

## **CAMBRIDGE A LEVEL PROGRAMME** SEMESTER ONE EXAMINATION DECEMBER 2012

(July 2012 Intake) 18 months & 2 year programme

Wednesday

5 December 2012

1.00 pm - 3.00 pm

**FURTHER MATHEMATICS** 

9231/01

PAPER 1

2 hours

Additional materials: Answer Booklet/Paper List of formulae (MF 10)

## **READ THESE INSTRUCTIONS FIRST**

If you have been given an Answer Booklet, follow the instructions on the front cover of the Booklet.

Write your name and class on all the work you hand in.

Write in dark blue or black pen on both sides of the paper.

You may use a soft pencil for any diagrams or graphs.

Do not use staples, paper clips, highlighters, glue or correction fluid.

Answer all the questions.

Give non-exact numerical answers correct to 3 significant figures, or 1 decimal place in the case of angles in degrees, unless a different level of accuracy is specified in the question.

The use of a calculator is expected, where appropriate.

Results obtained solely from a graphic calculator, without supporting working or reasoning, will not receive

You are reminded of the need for clear presentation in your answers.

At the end of the examination, fasten all your work securely together.

The number of marks is given in brackets [] at the end of each question or part question.

The total marks for this paper is **50**.

This document consists of 3 printed pages.

© Taylor's College Subang Jaya 2012

[Turn over

**1** The roots of the equation  $x^4 - ax^3 + bx^2 - abx + 5 = 0$  are  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  and  $\delta$ . Show that

$$(\alpha + \beta + \gamma)(\alpha + \beta + \delta)(\alpha + \gamma + \delta)(\beta + \gamma + \delta) = 5.$$
 [4]

- **2** Prove, by induction, that  $5n + 5 \le n^2$  for all integers  $n \ge 6$ . [5]
- 3 Find, in terms of n, the series

$$\sum_{r=1}^{n} \frac{8r^2}{(2r-1)(2r+1)}.$$
 [6]

4 Solve the system of linear equations

$$x + y + \lambda z = 0,$$
  

$$x + \lambda y + z = 0,$$
  

$$\lambda x + y + z = 0,$$

completely for x, y and z where  $\lambda$  is a constant.

[6]

[3]

- 5 A plane  $\pi_1$  contains the points (0, 1, 1), (1, 0, 0) and (1, 2, 3).
  - (i) Find the Cartesian equation of  $\pi_1$ .
  - (ii) Another plane  $\pi_2$  has equation x + y + 2z = 0. Find the angle between  $\pi_1$  and  $\pi_2$ . [3]
  - (iii) Find the perpendicular distance from the origin to  $\pi_1$ . [2]
- **6** The curve *C* has equation

$$y = 3x + \mu + 9 + \frac{3\mu + 12}{x - 3}$$
,

where  $\mu$  is a constant.

- (i) Find the set of values of  $\mu$  for which C has turning points. [5]
- (ii) Draw a sketch of *C* for the case  $\mu = -6$ . [4]

7 Answer only **one** of the following two alternatives.

## **EITHER**

(i) The roots of the equation

$$2x^4 + px^2 + pq = 0,$$

where  $p, q \neq 0$ , are  $\frac{1}{\alpha}$ ,  $\frac{1}{\beta}$ ,  $\frac{1}{\gamma}$  and  $\frac{1}{\delta}$ . Given also that

$$S_n = \alpha^{-n} + \beta^{-n} + \gamma^{-n} + \delta^{-n}.$$

(a) Show that 
$$S_2 = -p$$
. [3]

**(b)** Find 
$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + \delta^2$$
. [3]

(ii) If the equation  $x^3 + 3x^2 - 7x + 1 = 0$  has roots  $\alpha$ ,  $\beta$  and  $\gamma$ , find the equation with roots  $\alpha^2 + \alpha$ ,  $\beta^2 + \beta$  and  $\gamma^2 + \gamma$ .

