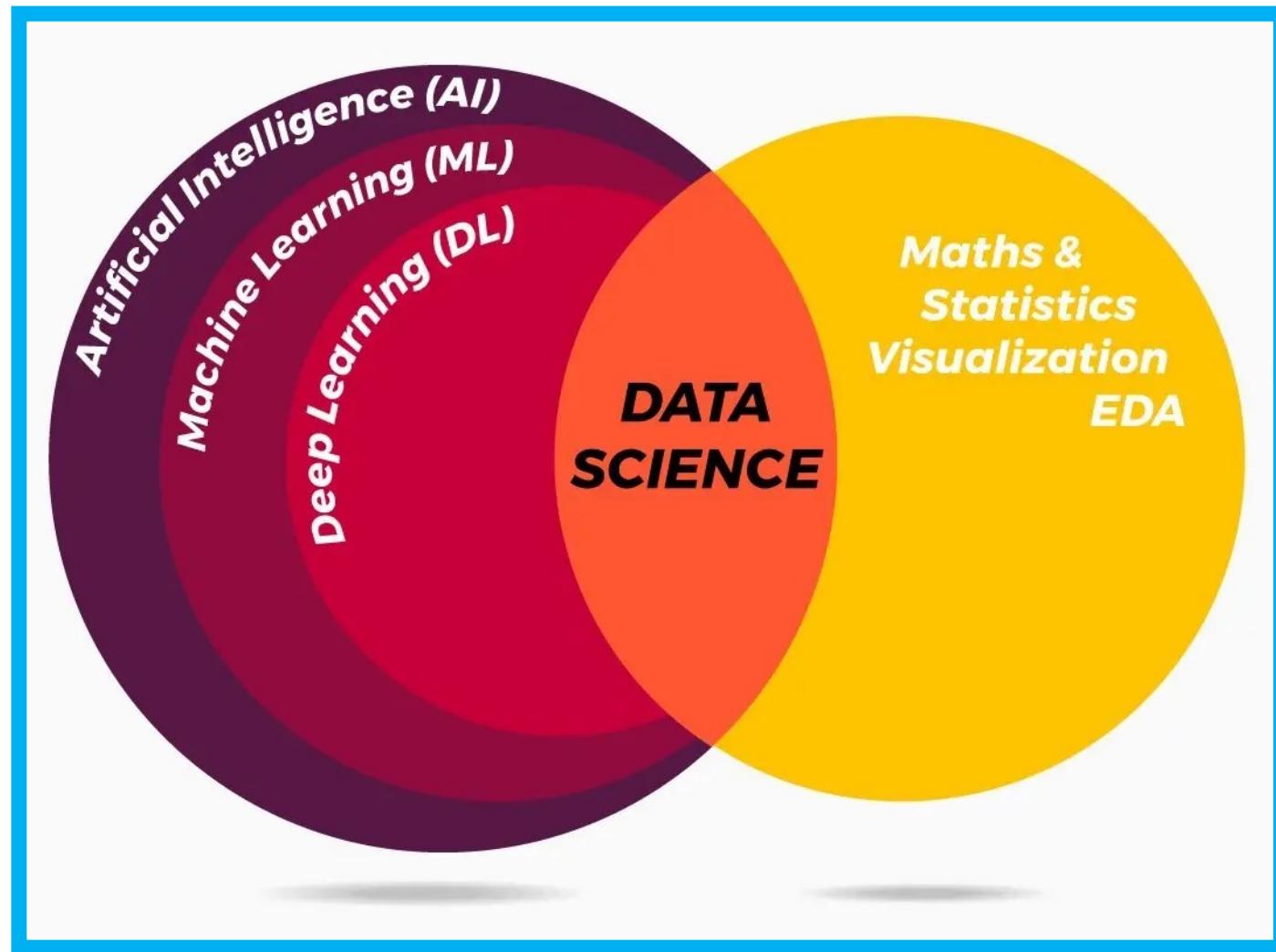


# Data Science

раздел информатики, изучающий проблемы анализа, обработки и представления данных в цифровой форме

Объединяет методы по обработке данных в условиях больших объёмов и высокого уровня параллелизма, статистические методы, методы интеллектуального анализа данных и приложения искусственного интеллекта для работы с данными, а также методы проектирования и разработки баз данных

## Взаимосвязи между науками



## Вопрос для обсуждения

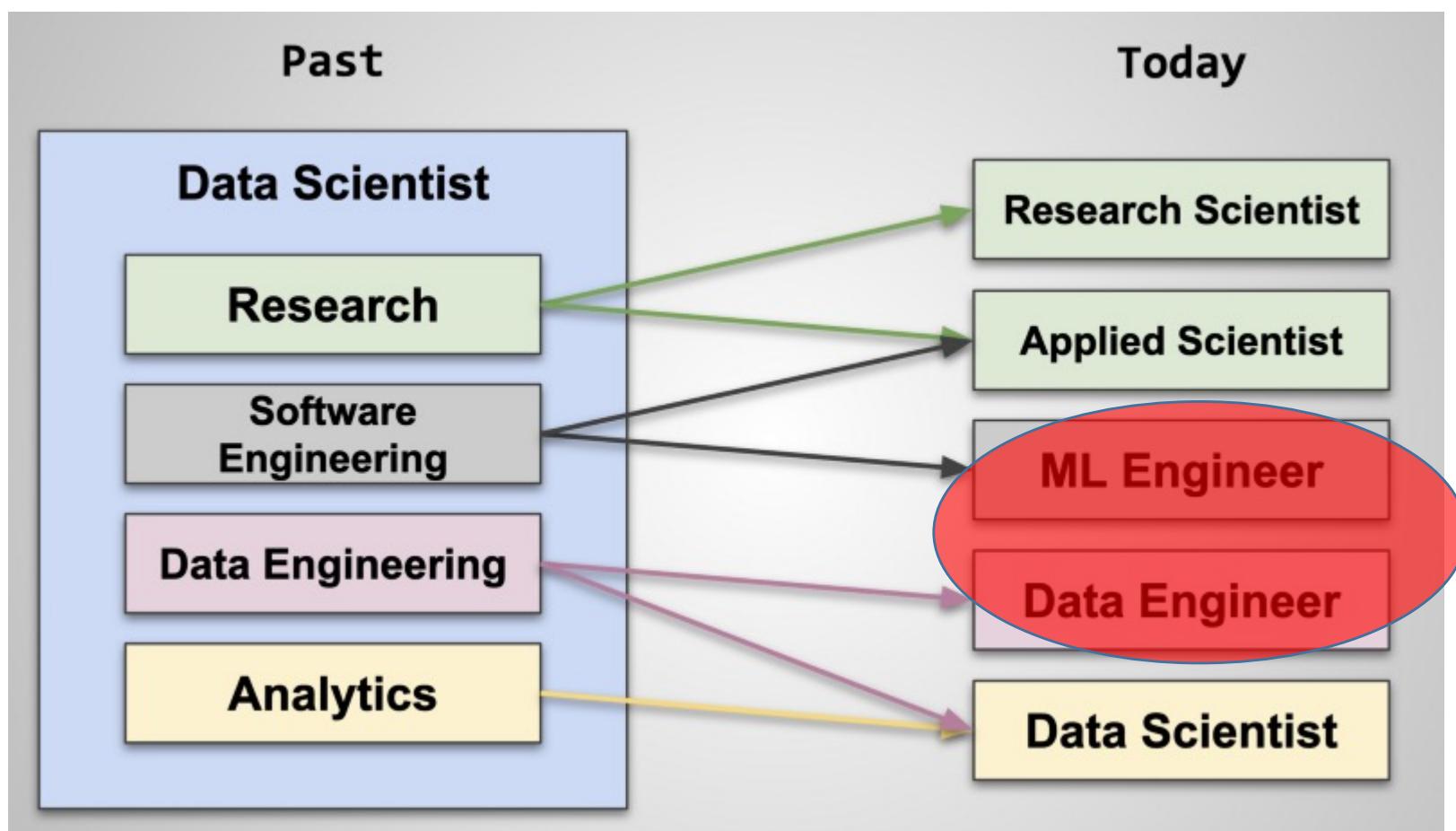
Многие методы Data Science и Machine Learning появились достаточно давно - 50-70 года прошлого века, но активно использоваться в бизнесе начали только сейчас

С чем это связано?

Что такого случилось?

Что есть сейчас и чего не было тогда?

