

OLIMPIAD MATEMATIK KEBANGSAAN (OMK) 2011

PERSATUAN SAINS MATEMATIK MALAYSIA (PERSAMA)

KATEGORI SULONG

Jun 2011

Masa : 2 ½ Jam

ARAHAN KEPADA CALON

1. Lengkapkan maklumat diri dengan menuliskan nama, sekolah dan nombor kad pengenalan anda serta nama pusat pertandingan di muka hadapan kertas ini.
2. Isi dan tandatangan slip kedatangan pertandingan kemudian letakkan di penjuru kanan meja anda bersama kad pengenalan untuk disemak.
3. Kertas ini mengandungi **DUA (2)** bahagian.
4. Jawab **SEMUA** soalan dalam **BAHAGIAN A**.
5. Jawan **SEMUA** soalan dalam **BAHAGIAN B**.
6. Pastikan semua jawapan soalan-soalan dijawab di dalam kotak jawapan (**BAHAGIAN A**) dan di ruang kosong (**BAHAGIAN B**) yang disediakan.
7. Buku sifir dan mesin hitung **TIDAK BOLEH** digunakan.

Nama : _____

No. Kad Pengenalan : _____

Tingkatan : _____

Nama Sekolah : _____

Alamat Sekolah : _____

Pusat Pertandingan : _____

BAHAGIAN A						BAHAGIAN B			JUMLAH MARKAH
1	2	3	4	5	6	1	2	3	

----- potong di sini -----

SLIP KEDATANGAN PERTANDINGAN OMK 2011

Nama : No. Kad Pengenalan :

Nama Sekolah : Tandatangan :

Alamat Sekolah:

ARAHAN: Tuliskan jawapan anda dalam kotak yang disediakan.

BAHAGIAN A: Jawab semua soalan.
(12 Markah)

SOALAN 1

BM Kita terapkan suatu segiempat sama ke dalam suatu bulatan. Kemudian terapkan suatu bulatan ke dalam segiempat sama yang terkedalam, dan seterusnya terapkan suatu segiempat sama ke dalam bulatan yang terkedalam, dan begitulah seterusnya. Berapakah bilangan segiempat sama yang mesti diterapkan sebelum jejari bagi bulatan seterusnya lebih kecil daripada $\frac{1}{3}$ jejari bulatan asal?

(Catatan: Suatu segiempat sama diterapkan ke dalam suatu bulatan jika semua bucuanya berada pada bulatan. Suatu bulatan diterapkan dalam suatu segiempat sama jika bulatan menyentuh semua sisinya.)

BI *We inscribe a square inside a circle. We then inscribe a circle inside the innermost square, and then inscribe a square inside the innermost circle, and so on. How many squares do we have to place before the radius of the next circle is smaller than $\frac{1}{3}$ the radius of the original circle?*

(Note: A square is inscribed in a circle if all its vertices lie on the circle. A circle is inscribed in a square if it touches all sides of the square.)

Jawapan:	
-----------------	--

SOALAN 2

BM Nombor-nombor $\log_{10}(p^3q^7)$, $\log_{10}(p^5q^{12})$, dan $\log_{10}(p^8q^{15})$ merupakan tiga sebutan pertama suatu jangjang aritmetik. Sebutan ke-12 jangjang ini ialah $\log_{10} q^n$. Cari nilai n .

BI *The numbers $\log_{10}(p^3q^7)$, $\log_{10}(p^5q^{12})$, and $\log_{10}(p^8q^{15})$ are the first three terms of an arithmetic progression. The 12th term of the progression is $\log_{10} q^n$. Find the value of n .*

Jawapan:	
-----------------	--

SOALAN 3

BM Berapakah bilangan segitiga dengan sisi integer dan perimeter 30?

(Catatan: Dua segitiga kongruen hendaklah dikira sekali sahaja).

BI *How many triangles are there with integer sides and perimeter 30?*

(Note: Two congruent triangles should be counted only once).

Jawapan:	
-----------------	--

SOALAN 4

BM Diberi suatu bulatan dengan pusat asalan. Andaikan s lengkuk bagi bulatan yang berada keseluruhannya dalam sukuan pertama. Lambangkan titik-titik hujung bagi s dengan D dan E . Rantau yang berada di bawah s , dibatasi oleh s , paksi- x dan garis-garis menegak melalui D dan E mempunyai luas 1957. Rantau yang berada di sebelah kiri s , dibatasi oleh s , paksi- y dan garis-garis mengufuk melalui D dan E mempunyai luas 2011.

Cari luas sektor ODE .

BI *Given a circle with center at the origin. Let s be an arc of the circle lying entirely in the first quadrant. Denote the endpoints of s by D and E . The region lying below s , bounded by s , the x -axis and vertical lines through D and E has area 1957. The region lying to the left of s , bounded by s , the y -axis and horizontal lines through D and E has area 2011.*

Find the area of sector ODE .