OR

- (i) Find a vector equation of the line  $l_1$  which passes through points A and B with position vectors  $\mathbf{a}$  and  $\mathbf{b}$  respectively. [1]
- (ii) R is a point on  $l_1$  and a point C has position vector  $\mathbf{c}$ .
  - (a) Find the vectors **CR** in terms of **a**, **b** and **c**. [1]
  - (b) Prove that  $\mathbf{CR} \times \mathbf{AB} = \mathbf{a} \times \mathbf{b} + \mathbf{b} \times \mathbf{c} + \mathbf{c} \times \mathbf{a}$ . [2]
  - (c) Deduce the perpendicular distance of C from  $l_1$ . [2]
- (iii) (a) Show that, the perpendicular distance of point  $T(\alpha, 4\alpha, -\alpha)$  to the line  $l_2$  which passes through points (-1, 4, 7) and (0, 0, 4) is given by

$$\sqrt{\frac{162\alpha^2 + 248\alpha + 136}{13}}.$$
 [3]

**(b)** Deduce the shortest distance between skew lines  $l_2$  and  $l_3$ , where the Cartesian equation of  $l_3$  is given by 4x = y = -4z. [3]

TAYLOR'S COLLEGE

Cambridge A Level Programme

Mark Scheme: FURTHER Mathematics Paper 1

Exam

: Semester 1 Exam (Dec 2012)
: July 2012 (18-month & L-Year programmes)
: Chin Kok Fui and Teh Huey Ching Intake

Examiner

No	Solution	Mark
1.	$x^4 - ax^3 + bx^2 - abx + 5 = 0$	
	Roots: \alpha, \beta, \beta, \tag{8}	
	$\alpha + \beta + \gamma + \delta = \alpha$ — 0	
	$\alpha\beta + \alpha\gamma + \alpha\xi + \beta\gamma + \beta\xi + \gamma\xi = b$	
	XBY + XBS + XYS + BYS = ab	
	×8 78 = 5	
	From O,	
	(x+x+x)(x+x+8)(x+x+8)	
	= (a-8)(a-1)(a-1)(a-1)	
	$= \left[\alpha^2 - (\gamma + \delta)\alpha + \gamma\delta\right] \left[\alpha^2 - (\alpha + \beta)\alpha + \alpha\beta\right]$	
	$= \alpha^{4} - (\gamma + S)\alpha^{3} + \gamma S\alpha^{2} - (\alpha + \beta)\alpha^{3} + (\alpha + \beta)(\gamma + S)\alpha^{2}$	
	- (x+B) Y8 a + xB a2 - (Y+8) xB a + xBY8	
	$= \alpha^4 - (\alpha + \beta + \gamma + 8)\alpha^3 + (\alpha \beta + \alpha \gamma + \alpha \delta + \beta \gamma + \beta \delta + \gamma \delta)\alpha$ $= (\alpha \beta \gamma + \alpha \beta \delta)\alpha^3 + (\alpha \beta + \alpha \gamma + \alpha \delta + \beta \gamma + \beta \delta + \gamma \delta)\alpha$	
	- (XBY + XBS + XYS + BYS) a + XBYS	2
	$= a^4 - a(a^3) + b(a^2) - (ab)a + 5$	
	$= a^4 - a^4 + a^2b - a^2b + 5$	
	= 5 (Shown)	

No	Solution	Mark
10		IVIAIK
٥.	$5n+5 \leq n^2$ , $n \geq 6$	
	When $n=6$ ;	
	z(6) + z = 35 \le 36 = 62	
	·- True for n=6.	
	Assume the statement is true when n=k:	
	2k+2 < k2, k>6	
	When $n = k+1$ : $5(k+1) + 5 \le (k+1)^2$ (what needs to be proved)	
	5(k+1)+8 = 2k+2+5	
		1
	Since k > 6	
	k ≥ 2	1
	2k > 4	
	$k^{2}+5 \leq k^{2}+2k+1$	
	$k^2 + S \leq (k+1)^2$	
	Since $5(k+1)+5 \leq k^2+5$	
	and $k^2+s \leq (k+1)^2$	1
	$S(k+1)+S \leq (k+1)^2$	
	:. True for n=k+1	
	Therefore, $5n+5 \le n^2$ for all integers $n \ge 6$ .	
	[ 김희교 시경 - 전도 작은 시간 ] 도 이 사고를 가는 상에는 다른 이 사람이 되었다. 그는 사람이 되었다.	

aper	rage 3 of	
No	Solution	Mark
3.	$\frac{8r^2}{(2r-1)(2r+1)} = 2 + \frac{2}{(2r-1)(2r+1)}$ $4r^2 - 1 \sqrt{8r^2}$	
	$\frac{2}{(2r-1)(2r+1)} = \frac{A}{2r-1} + \frac{B}{2r+1}$	
	$2 \equiv A(2r+1) + B(2r-1)$	
	$r = \frac{1}{2} : 2 = 2A \Rightarrow A = 1$	
	$r = -\frac{1}{2}:  2 = -2B  \Rightarrow  B = -1$	
	$\frac{8r^2}{(2r-1)(2r+1)} = 2 + \frac{1}{2r-1} - \frac{1}{2r+1}$	
	Let $f(r) = \frac{1}{2r-1}$	
	$f(r+1) = \frac{1}{2r+1}$	
	$\frac{g}{r_{=1}} \frac{8r^2}{(2r-1)(2r+1)} = \frac{n}{r_{=1}} \left[ 2 + f(r) - f(r+1) \right]$	
	$= \sum_{r=1}^{n} 2 + \sum_{r=1}^{n} [f(r) - f(r+1)]$	
	= 2n + f(1) - f(n+1)	
	$= 2n + 1 - \frac{1}{2n+1}$	