# Взаимосвязь специализаций



OR Engineer (Operation Research Engineer)

## Искусственный интеллект

### ГОСТ Р 59277—2020:

Искусственный интеллект (*artificial intelligence*):

комплекс технологических решений, позволяющий имитировать когнитивные функции человека (включая самообучение, поиск решений без за ранее заданного алгоритма и достижение инсайта) и получать при выполнении конкретных практически значимых задач обработки данных результаты, сопоставимые, как минимум, с результатами интеллектуальной деятельности человека

## Машинное обучение

- Машинное обучение (англ. machine learning, ML) — это исследование компьютерных алгоритмов, которые автоматически улучшаются благодаря опыту и использованию данных
- Алгоритмы машинного обучения создают модель на основе выборочных данных, известных как «обучающие данные», чтобы делать прогнозы или предлагать решения, не будучи явно запрограммированными на это

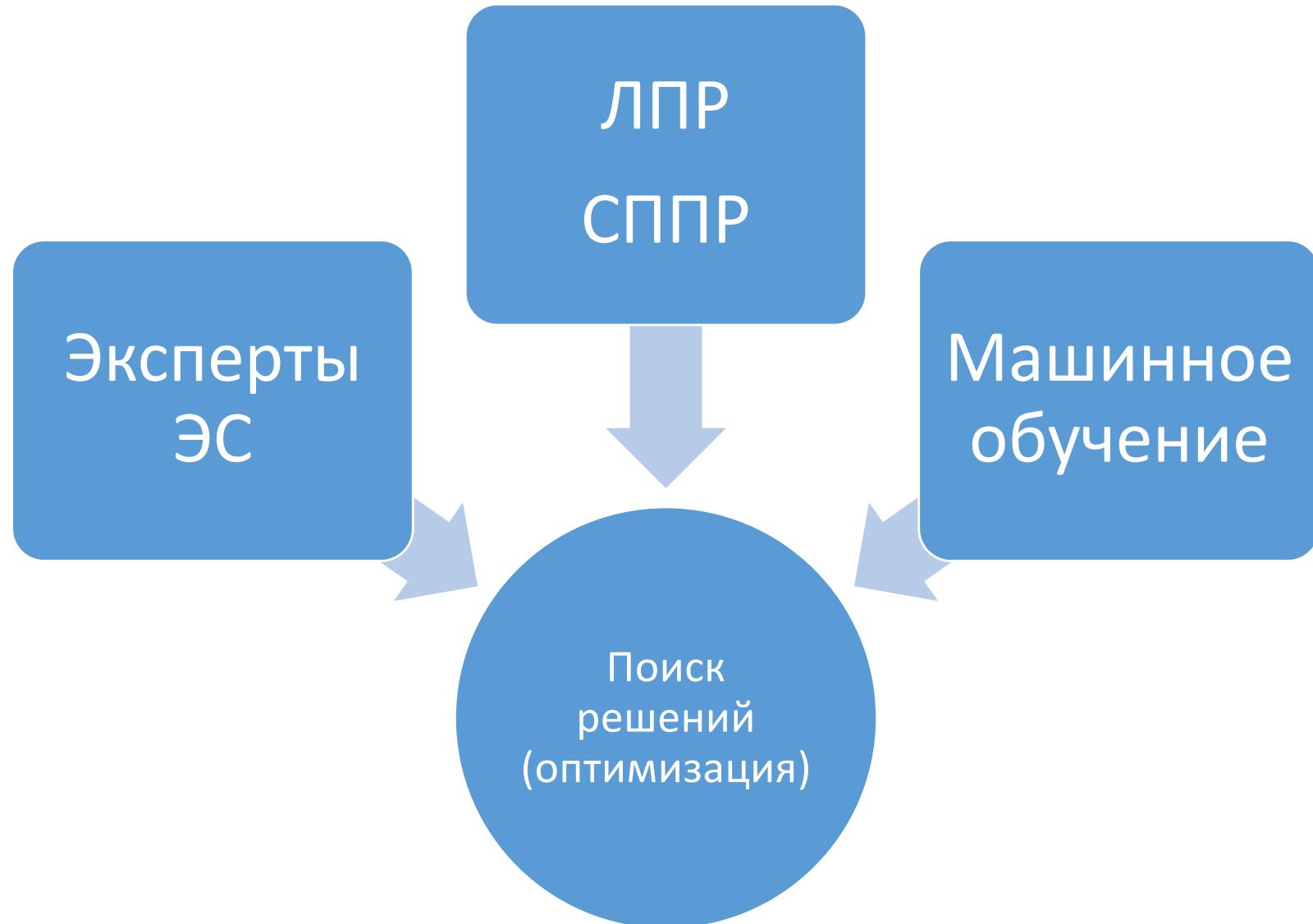
## Давайте подумаем про цели

- Зачем мы учим машины? Например, получить прогноз продаж
- Какие у разработчика моделей?
- А какие цели у бизнеса?

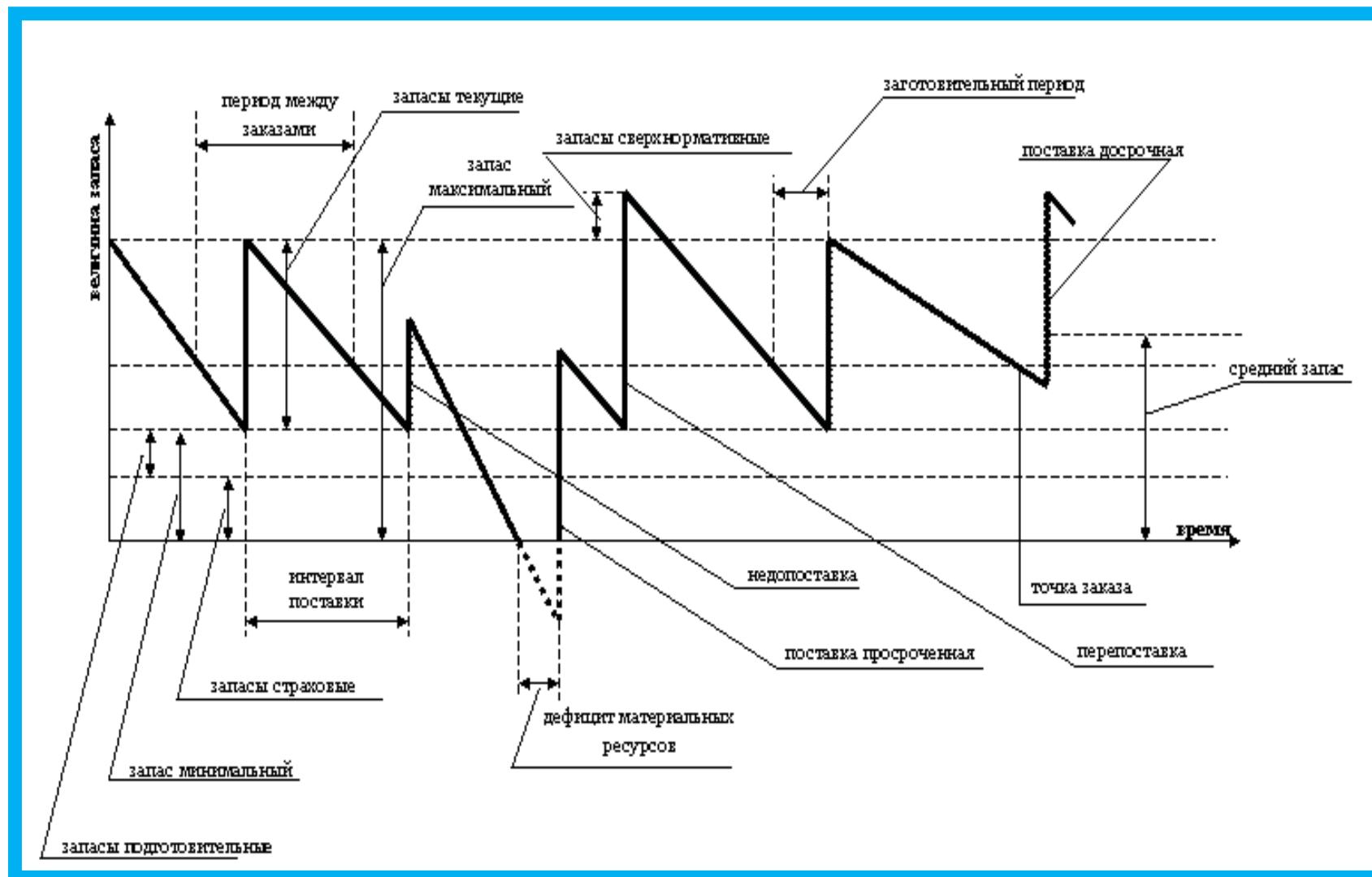
## Цели

- Прибыль (часто важность не велика в краткосрочной перспективе)
- Доля рынка (важность велика)
- Сделать людей счастливыми
- Прославится
- Обеспечить долгую, стабильную жизнь компании
- Не знаю....

