

Вероятность спрыгнуть с крюка у выжившего 4%. Но почему у меня в игре сурвы так часто прыгают?! Ответить на этот вопрос поможет Великая и Могучая Математика, а именно раздел **Теория Вероятностей**. Приготовьтесь, будем считать!

Для начала поставим задачу.

**Задача:** Выживший висит на крюке, у него есть три попытки с вероятностью 4% самостоятельно спрыгнуть, иначе он перейдёт на вторую стадию. С какой вероятностью он спрыгнет с крюка?

**Решение:** спрыгнуть можно один раз, а вероятность провала 96%. Получаются следующие варианты развития **событий** (П — провальная попытка, У — успешная попытка):

ППП, ППУ, ПУ, У.

Всего 4 варианта событий, не так уж и много.

Немного подумаем. Вероятность спрыгнуть с крюка не зависит от исходов остальных попыток (за провал нам не начисляют дополнительные проценты вероятности). Значит данные **попытки** (испытания) являются **независимыми**.

Варианты развития событий являются **несовместимыми**, так как никакие из них не могут появиться одновременно в результате однократного проведения эксперимента (мы не можем сначала спрыгнуть, а потом 3 раза испытать удачу на крюке в рамках одного матча).

Итак, данное множество несовместных событий образуют **полную группу событий**, если в результате отдельно взятого испытания обязательно появится одно из этих событий.

Сумма вероятностей всех событий в группе **всегда равна 1** или 100% (другого быть у нас не может по условию задачи).

Хорошо, теперь нужно посчитать вероятность появления каждого из этих событий. Для этого нам поможет **Теорема умножения вероятностей независимых событий**: вероятность совместного появления независимых событий  $A$  и  $B$  равна произведению вероятностей этих событий:  $P(AB) = P(A) * P(B)$ .

Вот и считаем: вероятность, что все три попытки провальные (ППП):

$P(ППП) = 0,96 * 0,96 * 0,96 = 0,884736$  или **88,47%**

Два раза провал, но на третий раз повезло:

$P(ППУ) = 0,96 * 0,96 * 0,04 = 0,036864$  или **3,68%**

Спрыгнули со второй попытки:

$P(ПУ) = 0,96 * 0,04 = 0,0384$  или **3,84%**

О чудо, повезло с первого раза!

$P(У) = 0,04$  или **4%**

Итак, проверим наши вычисления.  $0,884736 + 0,036864 + 0,0384 + 0,04 = 1$ . Ура, всё верно посчитали! Меня интересуют только успешные события (я ведь хочу спрыгнуть с крюка и надрать задницу ману?):  $0,04 + 0,0384 + 0,036864 = 0,115264$ . (Можно было проще сделать — сразу вычесть вероятность провального события:  $1 - 0,884736 = 0,115264$ , но вдруг вы бы мне не поверили?!) Получается **11,5%**. Уже не те жалкие 4% что были вначале, но всё равно не так много. Стоит ли рисковать, вдруг заруинишь катку?

Но в игре одновременно находятся 4 игрока, вдруг они тоже попытаются прыгнуть (вариант того что они ливнут или ман не сможет их повесить исключая)? Так что насчёт остальных?

**Задача:** Какая вероятность того, что из 4 сурвов прыгнет хотя бы 1? 2? 3? 4?

**Решение:** Вероятность прыгнуть конкретно одного сурва мы уже знаем: 11,5%. Значит нам надо подумать, какие есть варианты развития событий. Для простоты буду записывать так:  $A_1$  – вероятность прыгнуть первому сурву,  $A_1$  — вероятность перейти на вторую стадию.  $A_2$  — второй сурв и так далее.

Значит **полная группа событий** будет такая:  $\overline{A_1}\overline{A_2}\overline{A_3}\overline{A_4}$ ,  $A_1\overline{A_2}\overline{A_3}\overline{A_4}$ ,  $\overline{A_1}A_2\overline{A_3}\overline{A_4}$ ... не, что-то уже много выходит. Надо как-то считать по-другому. Нужно быстро подсчитать количество различных комбинаций.