No	Solution	Mark
4.	$x + y + \lambda z = 0$ $x + \lambda y + z = 0$ $\lambda x + y + z = 0$ $-\lambda r_1 + r_3 \rightarrow r_3'$ $(1 - \lambda) y + (1 - \lambda^2) z = 0$	
	$x + \lambda y + \overline{z} = 0  \iff  (\lambda - 1)y + (i - \lambda)\overline{z} = 0$	
	$\lambda x + y + \varepsilon = 0 \int_{-\gamma}^{-\gamma} (1 - \lambda) \lambda + (1 - \lambda^2) \xi = 0$	
	$ \stackrel{r_2+r_3 \to r_3}{\longleftrightarrow}                                   $	
	$(\lambda+2)(\lambda-1)\xi=0$	
	$\frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} \right) \right)}} \right)}}}}}}}}$	
	When $\lambda = 1$ : $x + 4 + 3 = 0$	
	When $\lambda = 1$ : $x + y + z = 0$ 0y + 0z = 0 0z = 0	
	0y +0 ≥ = 0	
	0 ≥ 50 ( O = 50	
	Let y=s, ≥=t, s,teR	
	;	
	다. 마마스 등을 보고 있는 것 같아 들면 사람들이 되었다. 그는 그를 보고 되었다. 그는 그를 보고 있는 것 같아 되었다. 이 마마스 아니라는 것이 그 모든 것은 이 마르를 보고 있는 것이 되었다. 그 그들은 사람들이 되었다. 그를 보고 있는 것이 되었다.	
	When $\lambda = -2$ : $\chi + 4 - 27 = 0$	
	-3y + 3z = 0	
	when $x = -2$ : $x + y - 2z = 0$ -3y + 3z = 0 0z = 0	
	let z=t, t∈R	
	y = t	
	[H # 1] - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1	
	x = 2t - t = t	
	When $\lambda \neq -2$ , 1: $x+y+\lambda z=0$	
	$(\lambda - 1)y + (1 - \lambda)z = 0$	
	$(\lambda+2)(\lambda-1)=0$	
	$\therefore \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \$	
	$\hat{y} = 0$	
	:-The complete solutions are:	
	If $\lambda = 1$ : $\begin{pmatrix} x \\ -s - t \end{pmatrix}$ To $\lambda = 1$ :	
	If $\lambda = 1$ : $\begin{pmatrix} x \\ y \\ \xi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -s - t \\ s \\ t \end{pmatrix}$ If $\lambda = -2$ : $\begin{pmatrix} x \\ y \\ \xi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t \\ t \\ \xi \end{pmatrix}$ If $\lambda \neq -2$ , $\begin{pmatrix} x \\ y \\ \xi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	Ì

No	Solution	Mark
5.	TI, (0,1,1), (1,0,0), (1,2,3)	
(i)	Vector equation of Ti.:	
	$ \overset{r}{\sim} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + S \begin{pmatrix} 1 - 0 \\ 0 - 1 \\ 0 - 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 - 1 \\ 2 - 0 \\ 3 - 0 \end{pmatrix} $	
	$= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + 9 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$	
	$\begin{pmatrix} \chi \\ y \\ \xi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+s \\ -s+2t \\ -s+3t \end{pmatrix}$	
	x = 1+s $y = -s+2t$ $z = -s+3ts = x-1-0$ $y = 1-x+2t$ $z = 1-x+3t$	
	$t = \frac{x+y-1}{2} - 0$ $t = \frac{x+z-1}{3} - 3$	
	<b>a</b> = <b>3</b> :	
	$\frac{x+y-1}{2} = \frac{x+z-1}{3}$	
	3x + 3y -3 = 2x + 2z -2	
	x + 3y - 2z = 1	1
	The cartesian equation of $\pi$ , is $x+3y-2z=1$ .	
	는 사용하는 경우 이 작가 되었다. 이 경우는 사용이 되었다. 그런 이 경우는 경우를 받는 것이 가입니다. - Constitution (1) : 1 : 1 : 1 : 1 : 1 : 1 : 1 : 1 : 1 :	
	- 이 보고 있는 경기를 받는 것이 되었다. 이 사람들은 사람들은 사람들은 사람들은 사람들은 사람들은 사람들은 사람들은	
	는 이 교육 소설과 보는 하고 있다. 그 사람들이 다른 사람들이 되는 것이 되었다. 그는 사람들이 보고 있다. 	