## Подходы ИИ



# Пример из бизнеса FMCG



# Машинное обучение



# Итоги

Нужно справиться с тремя сложностями:



Критерии и цели не  
определенны



Нет данных

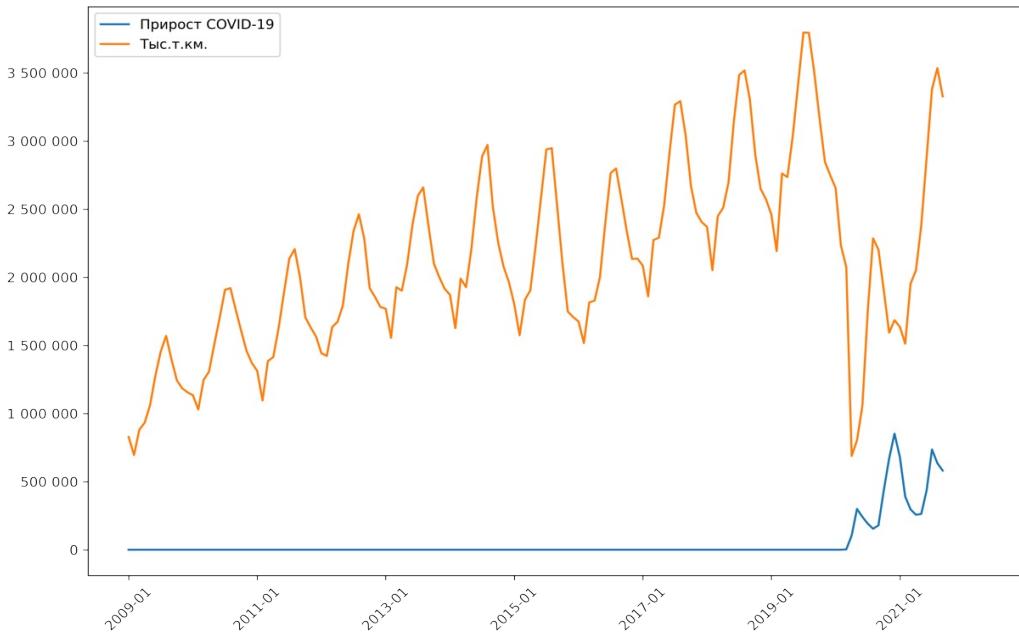


Пространство поиска решений  
колossalно – даже  
суперкомпьютер не справится

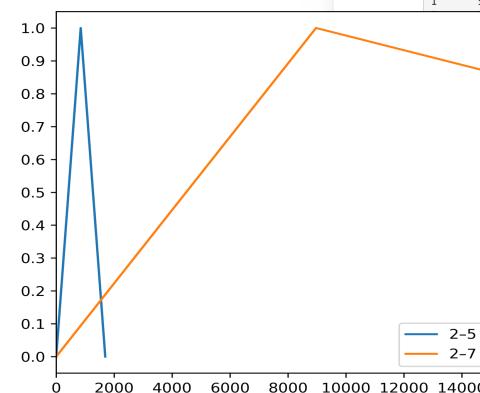
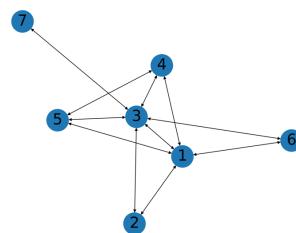
## Задача для самостоятельной работы

- Найдите в близкой Вам среде задачу, где модель была бы полезна
- Чем определяется эффективность бизнеса в этой среде? Какие критерии и цели?
- Как измерить полезность для бизнеса модели?
- Постараетесь сформулировать числовые показатели

# Прогнозы развития авиационной отрасли



Категория ВС	Вместимость	Основные представители	Перспектива по замещению
Магистральные широкотяжелые	350-600	B-777, A-330, B-767, A-330-200, A-350-900	CR929
Магистральные узкофюзеляжные	140-220	A-320/321, B-737-800	MC-21
	85-140	A-319, B-737-500, SSJ-100	Модификации SSJ-100
Региональные	60-85	Ан-148-1, ATR-72	Ил 114-300, TBPC-44
	20-60	Як-40/42, Ан-24/38	



Поток по дуге  $d$  равен сумме всех корреспонденций из  $i$  в  $j$  через  $d$ :

$$V_d = \sum_i \sum_j p_{ij}^d x_{ij} \quad \forall d \in D$$

$$X_{ij} = \langle x_{ij}^{\min}, \bar{x}_{ij}, x_{ij}^{\max} \rangle$$

$$x_{ij}^{\min} = \min_{x_{ij}} x_{ij}$$

$$x_{ij}^{\max} = \max_{x_{ij}} x_{ij}$$

$$\bar{x}_{ij} \cong \alpha_{ij} x_{ij}^{\max} + (1 - \alpha_{ij}) x_{ij}^{\min}$$

$$\min_{x_{ij}} \max_{i,j} |\bar{x}_{ij} - \tilde{x}_{ij}|$$

```

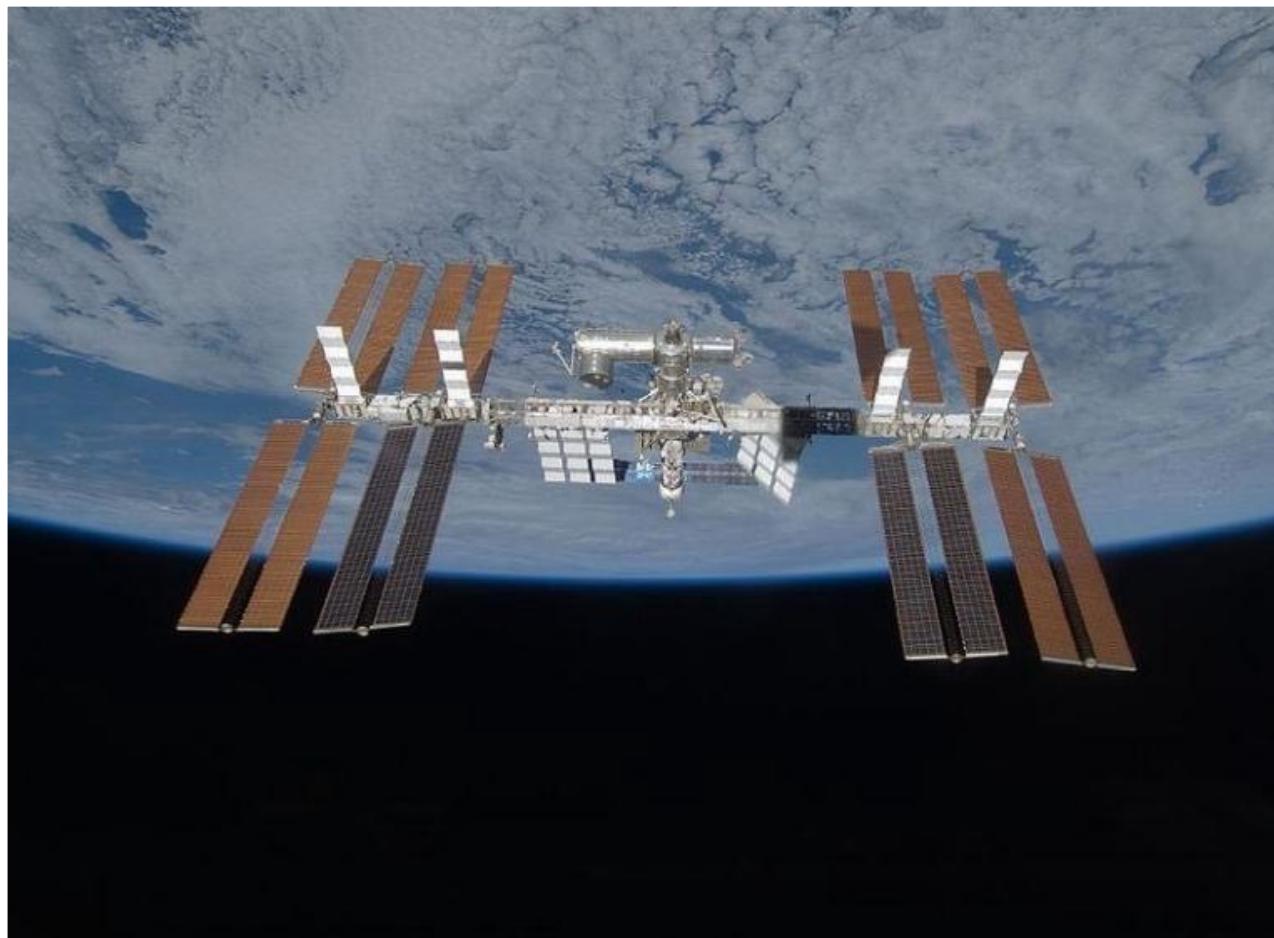
SCIP Status : problem is solved [optimal solution found]
Solving Time (sec) : 0.01
Solving Nodes : 1
Primal Bound : +2.83239000000000e+05 (1 solutions)
Dual Bound : +2.83239000000000e+05
Gap : 0.00 %

i   j   x*   y*   yN   xmin   x_arg   xmax
1   2   2479   0   0   1025   2479   3933
4   2   179   0   0   0   179   359
5   2   1052   0   0   0   1052   2105
6   2   222   0   0   0   222   444
1   3   83211   0   13409   42897   69882   96707
1   7   13495   13489   0   0   26985   53810
1   4   97   48   0   0   146   293
2   4   146   0   0   0   146   293
6   4   48   97   0   0   146   293
772   74   0   0   0   846   1693
846   0   0   0   0   846   1693
74   148   0   0   0   222   444
86   133   0   0   0   219   439
219   0   0   0   0   219   439
59   119   0   0   0   179   359
73   146   0   0   0   219   439
8531   17062   0   0   0   25594   51188
12724   12869   0   0   0   25594   51188
8531   17062   0   0   0   25594   51188
6808   13616   0   0   0   28424   40848
8531   17062   0   0   0   25594   51188
6061   0   0   0   0   6061   12123
26568   0   0   0   1648   2868   4073
62851   0   0   0   17936   17818   44715   71620
8998   17936   0   0   0   26985   53810
81934   0   0   0   12869   42571   60615   93559
8998   17936   0   0   0   26985   53810
6857   13714   0   0   0   20572   41144
8968   17936   0   0   0   26985   53810
6552   0   0   0   0   6552   13104
68118   0   0   0   17062   25462   51056   76650
  
