OLIMPIAD MATEMATIK KEBANGSAAN (OMK) 2012

PERSATUAN SAINS MATEMATIK MALAYSIA (PERSAMA)

KATEGORI SULONG

Julai 2012 | Masa : 2 ½ Jam

ARAHAN KEPADA CALON

1. Lengkapkan maklumat diri dengan menuliskan nama, sekolah dan nombor kad pengenalan anda serta nama pusat pertandingan di muka hadapan kertas ini.
2. Isi dan tandatangan slip kedatangan pertandingan kemudian letakkan di penjuru kanan meja anda bersama kad pengenalan untuk disemak.
3. Kertas ini mengandungi **DUA (2)** bahagian.
4. Jawab **SEMUA** soalan dalam **BAHAGIAN A**.
5. Jawab **SEMUA** soalan dalam **BAHAGIAN B**.
6. Pastikan semua jawapan soalan-soalan dijawab di dalam kotak jawapan (**BAHAGIAN A**) dan di ruang kosong (**BAHAGIAN B**) yang disediakan.
7. Buku sifir dan mesin hitung **TIDAK BOLEH** digunakan.

Nama : ______________________________

No. Kad Pengenalan : ______________________________

Tingkatan : ______________________________

Nama Sekolah : ______________________________

Alamat Sekolah : ______________________________

Pusat Pertandingan : ______________________________

BAHAGIAN A						BAHAGIAN B			JUMLAH MARKAH
1	2	3	4	5	6	1	2	3	

--- potong di sini ---

SLIP KEDATANGAN PERTANDINGAN OMK 2012

Nama : .... No. Kad Pengenalan : ....

Nama Sekolah : .... Tandatangan : ....

Alamat Sekolah: ....

ARAHAN: Tuliskan jawapan anda dalam kotak yang disediakan.

BAHAGIAN A: Jawab semua soalan.
(12 Markah)

SOALAN 1

BM Cari luas suatu sisiempat cembung yang mempunyai pepenjuru berserenjang dengan panjang 15 dan 18.

Nota: Suatu sisiempat adalah cembung jika semua sudut dalamnya adalah kurang daripada 180°.

BI *Find the area of a convex quadrilateral which has perpendicular diagonals of lengths* 15 *and* 18.

Note: A quadrilateral is convex if all the internal angles are less than 180°.

Jawapan:	

SOALAN 2

BM Suatu jujukan $a_0, a_1, a_2, \ldots$ ditakrifkan sebagai $a_0 = 2012$ dan $a_{k+1} = a_k^2 + 1$ bagi semua $k \geq 0$. Cari digit terakhir bagi a_{2012}.

BI *A sequence* $a_0, a_1, a_2, \ldots$ *is defined by* $a_0 = 2012$ *and* $a_{k+1} = a_k^2 + 1$ *for all* $k \geq 0$. *Find the last digit of* a_{2012}.

Jawapan:	

SOALAN 3

BM Diberi tiga integer positif berbeza a, b, c sedemikian hingga $a!\ b!\ c! = 10!$. Cari $a+b+c$.

BI *Given three distinct positive integers a, b, c such that* $a!\ b!\ c! = 10!$. *Find* $a+b+c$.

Jawapan:	

SOALAN 4

BM Suatu segitiga bersudut cakah mempunyai panjang sisi d, 30, 40, dengan d integer. Berapakah bilangan nilai yang mungkin bagi d?

BI *An obtuse triangle has side lengths* d, 30, 40, *where* d *is an integer. How many possible values of* d *are there?*

Jawapan:	

SOALAN 5

BM Hasil darab dua integer positif empat digit ialah $4^8 + 6^8 + 9^8$. Apakah integer yang lebih kecil itu?

BI *The product of two four-digit positive integers is* $4^8 + 6^8 + 9^8$. *What is the smaller integer?*

Jawapan:	

SOALAN 6

BM Suatu integer positif yang berakhir dengan 8888 mempunyai 16 faktor positif ganjil. Berapakah bilangan faktor positif yang genap bagi nombor ini?

BI *A positive integer ending with* 8888 *has* 16 *odd positive factors. How many even positive factors does this number have?*

Jawapan:	

ARAHAN: Semua jalan kerja penyelesaian mestilah ditunjukkan dengan jelas di ruang yang disediakan.

BAHAGIAN B: Jawab semua soalan.
(18 Markah)

SOALAN 1

BM Diberi suatu segitiga ABC dan suatu titik M pada sisi BC. Katakan Γ_1 dan Γ_2 masing-masing bulatan lilit bagi segitiga ABM dan ACM. Pembahagi dua sama serenjang bagi BC bersilang dengan AM pada titik P. Garis BP bersilang dengan Γ_1 pada titik D (berlainan daripada B), dan garis CP bersilang dengan Γ_2 pada titik E (berlainan daripada C). Buktikan bahawa ED adalah selari dengan BC.

Nota: Bulatan lilit bagi segitiga XYZ ialah bulatan unik yang melalui titik X, Y dan Z.

BI *Given a triangle ABC and a point M on the side BC. Let Γ_1 and Γ_2 be the circumcircles of triangles ABM and ACM respectively. The perpendicular bisector of BC intersects AM at P. Line BP intersects Γ_1 at D (different from B), and line CP intersects Γ_2 at E (different from C). Prove that ED is parallel to BC.*

Note: The circumcircle of a triangle XYZ is the unique circle that passes through X, Y and Z.

SOALAN 2

BM Katakan

$$T_n = 1 + \frac{1}{n} - \frac{1}{n^2} - \frac{1}{n^3}.$$

Cari integer terkecil k sedemikian hingga

$$T_2 T_3 T_4 \cdots T_k > 2012.$$

BI *Let*

$$T_n = 1 + \frac{1}{n} - \frac{1}{n^2} - \frac{1}{n^3}.$$

Find the smallest integer k such that

$$T_2 T_3 T_4 \cdots T_k > 2012.$$

SOALAN 3

BM Terdapat 15 buah kekunci di atas suatu papan nada, yang tersusun sepanjang satu baris. Dua kekunci dikatakan berjarak *separuh ton* jika keduanya terletak bersebelahan, dan berjarak *satu ton* jika keduanya terpisah oleh satu kekunci. Suatu *tangga nada* ialah suatu jujukan kekunci dari kiri ke kanan supaya kekunci pertama dalam jujukan itu adalah kekunci paling kiri, dan mana-mana dua kekunci yang berturutan dalam jujukan itu berjarak sama ada *satu ton* atau *separuh ton*. Cari bilangan *tangga nada* dengan 8 kekunci.

BI *There are* 15 *keys on a keyboard, arranged in a straight line. Two keys are one semitone apart if they are adjacent, and are one tone apart if they are separated by one key. A general scale is a sequence of keys from left to right such that the first key in the sequence is the leftmost key, and two consecutive keys in the sequence are either one tone or one semitone apart. Find the number of general scales with* 8 *keys.*