No	Solution	Mark
<b>S</b> (ii) <b>2</b>	$\overline{\Pi}_{1}:  2+3y-2?=1  \Rightarrow  \stackrel{n}{\cap}_{1}=\begin{pmatrix} 1\\3\\-2 \end{pmatrix}$	7.
	$ \Pi_2: \chi + y + 2 = 0 \Rightarrow \Pi_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} $	
	$\frac{n_1 \cdot n_2}{n_1 \cdot n_2} = \left( \frac{n_1}{n_1} \right) \left( \frac{n_2}{n_2} \right) \cos \theta$	
	Let $\theta$ denotes the angle between $\Pi$ , and $\Pi_2$ ,	
	$\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 \\ 2 \end{vmatrix} \cos \theta$	
	$1+3-4 = \sqrt{1^2+3^2+(-2)^2} \sqrt{1^2+1^2+2^2} \cos \theta$	
	$\cos \theta = \frac{0}{\sqrt{14}\sqrt{6}}$	
	$\cos \theta = 0$	
	$\theta = \frac{\Pi}{2}$ or $90^{\circ}$	
(līi)	The equation of plane $\pi$ , is	
	$ \stackrel{\Gamma}{\sim} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} = 1 \qquad \qquad \stackrel{N_1}{\sim} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} $	
	Changing this to the form $r \cdot \hat{n}_i = d$ , where $\hat{n}_i$ is	
	$\widehat{N}_{1} = \frac{N_{1}}{ N_{1} } = \frac{1}{\sqrt{ 1^{2}+3^{2}+(-2)^{2}}} \left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{\sqrt{14}} \left(\frac{3}{3}\right)$	
	$r \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{14}} \\ \frac{3}{\sqrt{14}} \\ -\frac{2}{\sqrt{14}} \end{pmatrix} = 1 \left( \frac{1}{\sqrt{14}} \right)$	
	The v distance from the origin to $\pi$ , is $\frac{1}{\sqrt{14}}$ .	
	시크로 보이 하는 것으로 보는 보다는 것이 되었다. 그는 것으로 보고 있는 것은 사람들이 되는 것을 받는 것이 되었다. 그는 것은 것이 되었다. 그런 것이 되었다. 그런 것이 되었다. 그런 것이 되었다. 	

No	Solution Page 1 01	
110		Mark
6.	C: $y = 3x + u + 9 + \frac{3u + 12}{x - 3}$ , u is constant	
(i)	$\frac{dy}{dx} = 3 - \frac{3M+12}{(x-3)^2}$	
	When $\frac{dy}{dx} = 0$	
	$\frac{3M+12}{(x-3)^2} = 3$	
	$3(x^2-6x+9)=3(u+4)$	
	$\chi^2 - 6\chi + 9 - \mathcal{M} - \psi = 0$	
	$x_3 - ex + 2 - \pi = 0$	
	If C has turning points,	
	B2-4AC ≥0	
	$(-6), -4(1)(z-\pi) > 0$	
	$36 - 20 + 4M \ge 0$	
	4 M ≥ -16	
	U > -4	
(li)	When $u = -6$	
	$y = 3x + 3 - \frac{6}{x - 3}$	
	Asymptotes:	
	As $x \to 3$ , $y \to \pm \infty$	
	As $x \to \pm \infty$ , $y \to 3x + 3$	
	The asymptotes are $x=3$ and $y=3x+3$	
	No turning point since $\mathcal{U} = -6 < -4$ .	
	이 그리고 보는 사이에 보는 그는 이 경기에 가장 보는 사람들은 회사를 보는 것이 되었다. 그리고 하는 것 같은 생각이 없다.	