```

# Модели исследования операций

- *Операция* — всякое мероприятие (система действий), объединённое единым замыслом и направленное к достижению какой-то цели
- Решение — всякий определённый набор зависящих от человека значений параметров
- Оптимальное — решение, которое по тем или другим признакам предпочтительнее других
- Цель исследования операций — предварительное количественное обоснование оптимальных решений с опорой на показатель эффективности

# Планирование космических экспериментов (КЭ) на РС МКС



# Редактор критериев

The screenshot shows the 'Редактор критериев' (Criteria Editor) application running in a web browser (Yandex). The URL is [knts.tsniimash.ru/DSS/Criteria.aspx](http://knts.tsniimash.ru/DSS/Criteria.aspx).

The interface consists of several panels:

- Left Panel (User Navigation):** Includes sections for 'Пользователь' (User), 'Настройки' (Settings), and 'Выход' (Logout). Below these are links to 'Система поддержки принятия решений' (Decision Support System), 'Задачи' (Tasks), 'Альтернативы' (Alternatives), 'Критерии' (Criteria), 'Экспертные оценки' (Expert Assessments), 'Ранжирование' (Ranking), 'Пользователи' (Users), and 'Роли' (Roles).
- Middle Panel (Criterion Tree):** Titled 'Дерево критериев' (Criterion Tree). It displays a hierarchical tree structure under the heading 'Оценка КЭ' (Evaluation of the Experiment):
  - Значимость эксперимента
    - Актуальность КЭ
    - Значимость результатов КЭ
    - Научный эффект КЭ
  - Прикладной эффект КЭ
    - Безопасность
    - Готовность КЭ к включению программы
    - Доступность информации по КЭ
    - Космическая деятельность
    - КЭ является международным
    - Наличие заинтересованного заказчика
    - Наличие КЭ в подпрограмме исследований
    - Соответствие КЭ направлениям других программ
    - Соответствие КЭ направлениям ФКП
    - Социальный эффект
    - Экологический эффект
    - Экономический эффект
  - Технологическая инновационность
    - Использование существующей техники
    - Наличие международного патента
- Right Panel (Parameter Configuration):** Titled 'Параметры' (Parameters). It includes fields for 'Наименование' (Name), 'Описание' (Description), 'Родитель' (Parent), and 'Шкала' (Scale). A table lists 'Градация' (Grade) and 'Ранг' (Rank) for each criterion:

№	Градация	Ранг	Удалить
1	Оценка невозможна	1	<input checked="" type="checkbox"/>
2	Эксперимент в принципе полезен, однако его задержка не повлияет на темп исследований в данной области	2	<input checked="" type="checkbox"/>
3	Задержка проведения КЭ затормозит, но не остановит дальнейшие исследования в данной области.	3	<input checked="" type="checkbox"/>
4	Задержка проведения КЭ приведет к соответствующей остановке исследования в данной области.	4	<input checked="" type="checkbox"/>
5	Срыв проведения эксперимента в заданные сроки приведет к принципиальной невозможности в течение многих лет получить требуемую информацию (например, вследствие изменения активности Солнца, или если аппаратура входит в состав МЛМ и, таким образом, сроки её	5	<input checked="" type="checkbox"/>

# Ресурсные ограничения

Редактор ресурсов

192.168.56.101:8080/DSS/Resource.aspx

## Редактор ресурсов

Задача: Оценка КЭ  
Пользователь: Администратор

Настройки Выход

- Система поддержки принятия решений
- Задачи
- Альтернативы
- Критерии
- Ресурсы
- Экспертные оценки
- Ранжирование
- Планирование
- Пользователи

Ресурсы						
Наименование	Описание	Значение	Период	Единица изменения периода	Критерий	Удалить
Масса доставляемой на борт НА (кг)	Масса доставляемой на борт НА (кг)	0	2	квартал	Масса доставляемой на борт НА (кг)	
Объём доставляемой на борт НА (м^3)	Объём доставляемой на борт НА (м^3)	0	2	квартал	Объём доставляемой на борт НА (м^3)	
Масса возвращаемых блоков (кг)	Масса возвращаемых блоков (кг)	0	2	квартал	Масса возвращаемых блоков (кг)	
Объём возвращаемых блоков (м^3)	Объём возвращаемых блоков (м^3)	0	2	квартал	Объём возвращаемых блоков (м^3)	
Мощность НА (кВт)	Потребляемая мощность НА (кВт)	0	2	квартал	Мощность НА (кВт)	
Энергопотребление НА (кВт·ч)	Суммарное энергопотребление НА (кВт·ч)	0	2	квартал	Энергопотребление НА (кВт·ч)	
Время реализации сеансов КЭ (мин)	Суммарное время реализации сеансов КЭ (мин)	0	2	квартал	Время реализации сеансов КЭ (мин)	
Требуемое рабочее время экипажа (мин)	В том числе требуемое рабочее время экипажа на проведение КЭ (мин)	0	2	квартал	Требуемое рабочее время экипажа (мин)	
Объём передаваемой информации (Гбайт)	Необходимый за время проведения КЭ объём передаваемой информации по радиолинии связи в (Гбайт)	0	1	день	Объём передаваемой информации (Гбайт)	

# Общий вид моделей исследования операций

$$\min_{x \in D} (\max) \{z = f(x)\} \quad D = \{x \in R^n : g_i(x) \leq (=, \geq) b[i], i = \overline{1, m}\}.$$

z – целевая функция,

$x = (x[1], x[2], \dots, x[n])^T$  -вектор оптимизационных переменных,

min или max – направление оптимизации,

$\min_{x \in D} \{z = f(x)\}$  - критерий оптимизации,

$D$  – множество допустимых решений оптимизационной задачи,

$x \in R^n$  - задание типа пространства, на котором определены оптимизационные переменные (

$x \in Z^n, x \in N^n$ ),

$g_i(x) \leq b[i]$  - ограничение оптимизационной задачи,

$g_i(x)$  - левая часть ограничения,

$b[i]$  - правая часть ограничения.

# Производственная задача

- Рассматривается некоторая производственная система, способная производить несколько видов продукции. Для производства используется ряд сырьевых ресурсов, имеющихся в системе в ограниченном количестве. От реализации произведенной продукции система получает прибыль. Требуется так составить производственный план (определить, какие виды продукции и в каком количестве производить), чтобы при имеющихся ограничениях на сырьевые ресурсы получить максимальную прибыль.