Jawapan:	
-----------------	--

SOALAN 5

BM Diberi fungsi $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Diketahui $P(1) = 2$, $P(2) = 4$, $P(3) = 8$, dan $P(4) = 16$. Cari $P(5)$.

BI Given a function $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. It is known that $P(1) = 2$, $P(2) = 4$, $P(3) = 8$, and $P(4) = 16$. Find $P(5)$.

Jawapan:	
-----------------	--

SOALAN 6

BM Suatu integer positif n itu “baik” jika wujud suatu integer k dengan keadaan

$$n = \left\lfloor \frac{2011}{k} \right\rfloor.$$

Apakah integer positif terkecil yang tidak baik?

(Catatan: $\lfloor x \rfloor$ melambangkan bahagian integer x , ditakrifkan sebagai integer terbesar yang kurang atau sama dengan x . Sebagai contoh, $\lfloor 3.1 \rfloor = 3$, $\lfloor 3.6 \rfloor = 3$, $\lfloor 3 \rfloor = 3$.)

BI A positive integer n is called “good” if there exists an integer k such that

$$n = \left\lfloor \frac{2011}{k} \right\rfloor.$$

What is the smallest positive integer that is not good?

(Note: $\lfloor x \rfloor$ denotes the integer part of x , defined as the greatest integer less than or equal to x . For example, $\lfloor 3.1 \rfloor = 3$, $\lfloor 3.6 \rfloor = 3$, $\lfloor 3 \rfloor = 3$.)

Jawapan:	
-----------------	--

ARAHAN: Semua jalan kerja penyelesaian mestilah ditunjukkan dengan jelas di ruang yang disediakan.

BAHAGIAN B: Jawab semua soalan
(18 Markah)

SOALAN 1

BM Diberi suatu poligon sekata 2011 sisi $A_1A_2\dots A_{2011}$ dengan pusat O . Pada setiap segmen OA_k ($k = 1, 2, \dots, 2011$), titik B_k dipilih supaya

$$OB_k = \frac{OA_k}{k}.$$

Katakan A dan B masing-masing mewakili luas poligon $A_1A_2\dots A_{2011}$ dan $B_1B_2\dots B_{2011}$. Cari nilai A/B .

BI *Given a regular 2011-sided polygon $A_1A_2\dots A_{2011}$ with center O . On each segment OA_k ($k = 1, 2, \dots, 2011$), a point B_k is chosen such that*

$$OB_k = \frac{OA_k}{k}.$$

Let A and B denote the areas of polygons $A_1A_2\dots A_{2011}$ and $B_1B_2\dots B_{2011}$, respectively. Find the value of A/B .

SOALAN 2

BM Untuk setiap integer positif n ,

$$A_n = n^4 + 360n^2 + 400.$$

- (a) Tulis A_n sebagai hasil darab dua ungkapan berbentuk $an^2 + bn + c$ dengan keadaan a, b, c adalah integer.
- (b) Apakah hasil tambah semua nilai A_n yang perdana?

BI For each positive integer n ,

$$A_n = n^4 + 360n^2 + 400.$$

- (a) Write A_n as a product of two expressions in the form $an^2 + bn + c$ where a, b, c are integers.
- (b) What is the sum of all values of A_n that are prime?

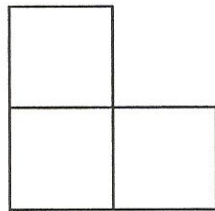
SOALAN 3

BM Sebuah papan catur 7×7 dibahagikan kepada 49 petak. Kita dibekalkan dengan dua jenis jubin: Sesiku dan Ular (seperti dalam rajah). Jubin Sesiku dibina daripada 3 petak dan Ular daripada 4 petak. Jubin Sesiku dan Ular boleh diputar dan dipantulkan. Tugas kita ialah untuk melitupi keseluruhan permukaan papan catur dengan menggunakan jubin Sesiku dan Ular, sehingga jubin tersebut memenuhi papan catur itu tanpa ada pertindanan.

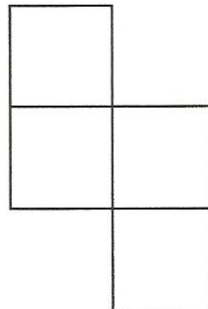
Buktikan bahawa kita mesti gunakan tepat satu Ular.

BI A 7×7 chessboard is divided into 49 unit squares. We are supplied with two types of tiles: Elbow and Snake (as in the figure). The Elbow tile is made up of 3 squares and the Snake tile is made up of 4 squares. The Elbow and Snake tiles can be rotated or reflected. Our task is to cover the chessboard completely using several Elbow and Snake tiles, so that the tiles fit within the board without any overlap.

Prove that, to achieve this task, we must use exactly one Snake.



Sesiku/Elbow



Ular/Snake