0	Solution	Mark
(îi)	Intersection points:	
,	When $x=0$ , $y=3-\frac{6}{(-3)}=5$	
	When $y = 0$ , $3x + 3 = \frac{6}{x - 3}$	
	(3x+3)(x-3)=6	
	$3x^2 - 6x - 9 - 6 = 0$	
	$\chi^2 - 2\chi - 2 = 0$	
	$(x-1)^2-1-z=0$	
	$(x-1)^2 = 6$	
	∝ = ( = ± 17	
	$\propto = 7 \pm 12$	
	The intersection points are $(1-56,0)$ , $(1+56,0)$ and $(0,5)$	
	y = 3 $y = 3$	
	J 32 x 3	
	Asymptotes — 2	
	Intersection  Points $y = 3x + 3 - \frac{6}{3}$	
	Correct shape - 1	
	Deduct I mark Overall for	
	at infinity.	
	1-56/10 31 1+56	
	· Intersection points	

aper		<u></u>
No	Solution	Mark
7	EITHER	
(i)	$2x^4 + px^2 + pq = 0$	
	Roots: \display, \frac{1}{\pi}, \frac{1}{\pi}, \frac{1}{8}	
	$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma} + \frac{1}{\delta} = 0$	
	$\frac{1}{\alpha\beta} + \frac{1}{\alpha\gamma} + \frac{1}{\alpha\varsigma} + \frac{1}{\alpha\varsigma} + \frac{1}{\beta\varsigma} + \frac{1}{\gamma\varsigma} = \frac{P}{2}$	
	$\frac{1}{\alpha\beta\gamma} + \frac{1}{\alpha\beta\delta} + \frac{1}{\alpha\gamma\delta} + \frac{1}{\beta\gamma\delta} = 0$	
	$\frac{1}{\times \beta \Upsilon 8} = \frac{Pq}{2}$	
	Given $S_n = \frac{1}{\alpha^n} + \frac{1}{\beta^n} + \frac{1}{\delta^n}$	
	$S_o = \frac{1}{\infty} + \frac{1}{\beta o} + \frac{1}{\beta o} + \frac{1}{\delta o} = 4$	
	2, = 0	
ay	$S_2 = \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma} + \frac{1}{\delta}\right)^2 - 2\left(\frac{1}{\alpha\beta} + \frac{1}{\alpha\gamma} + \frac{1}{\alpha\delta} + \frac{1}{\beta\gamma} + \frac{1}{\beta\delta} + \frac{1}{\gamma\delta}\right)$	
	$= 0^2 - 2\left(\frac{p}{2}\right)$	U
	= -p (shown)	t
b)	To find $S_2 = \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + \delta^2$ ,	
	2 Sutr + p Sztr + pq Sr = 0	
	let r=-2: 2S2+pS0+pqS-2=0	
#174 4. W	$2(-p) + p(4) + pq S_{-2} = 0$	
	$S_{-2} = -\frac{2P}{PQ} = -\frac{2}{Q}$	
	$(- x^2 + \beta^2 + \gamma^2 + \beta^2) = -\frac{2}{9}$	
	<u> </u>	

	: Mark Scheme for July 2012 Intake Semester I Exam	
No	Solution	Mark
7(ii)	$x^3 + 3x^2 - 7x + 1 = 0$	
	Poots: x, s, r	
	New roots: x2+x, B2+B, Y2+Y	
	let u= a2+ a	
	$(\alpha + \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4} = u$	
	$(\alpha + \frac{1}{2})^2 = \alpha + \frac{1}{4}$	
	$\alpha + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{u + \frac{1}{4}}$	
	$\alpha = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{u + \frac{1}{q}}$	
	Since a is one of the roots	
	$\alpha^3 + 3\alpha^2 - 7\alpha + 1 = 0$	
		1.00
	$+3\left[\frac{1}{4}-\left(\pm\sqrt{u+\frac{1}{4}}\right)+u+\frac{1}{4}\right]+\frac{7}{2}-7\left(\pm\sqrt{u+\frac{1}{4}}\right)+1=0$	1,1,
	$-\frac{1}{8} + \frac{3}{3} \left( + \sqrt{\frac{1}{2}} \right) + 1 = 0$	
	$-\frac{1}{8} + \frac{3}{4} \left( \pm \sqrt{u + \frac{1}{4}} \right) - \frac{3}{2} u - \frac{3}{8} + \left( u + \frac{1}{4} \right) \left( \pm \sqrt{u + \frac{1}{4}} \right) + \frac{3}{4} - 3 \left( \pm \sqrt{u + \frac{1}{4}} \right) + 3 u + \frac{3}{4} - 3 \left( \pm \sqrt{u + \frac{1}{4}} \right) + 3 u + \frac{3}{4} - \frac{3}{4} \left( \pm \sqrt{u + \frac{1}{4}} \right) + \frac{3}{4} u + \frac{3}{4} - \frac{3}{4} \left( \pm \sqrt{u + \frac{1}{4}} \right) + \frac{3}{4} u + \frac{3}{4} - \frac{3}{4} \left( \pm \sqrt{u + \frac{1}{4}} \right) + \frac{3}{4} u + \frac{3}{4} - \frac{3}{4} \left( \pm \sqrt{u + \frac{1}{4}} \right) + \frac{3}{4} u + \frac{3}{4} - \frac{3}{4} \left( \pm \sqrt{u + \frac{1}{4}} \right) + \frac{3}{4} u + \frac{3}{4} - \frac{3}{4} \left( \pm \sqrt{u + \frac{1}{4}} \right) + \frac{3}{4} u + \frac{3}{4} - \frac{3}{4} \left( \pm \sqrt{u + \frac{1}{4}} \right) + \frac{3}{4} u + $	
	$+ \frac{3}{4} - 3(\pm \sqrt{u + \frac{1}{4}}) + 3u + \frac{3}{4} + \frac{7}{4} - 7(\pm \sqrt{u + \frac{1}{4}}) + 1 = 0$ $\frac{11}{2} + \frac{3}{4}u + (\pm \sqrt{u + \frac{1}{4}}) + 1 = 0$	
	$\frac{11}{2} + \frac{3}{2}u + (\pm \sqrt{u + \frac{1}{4}}) (\frac{3}{4} + u + \frac{1}{4} - 3 - 7) = 0$	
	$(u-q)(\pm \sqrt{u+\pm}) = -\frac{11}{2} - \frac{3}{2}u$	
	$(u-q)^{2}\left(\pm \sqrt{u+\frac{1}{4}}\right)^{2} = \pm (3u+11)^{2}$	
	$(u^2-18u+81)(u+\frac{1}{4}) = \frac{1}{4}(3u+11)^2$	
	サノー 女 (9u-+66u+121)	