Для этого нам поможет **комбинаторика** — это самостоятельный раздел высшей математики (не часть теории вероятности). Однако нам будет достаточно небольшой доли теоретических знаний. А именно формула количества сочетаний:  $C_n^m = \frac{n!}{(n-m)!*m!}$  (Сколькими способами можно выбрать  $m$  объектов из  $n$ ?). Формируем группу событий: в игре может никто не прыгнуть, может только 1, 2, 3 или 4 выживших. Вычисляем количество возможных событий:

$$\text{Никто не прыгнул: } C_4^0 = \frac{4!}{(4-0)!*0!} = 1 \text{ событие}$$

$$\text{Спрыгнул один: } C_4^1 = \frac{4!}{(4-1)!*1!} = 4 \text{ события}$$

$$\text{Спрыгнуло двое: } C_4^2 = \frac{4!}{(4-2)!*2!} = 6 \text{ событий}$$

$$\text{Спрыгнуло трое: } C_4^3 = \frac{4!}{(4-3)!*3!} = 4 \text{ события}$$

$$\text{Спрыгнуло четверо: } C_4^4 = \frac{4!}{(4-4)!*4!} = 1 \text{ событие}$$

Всего **16 событий**.

Как и в первый раз: **попытки** (испытания) являются **независимыми**, **события** являются **несовместимыми**, данное **множество несовместных событий** образуют **полную группу событий**.

Вероятность считаем также по **теореме умножения вероятностей независимых событий**:

Никто не прыгнул:  $P(0) = 0,884736^4 * 1 \approx 0,6137$  или **61,37%**

Один прыгнул:  $P(1) = 0,884736^3 * 0,115264 * 4 \approx 0,319$  или **31,9%**

Двое прыгнуло:  $P(2) = 0,884736^2 * 0,115264^2 * 6 \approx 0,062$  или **6,2%**

Трое прыгнуло:  $P(3) = 0,884736 * 0,115264^3 * 4 \approx 0,0054$  или **0,54%**

Четверо прыгнуло:  $P(4) = 0,115264^4 * 1 \approx 0,00017$  или **0,017%**

И также сумма вероятностей всех событий в группе равна 1.

Вероятность того, что **спрыгнет хотя бы один выживший** (может или 1 прыгнуть за игру, или 2, или 3, или все 4) равна:  $P(1+2+3+4) = \mathbf{0,386}$  или почти **39%**. Уже не так мало. Однако это в том случае, если все повешенные на крюк сурвы будут испытывать удачу. Вот так вот.