# Формализованная постановка

$n$  - количество видов продукции, которую может производить система;

$m$  - количество видов сырья, используемого при производстве продукции;

$c[j]$ , ( $j = 1, 2, \dots, n$ ) - прибыль, получаемая от реализации произведенной единицы  $j$ -ого вида продукции;

$b[i]$ , ( $i = \overline{1, m}$ ) - количество имеющегося в наличии сырья  $i$ -ого вида;

$a[i, j]$ , ( $i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}$ ) - технологический коэффициент затрат  $i$ -ого вида сырья на производство единицы продукции  $j$ -ого вида;

$x[j]$ , ( $j = \overline{1, n}$ ) - планируемого количества производимой продукции  $j$ -ого вида (оптимизационная переменная).

С учетом введенных обозначений формализованная запись имеет вид:

$$\begin{aligned} \max_x z &= \sum_{j=1, n} c[j] x[j], \\ \sum_{j=1}^n a[i, j] x[j] &\leq b[i], \quad (i = \overline{1, m}), \\ x[j] &\geq 0, \quad (j = \overline{1, n}). \end{aligned} \tag{1.1}$$

Здесь  $z$  - суммарная прибыль от реализации произведенной продукции,  $\sum_{j=1}^n a[i, j] x[j]$  - затраты  $i$ -ого вида сырьевого ресурса на реализацию всего производственного плана.

# Давайте решим "проектную" задачу

- **Дано:**
- Система состоит из  $n$  функционально необходимых элементов.
- Известна вероятность безотказной работы отдельных элементов.
- Для повышения надежности всей системы каждый элемент может быть дублирован несколькими подобными ему элементами способом «горячего» резервирования.
- Известна стоимость одного элемента каждого типа и общее количество средств, выделенных на резервирование.
- **Требуется:**
- Определить оптимальное количество резервных элементов каждого вида, обеспечивающее максимальную вероятность безотказной работы всей системы.

# Трудноразрешимые задачи, NP-полнота

Функция временной сложности	Размер $n$					
	10	20	30	40	50	60
$n$	0,00001 сек	0,00002 сек	0,00003 сек	0,00004 сек	0,00005 сек	0,00006 сек
$n^2$	0,0001 сек	0,0004 сек	0,0009 сек	0,0016 сек	0,0025 сек	0,0036 сек
$n^3$	0,001 сек	0,008 сек	0,027 сек	0,064 сек	0,125 сек	0,216 сек
$n^5$	0,1 сек	3,2 сек	24,3 сек	1,7 мин	5,2 мин	13,0 мин
$2^n$	0,001 сек	1,0 мин	17,9 мин	12,7 дней	35,7 лет	366 столетий
$3^n$	0,059 сек	58 мин	6,5 лет	3855 столетий	$2 \times 10^8$ столетий	$1,3 \times 10^{13}$ столетий

# Влияние быстродействия ЭВМ

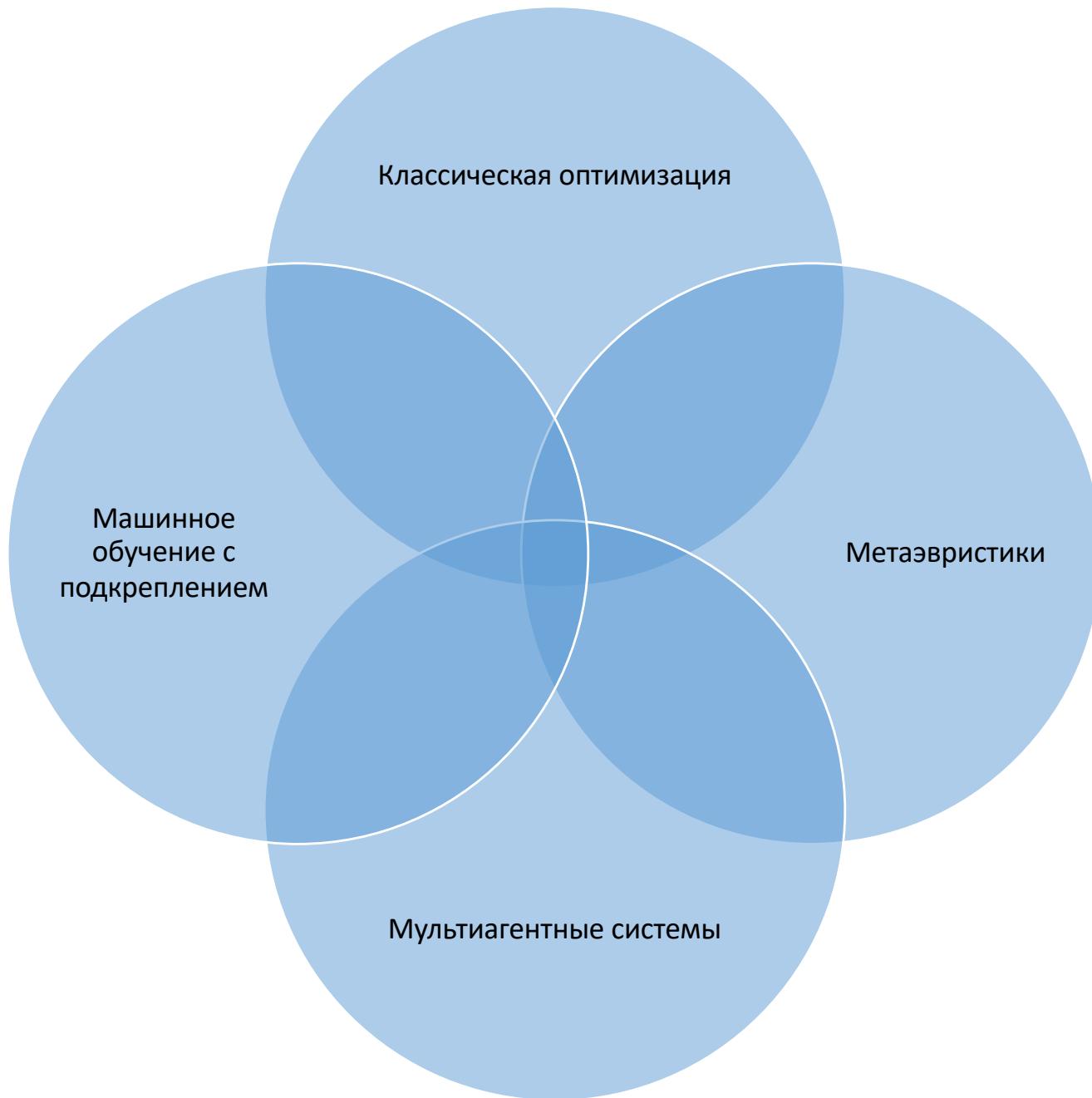
*Размеры наибольшей задачи,  
разрешимой за один час*

<i>Функция временной сложности</i>	<i>На современных ЭВМ</i>	<i>На ЭВМ, в 100 раз более быстрых</i>	<i>На ЭВМ, в 1000 раз более быстрых</i>
$n$	$N_1$	$100 N_1$	$1000 N_1$
$n^2$	$N_2$	$10 N_2$	$31,6 N_2$
$n^3$	$N_3$	$4,64 N_3$	$10 N_3$
$n^5$	$N_4$	$2,5 N_4$	$3,98 N_4$
$2^n$	$N_5$	$N_5 + 6,64$	$N_5 + 9,97$
$3^n$	$N_6$	$N_6 + 4,19$	$N_6 + 6,29$