No	Solution	Mark
7(ii)	$\frac{1}{2}(u^2 + 2u + 21)(u^2 + 2u)$	
	$\frac{1}{4}(u^2-18u+81)(4u+1)=\frac{1}{4}(9u^2+66u+121)$	
	$4u^3 - 72u^2 + 324u + u^2 - 18u + 81 = 9u^2 + 66u + 121$	
	$4u^3 - 80u^2 + 240u - 40 = 0$	
	[하는 이 화장 전에 하는 사람들은 하는 사람들이 하는 사람들이 되는 사람들이 되었다. 그 사람들이 되었다. 그 사람들은 생각하다 하는 사람들이 되었다.	
	$U^3 - 20U^2 + 60U - 10 = 0$	
	경기 사용하는 경기 시간 경기 전 경기 시간	
	The equation which I am +	
	The equation which has roots \$2+\$, \$2+\$,	
	$\gamma^2 + \gamma$ is $u^3 - 20u^2 + 60u - 10 = 0$ .	
	-0u +60U -10 = 0	
	경영 경영 등 경영 등 보고 있는 것이 되었다. 그는 사람들은 경영 등 사람들은 사람들은 사람들은 사람들은 사람들은 사람들은 사람들은 사람들은	
	[마이 1972년 - 기계에 가는 1972년 - 197 - 1972년 - 1972	
	용하다 경기 위한 시간	
	도에 가장 생물이 있는 것이 이 가는 것이 되었다. 그런 사람들이 있는 것을 가장 생물이 되었다. 그런 것이 되었다. 그런 것이 되었다. 그런 것이 되었다. 그런 것이 없는 것이 없는 것이 없는 것 사람들이 되었다. 한 것이 있는 것이 있는 것이 되었다. 그런 것이 되었다. 그런 것이 되었다. 그런 것이 없는 것이 없는 것이 없는 것이 없는 것이 없는 것이 되었다. 그런 것이 없는 것이 없는	
	(1985년) 1일 시간 시간 시간 전 1일 시간	
	사용하는 것은 것이 되는 것이 없는 것이 되었다. 것이 없는 것이 되었다는 것이 되었다는 것이 되었다. 실험하는 것이 없는 것이 되었다는 것이 되었다는 것이 되었다는 것이 되었다는 것이 되었다. 그런 것이 되었다는 것이 되었다는 것이 되었다는 것이 없는 것이 없다.	
	[하기 등 기계 기계 기계 등 기계 등 기계 등 기계 등 기계 등 기계 기계 기계 기계 기계 기계 등 기계	
	마다는 하다는 사람들은 사람들이 되었다. 그는 사람들은 사람들이 되었다. 그는 사람들이 가장 하는 것은 사람들이 살아 있다. 그런 사람들이 가장 하는 것을 하는 것을 하는 것을 하는 것을 하는 것 - 사람들은 사람들이 가장 사람들이 있는 사람들이 있는 사람들이 되었다. 그는 사람들이 사람들이 가장 사람들이 가장 하는 것을 하는 것	
	] 등 위한 경험 등 보고 있는 것이다. 그는 이 마이트 그렇게 그 말이 그 생각이 되었다. 생각이 되었다. 생각이 얼룩되었다. 이 그리고 이 바다 생각하였다. - 발생하였다. 그 그 그 그 그 그 말이 살이 있는 그 그들은 그 그 그는 그 그는 그 그들은 그들은 사용하는 것이라는 것을 보고 했다. 것이 그 그 그를 보고 있다.	
	[2] 사용하다는 하다는 것이다. 2017년 1일	
	[발표 경기 경기 경기 기업 기업 전기 경기 기업	
	- 경영 마음 사용하는 이 보는 아이는 사용에 하는 보다 보는 사용하는 것이 되었다. 등 사용이 되었다. 그런 사용하는 경영 마음이 되었다. 이 전환 경영 기업 기업 기업 기업 기업 기업 기업 기업 - 기업	
	를 보고 있다면 보고 있다는 사람들이 보고 하는 것이라고 하는 것이라고 하는 것이 되었다. 그런	
	이 보인다는 경기에 되었다. 그는 그 보다는 이 그리는 이 보이는 이 사람이 되었다. 그는 이 이렇게 되고 있었다. 이 그를 보고 있다. 그를 보는 것이 없었다. 그 보안된 사람들은 이 사람들이 보는 이 사람들이 되었다. 그는 그는 그를 보는 것이 되었다. 그는 그를 보고 있다. 그를 보고 있다. 그를 보고 있다.	
	[하기를 향하는 것이 하는 그 때에 하는 그리다] 마른 이렇게 하는 그렇게 하시고 하다. 바로 40 이 하는 당시에 들었다. 하는 사람이 되었다. [18 대한 (19 대) 전 19 전 전 19 대한 기본 기본 이 교육 이 교육 기본 (19 대)	
	] 마음이 들었다. 그리고 있는 사람들은 마음을 하면 하는데 그 사람들이 되었다. 그는 그는 사람들은 경찰에 가는 그를 가게 되었다. 그를 가는데 하는데 하는데 하는데 하는데 하는데 하는데 그를 다 하는데 하는데 그를 다 되었다. 그는데 그를 다 되었다. 그는데 그를 다 되었다. 그를 다 되었다	
	를 가는 보이라는 이 것도 되는 것이 되었다. 그는 것이 되었다. 그런데 그런데 보고 있는 것이 되었다. 그런데	
	도 많이 많은 것이 되었다. 그런 이 이 전에 가는 사람들이 되었다. 그런 사람들은 사람들이 되었다. 그런 사람들은 사람들이 되었다. 그런 사람들은 사람들이 되었다. 	
	- [발문 발표하다] 그는 이 그는 이 그는 그는 그는 그리고 있다는 그 그리고 하는 이 그를 보는 것이 되었습니다. (한국 회에는 프로그램 보고 있다는 것이 되었습니다.) - [발표 회사 이 18] - [대한 기본	
	] - 하고 보고 있는 것이다. 하는 것은 사람들은 그는 그들은 하는 것이다. 그는 것이다. - 하는 것이다. 그는 것이다.	
	[하기 경기 기업	
	[8] - 프로그램 - 18 - 19 - 19 - 19 - 19 - 19 - 19 - 19	
	- "레이크 등 보고 있는 그는 그리고 한다"는 15일 등에 가지 않는 15일 시간을 보고 가능한 경기를 통해 하지만 모습니다. 	
	도함에 사용되었다. 이 전문에 가장 마시 시간에 가장 보고 있다. 사람들은 사람들은 사람들은 사람들은 사람들은 사람들은 사람들은 사람들은	
	[H	
	. 이 보통 등 보통 이 보통 등	
	#K	