## !ДЛЯ ТЕХ КТО ПРОЧИТАЛ ПО ДИАГОНАЛИ!

### Выводы:

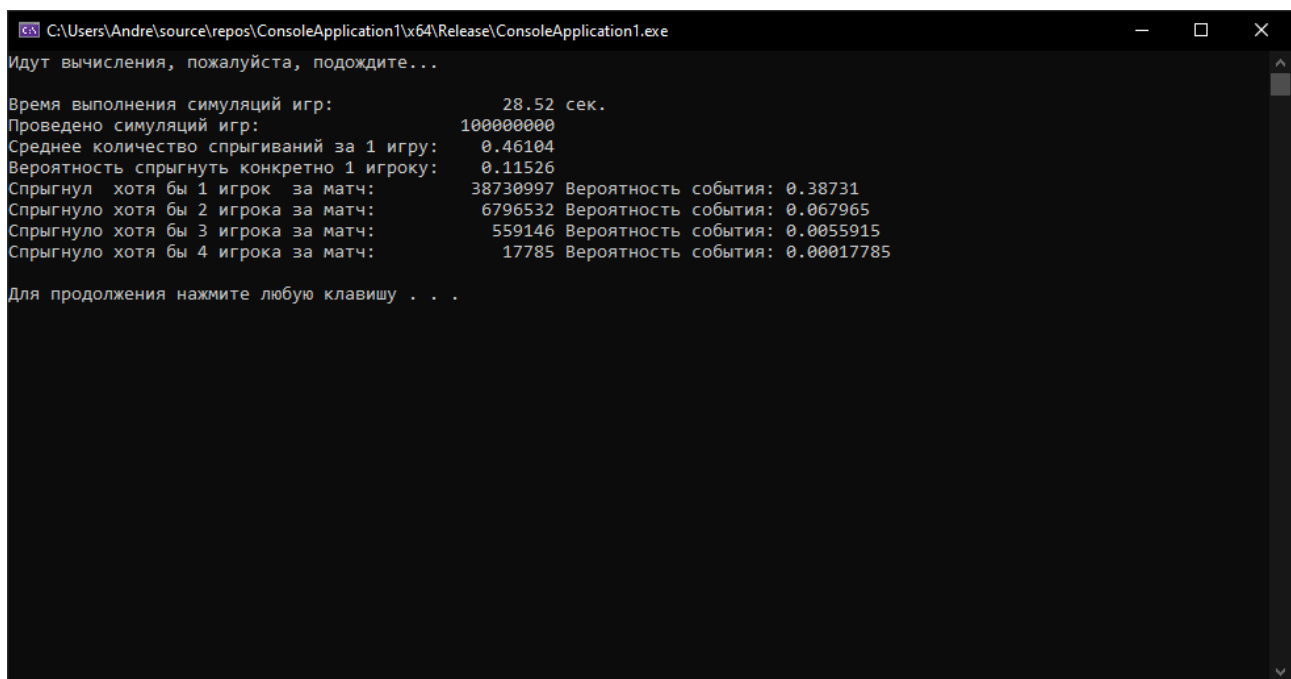
Вероятность прыгнуть из трёх попыток одному сурву: **11,52%**  
Вероятность, что хотя бы один из четырёх сурвов прыгнет: **38,6%**  
Вероятность, что два и более сурвов прыгнет с крюка: **6,75%**  
Вероятность, что три и более сурвов прыгнет с крюка: **0,55%**  
Вероятность, что все сурвы прыгнут с крюка: **0,017%**

КАК ПРОВЕРИТЬ ЭТУ ВАШУ ШМАТИМАТИКУ???

ЛЕГКО!

ВОСПОЛЬЗУЕМСЯ МЕТОДОМ МОНТЕ-КАРЛО!

То есть условно заходим на [www.random.org](http://www.random.org) и генерим случайное число. Получили 4%? Хорошо, записали. Не получили — тоже записали. И чем больше раз будет проведено испытаний, тем точнее будут результаты для анализа. Мне лень 100000000 раз кликать на кнопку на сайте, поэтому написал простую программу, которая генерирует случайные числа и считает статистику. Программа написана на C++, код можно посмотреть на [github](https://github.com), бинарники для запуска на своей пекарне там же. Для тех кто умеет читать блок-схемы — я нарисовал схему симуляции прыгивания сурвов с крюка в игре. Наслаждайтесь (или кровь из глаз).



```
C:\Users\Andre\source\repos\ConsoleApplication1\Release\ConsoleApplication1.exe
Идут вычисления, пожалуйста, подождите...

Время выполнения симуляций игр:      28.52 сек.
Проведено симуляций игр:      100000000
Среднее количество прыгиваний за 1 игру:  0.46104
Вероятность прыгнуть конкретно 1 игроку:  0.11526
Спрыгнул хотя бы 1 игрок за матч:      38730997
Спрыгнуло хотя бы 2 игрока за матч:      6796532
Спрыгнуло хотя бы 3 игрока за матч:      559146
Спрыгнуло хотя бы 4 игрока за матч:      17785
Вероятность события: 0.38731
Вероятность события: 0.067965
Вероятность события: 0.0055915
Вероятность события: 0.00017785

Для продолжения нажмите любую клавишу . . .
```

Рисунок 1 — Результат работы программы

Вероятность прыгнуть из трёх попыток одному сурву: **11,52%**  
Вероятность, что хотя бы один из четырёх сурвов прыгнет: **38,7%**  
Вероятность, что два и более сурвов прыгнет с крюка: **6,79%**  
Вероятность, что три и более сурвов прыгнет с крюка: **0,55%**  
Вероятность, что все сурвы прыгнут с крюка: **0,017%**

Результаты при моделировании получились такие же как и при математическом расчёте.