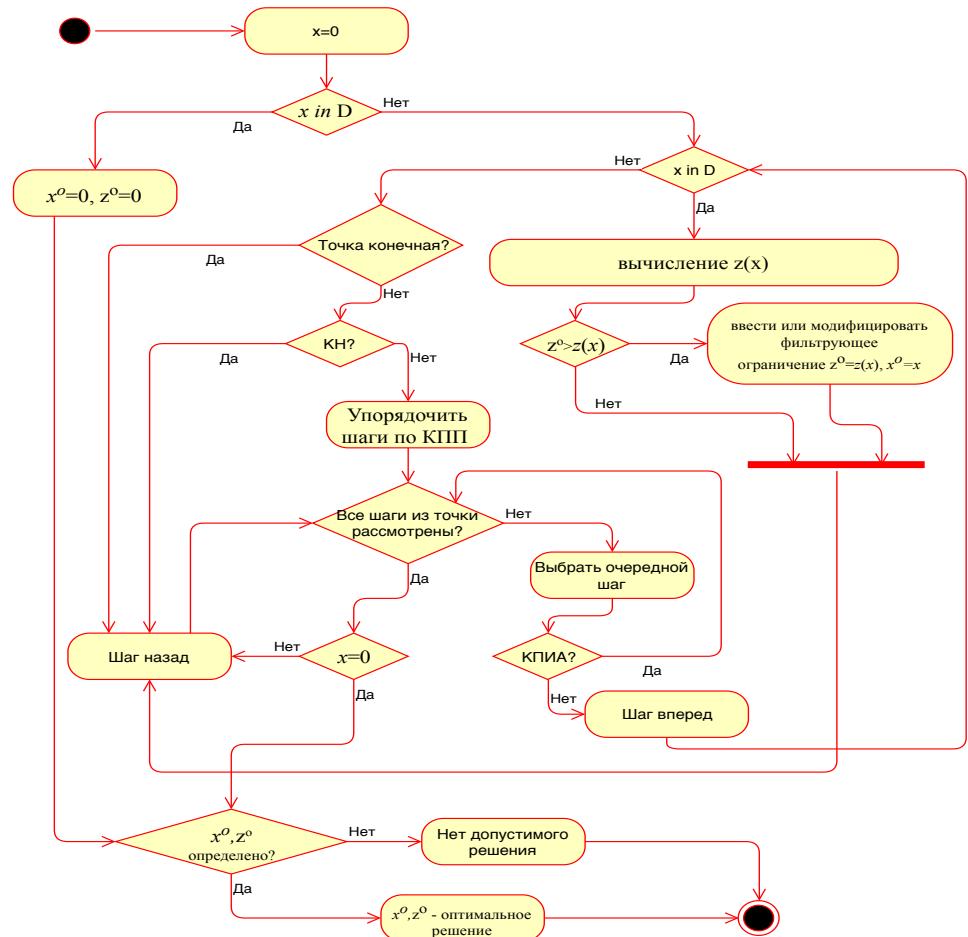
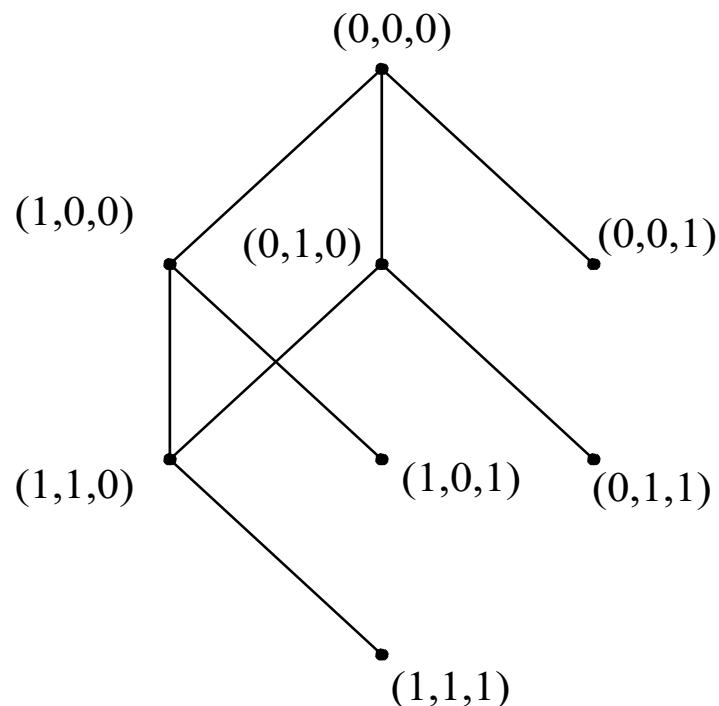
# Экспоненциальная сложность на практике

- Некоторые задачи имеют экспоненциальную сложность, но это сложность для *наихудшего* случая
- Во многих практических задачах эта сложность не проявляется
- Проблема – нет способа спрогнозировать как поведет себя экспоненциальный алгоритм на тех или иных данных

# Подходы к решению задач



# Метод неявного перебора по векторной решетке



# Где решать задачи

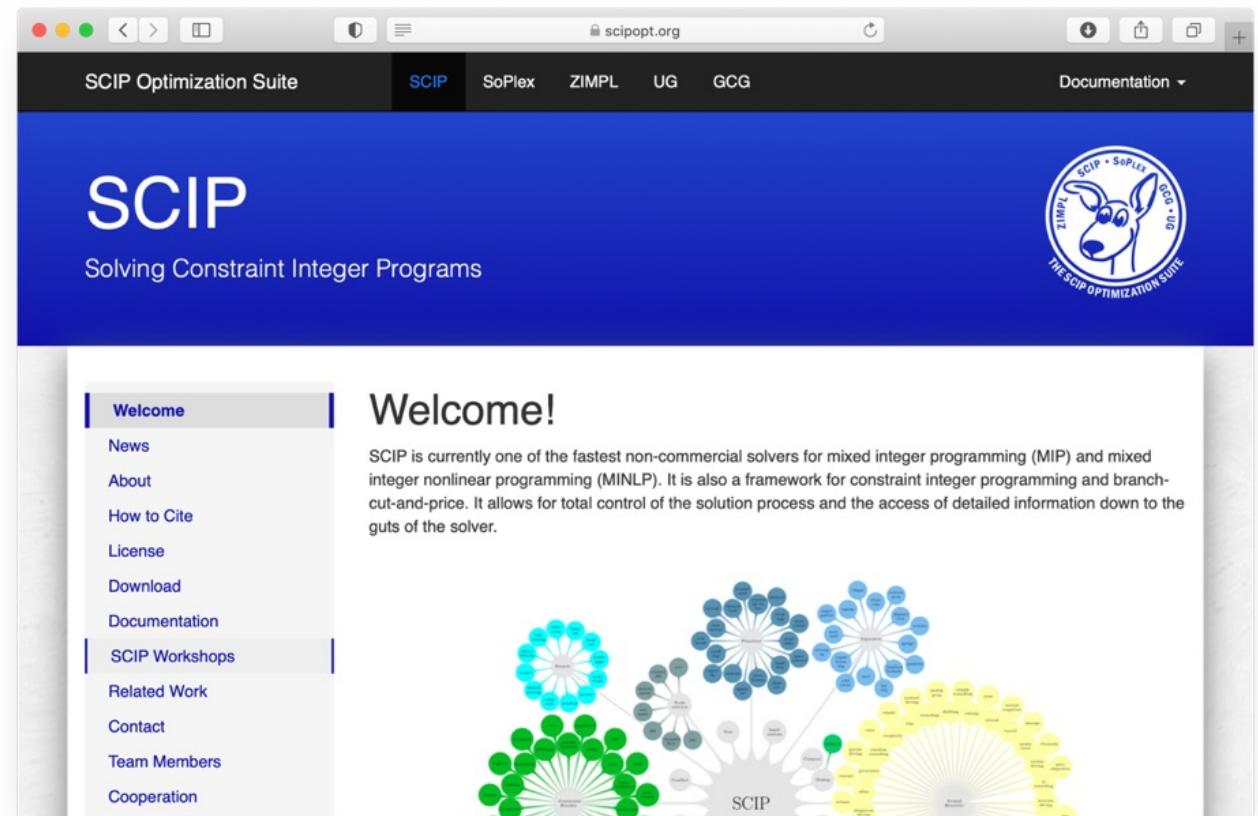
- Пакеты
- SCIP
- IBM ILOG
- GAMS
- FRODO
- Google OR tools
- GUROBI
- Языки/Форматы
- AMPL
- MPS

## Современные средства решения задач оптимизации

- AMPL - A Modeling Language for Mathematical Programming — язык моделирования для математического программирования
- GAMS - General Algebraic Modeling System – система моделирования для математического программирования и оптимизации
- JULIA - высокоуровневый высокопроизводительный свободный язык программирования с динамической типизацией, созданный для ..

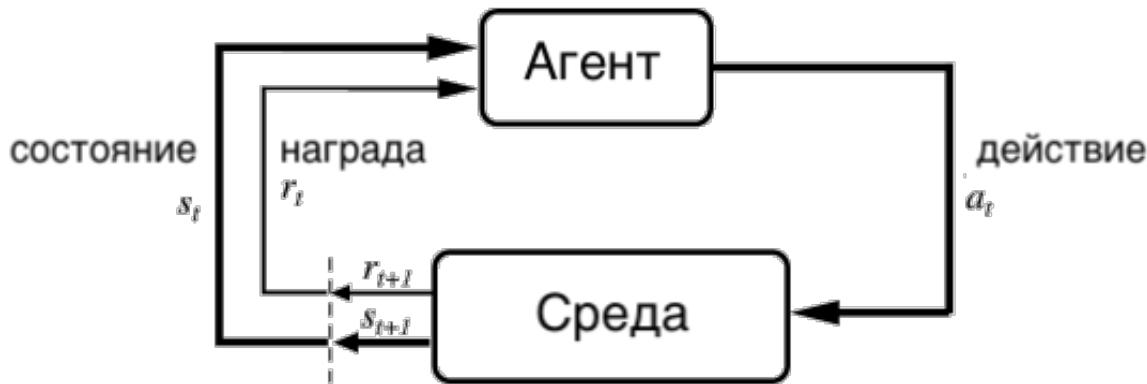
# SCIP

SCIP - один из самых быстрых некоммерческих решателей для смешанного целочисленного программирования (MIP) и смешанного целочисленного нелинейного программирования (MINLP).