	: Mark Scheme for July 2012 Intake Semester 1 Exam  Page 12 of	
No	Solution	Mark
7	OR	
(i)	$\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{A} \qquad \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{b}$	
	$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$	
	= b - a	
	$L_1: \Upsilon = \overrightarrow{OA} + S \overrightarrow{AB}$	
	= a + s (b -a)	ζ,
	$= (1-s) \alpha + s b$	J
(ii)	R is on $l$ , and $\overrightarrow{oc} = c$	
(a)	$\overrightarrow{CR} = \overrightarrow{OR} - \overrightarrow{OC}$	
	r/\_c = r - c	
	= (1-s)a +sb - c	
(b)	$\vec{CR} \times \vec{AB} = [(1-s)a + sb - c] \times (b-a)$	
	$= (1 - 3) \cdot (3 - 4)$	
	$= (1-s)(\alpha \times \beta) + s(\beta \times \beta) - (c \times \beta)$	
	$(1-s)(a\times a)-s(b\times a)+(e\times a)$	1: use
	$= (1-s)(\alpha \times b) + s(\alpha \times b) + (b \times c) + (c \times a)$ $= (\alpha \times b) - s(\alpha \times b) + (b \times c) + (c \times a)$	
	$= (a \times b) - s(a \times b) + s(a \times b) + (b \times c) + (c \times a)$ $= a \times b + b \times c$	1: 18
	$= a \times b + b \times c + c \times a  (Proven)$	or (°
(c)	The shortest distance	
	The shortest distance of the point C from line 1.	
	CRITABISIN 90°	
	$ \vec{CR} = \frac{ \vec{CR} \times \vec{AB} }{ \vec{AB} } = \frac{ a \times b + b \times c + c \times a }{ b - a } $	
	1/8 l	