The screenshot shows the official website for the SCIP Optimization Suite at [scipopt.org](http://scipopt.org). The page features a dark blue header with the SCIP logo and navigation links for SCIP, SoPlex, ZIMPL, UG, GCG, and Documentation. The main content area has a large blue banner with the text "SCIP Solving Constraint Integer Programs". To the right is a circular logo featuring a cartoon dog's head and the text "SCIP • SoPlex • ZIMPL • UG • GCG THE SCIP OPTIMIZATION SUITE". On the left, there's a sidebar with a "Welcome" section containing links to News, About, How to Cite, License, Download, Documentation, SCIP Workshops (which is currently selected), Related Work, Contact, Team Members, and Cooperation. The main content area contains a "Welcome!" message and a detailed description of SCIP's capabilities. Below this is a complex network diagram composed of many interconnected nodes, color-coded by category, illustrating the solver's internal structure or solution space.

# Обучение с подкреплением



# Подходы к оптимизации транспорта

A screenshot of a Mac OS X desktop showing three browser windows. The central window displays a Jupyter Notebook interface with a Python code cell containing the following code:

```
print("checkpoint saved at", checkpoint)

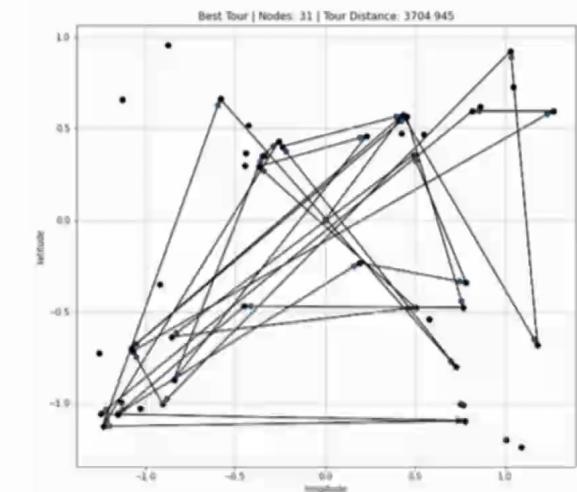
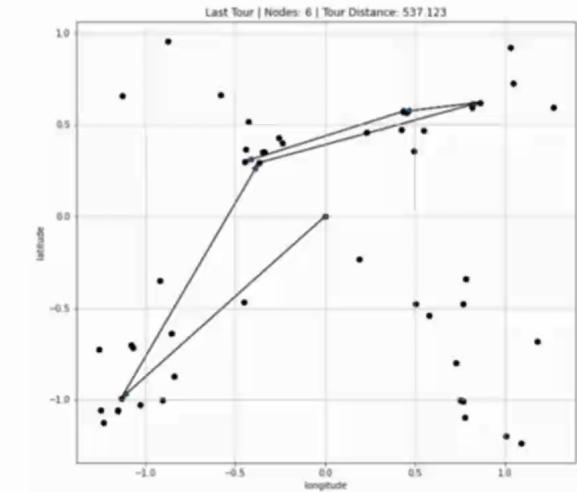
agent_timesteps_total: 4000
custom_metrics: {}
date: 2021-11-30_22-49-41
done: false
episode_len_mean: 21.11111111111111
episode_media: {}
episode_reward_max: 68.0
episode_reward_mean: 21.11111111111111
episode_reward_min: 8.0
episodes_this_iter: 189
episodes_total: 189
experiment_id: da8a46474b184f019acc264a210af66a
hostname: MacBook-Pro-Vladimir.local
info:
learner:
default_policy:
custom_metrics: {}
learner_stats:
allreduce_latency: 0.0
```

The bottom window shows a Jupyter Notebook cell with the following code:

```
filters: 6, strides: 1 } );
model.add( new TSP.layers.Conv2d( { shape : [ 18, 18, 20 ] }
);
model.add( new TSP.layers.Activation2d( { shape : [ 18, 18 ] }
```

The right side of the screen shows a complex visualization titled "TensorSpace Airplane" by Vladimir Sudakov. It features a 3D grid of colored cubes (purple, yellow, green) and a 2D projection of a plane's path on a coordinate system. The interface includes tabs for "HTML" and "JS". Below the visualization, there is a table titled "Список критерии" (List of criteria) with the following data:

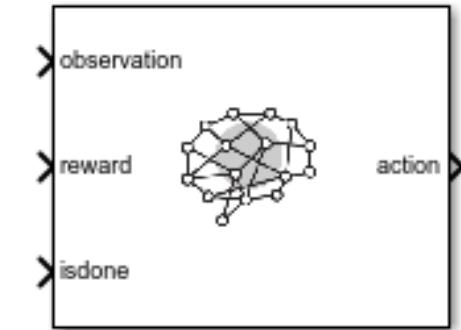
ID	Лист дерева?	Имя
196	Нет	Integral assessment of aircraft
197	Нет	Profitability
198	Нет	Specifications
199	Да	Стоймость владения
200	Да	Стоймость перевозки 1 кг
201	Да	Грузоподъемность