No	Solution Solution	Mark
7(iii)	$A(-1,4,7) R B(0,0,4)$ Let $a = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$ , $b = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	
a)	$A(-1,4,7) R B(0,0,4)$ Let $a = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix}$ , $b = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$	
	T( $\alpha$ , $4\alpha$ , $-\alpha$ ) $ \overset{C}{=} \begin{pmatrix} \alpha \\ 4\alpha \\ -\alpha \end{pmatrix} \qquad ,  b - \alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ -3 \end{pmatrix} $ TR is similar with	
	$\vec{CR}$ in part ( $\vec{U}$ ) ( $\vec{C}$ ). $ \vec{TR}  =  \vec{CR} $	
	Hence the perpendicular = (a x b + b x c + c x a)	
	$\frac{b-a}{a}$	
	$2 \times b =  \lambda \times k $	
	$2 \times b = \begin{vmatrix} \dot{\lambda} & \dot{\lambda} & \dot{k} \\ -1 & 4 & 7 \\ 0 & 0 & 4 \end{vmatrix}$	
	= 16 \(\bar{c}\) + 4\(\bar{J}\)	
	$= \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} \iota_{\ell} \\ \iota_{\ell} \\ 0 \end{pmatrix}$	
	$b \times c + c \times a = (b - a) \times c$	
	$=\begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ -3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \alpha \\ 4\alpha \\ -\alpha \end{pmatrix}$	
	$\begin{pmatrix} -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\alpha \end{pmatrix}$	
-	= 1 & <u>1</u> & <u>1</u>	
	$= \begin{bmatrix} \dot{i} & \dot{j} & \dot{k} \\ \dot{i} & -4 & -3 \\ & & 44 & -4 \end{bmatrix}$	
	$= 4\alpha i - 3\alpha j + 4\alpha k$	
	+ 4 x k + x 2 + 12 x	<u>è</u>
	$=\begin{pmatrix} 16 \times \\ -2 \times \\ \end{pmatrix}$	
	\ \&\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \	
	10xb+bxc+cxa1	
	$= \sqrt{(16 \times + 16)^2 + (4 - 2 \times)^2 + (8 \times)^2}$	
	$= \sqrt{256 x^2 + 512 x + 256 + 16 - 16 x + 4 x^2 + 64 x^2}$	
	$= \sqrt{2(162 \times^2 + 248 \times +136)}$	

No	Solution Tage or	Mark
	$ \overrightarrow{TR}  = \frac{1}{\sqrt{(162\alpha^2 + 248\alpha + 136)}}$ $= \sqrt{\frac{(62\alpha^2 + 248\alpha + 136)}{(13)}}$	1
(b)	$ \begin{array}{c} x = \frac{2}{4} = \frac{2}{(-1)} \\ x = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix} \\ Since T(\alpha, 4\alpha, -\alpha) \text{ is } 0 = 1 \end{array} $	
	12 and 13 is $ \overrightarrow{TR} ^2 = 162 \alpha^2 + 248 \alpha + 136$ $ \overrightarrow{R} ^2 = 324 \alpha + 248$	
	1 TRI is minimum when $\frac{d TR ^2}{d\alpha} = 0$ When $\frac{d TR ^2}{d\alpha} = 0$ , $324 \propto + 248 = 0$ $\alpha = -62$	
	$\alpha = -\frac{62}{81}$ $ \overrightarrow{TR}  = \sqrt{\frac{256}{81}} = \frac{16}{9}$	