# Преимущества решения



Масштабируемость на вычислительном кластере

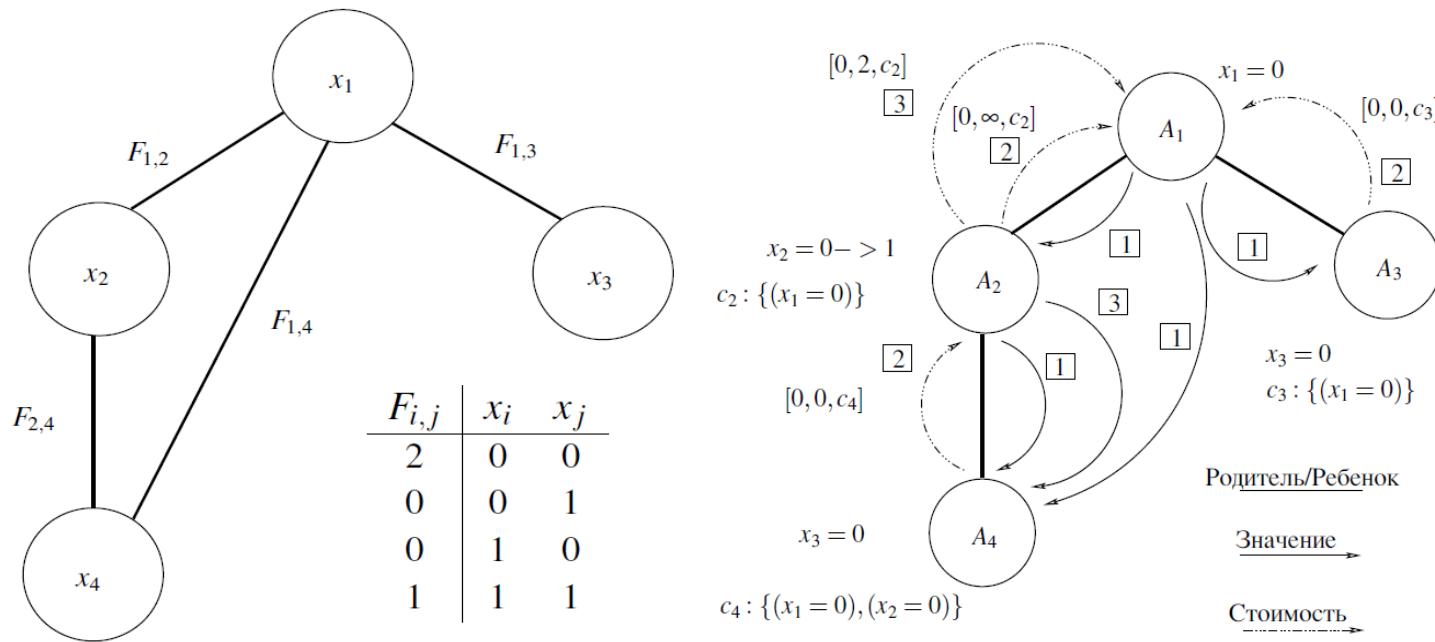


Полиномиальное (быстрое) время решения задачи обученным агентом



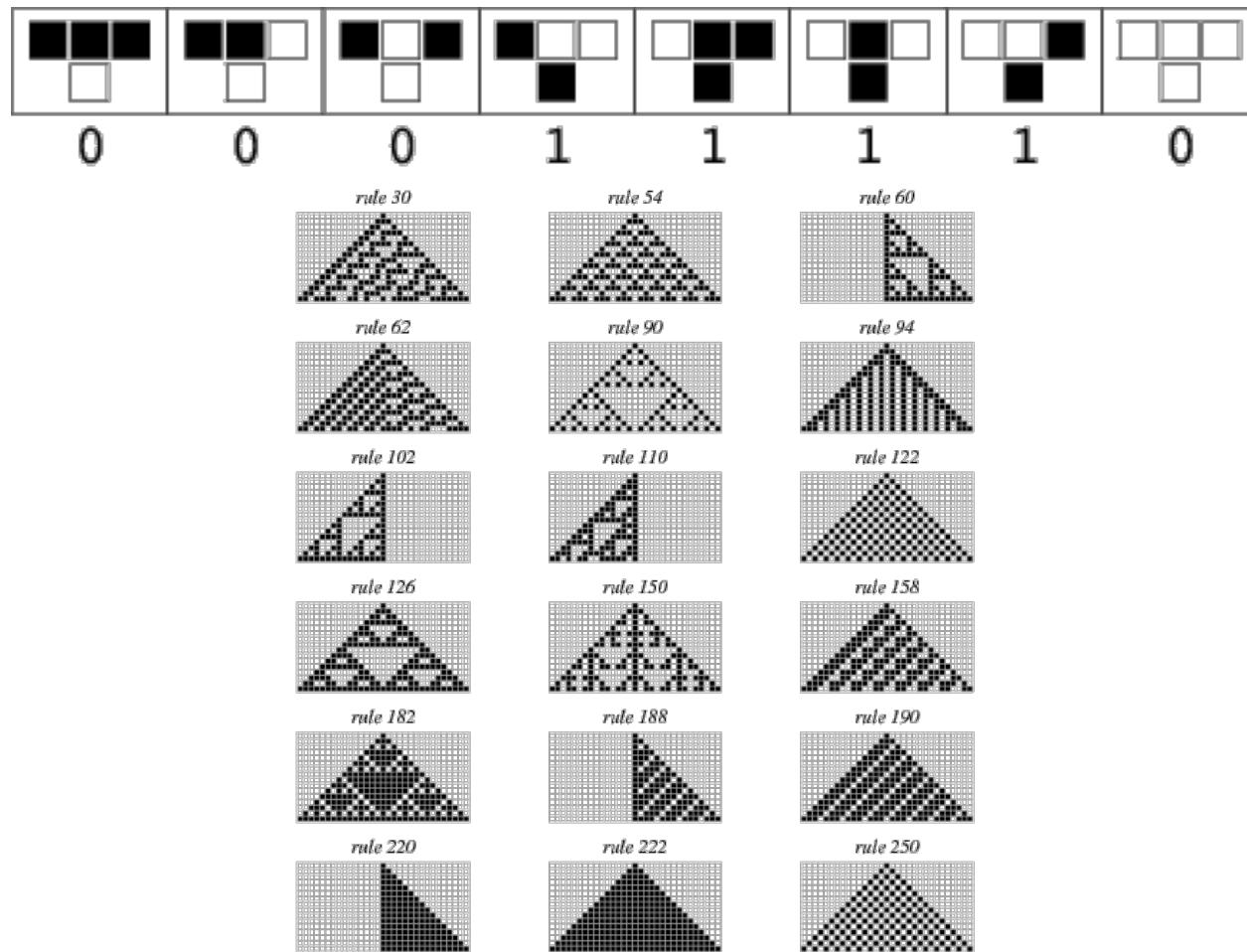
В большинстве случаев задачу можно описать без использования сложных аналитических математических моделей, а сразу на языке программирования

# Мультиагентное моделирование в задачах DCOP

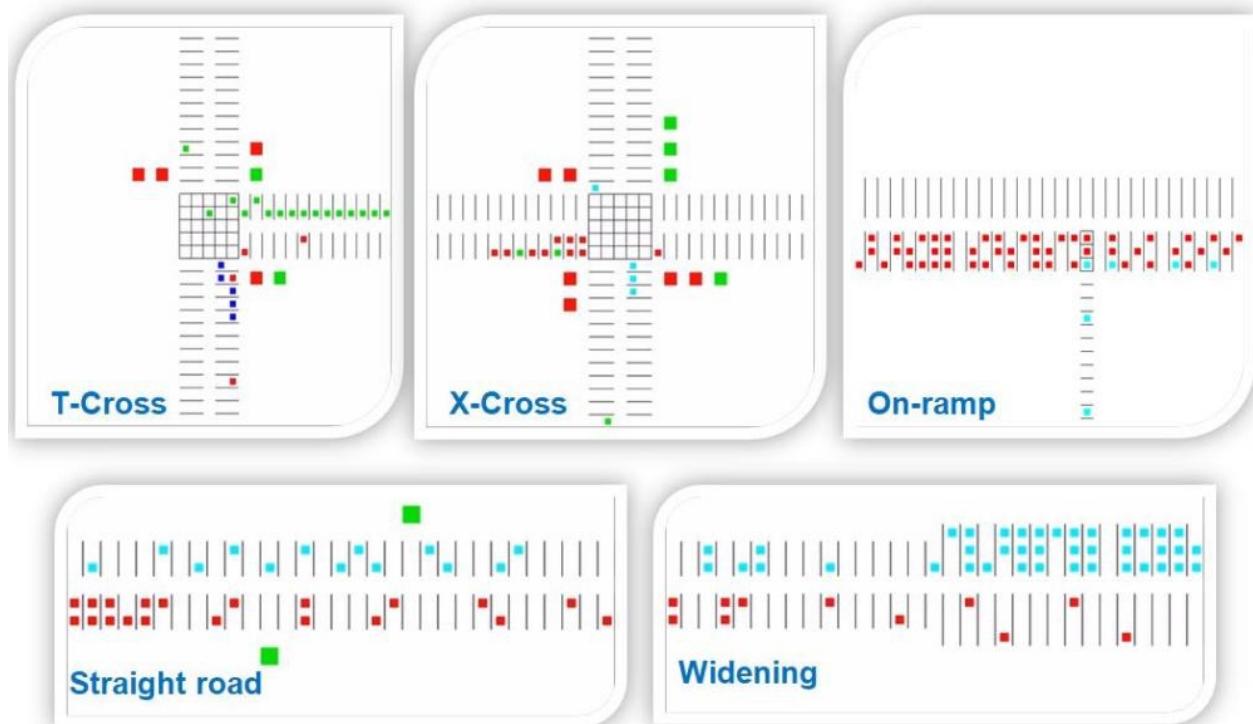


Пакет руDCOP

# Модель Вольфрама



# Модели клеточных автоматов



## Зачетное задание 1

- Реализовать модель Шеллинга (модель расовой сегрегации)
- Дан квадрат  $n \times n$ . 45% клеток синие, 45% клеток красные, 10% клеток пустые. Начальное заполнение в случайному порядке.
- Клетка «счастлива» если у нее 2 или более соседа одного с ней цвета. Соседи – это 8 клеток вокруг данной.
- Моделирование: выбрать случайнным образом «несчастную» клетку и переместить ее в случайно выбранную пустую клетку.
- Вывести квадраты через данное некоторое количество шагов иллюстрирующее расовую сегрегацию.

## Зачетное задание 2

- При проведении испытаний нового воздушного судна произошла предпосылка к авиационному происшествию. Для поиска неисправности нужно провести тестирование 10 приборов.
- Известна информация из каких конкретных точек доступа можно проверить каждый прибор.
- К некоторым приборам можно получить доступ из нескольких точек, некоторые точки открывают доступ к нескольким приборам.
- Известны трудозатраты демонтажа вспомогательного оборудования для того, чтобы добраться до соответствующей точки доступа. Для проверки прибора достаточно получить доступ к нему хотя бы из одной точки.
- Разработать модель в форме целевой функции и ограничений, которая позволит проверить все приборы при минимальных трудозатратах.

# Спасибо за внимание!

Пишите: [sudakov@ws-dss.com](mailto:sudakov@ws-dss.com)