Если вдруг где-то нашли ошибку, есть замечания, критика — [пишите мне в VK](#).  
В будущем, если народу понравится, может быть доработаю программу, чтобы можно было считать влияние подношений на удачу, перка скользкое мясо, количество сурвов, которые захотят спрыгнуть.  
<3

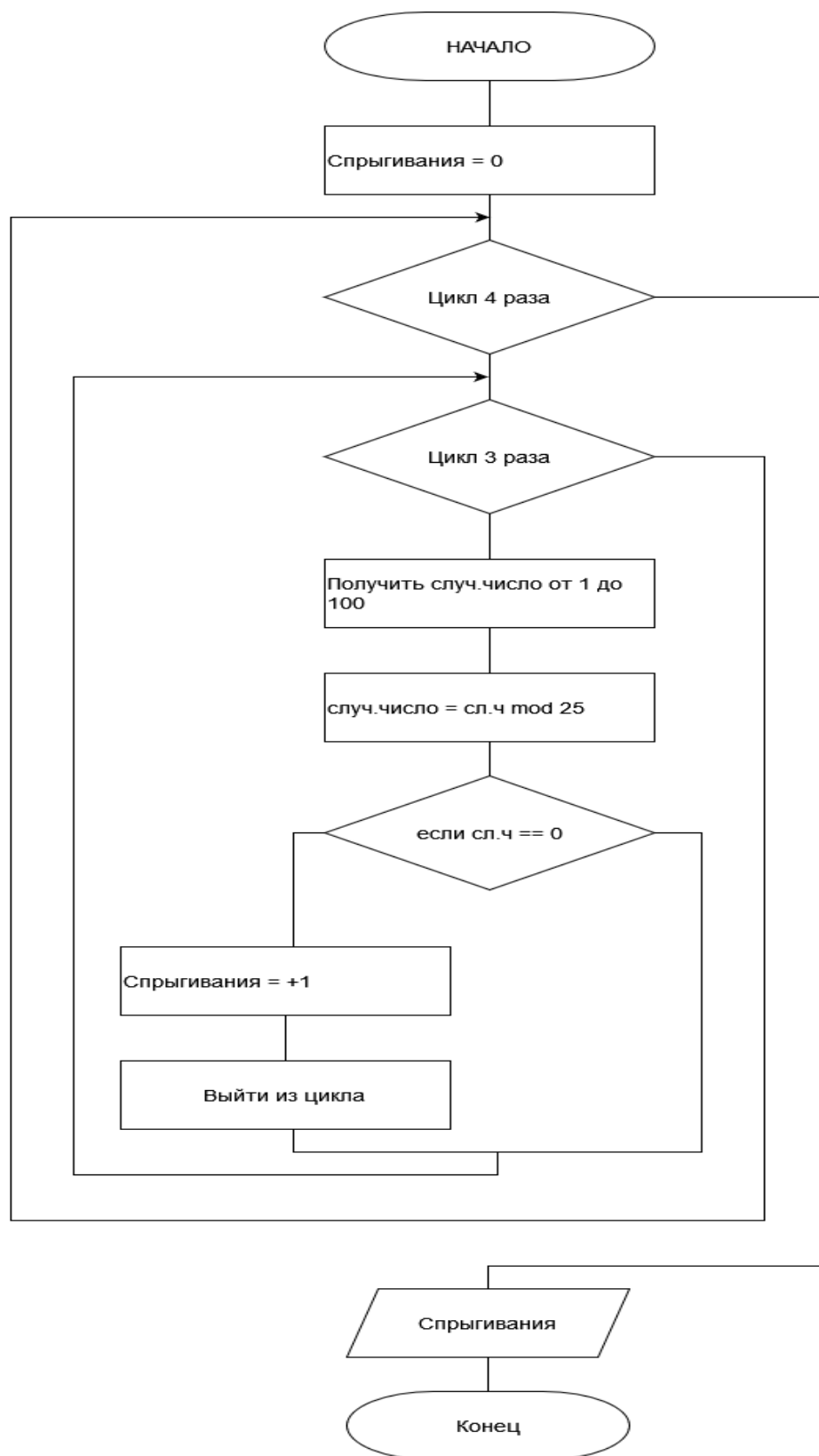


Рисунок 2 — Блок-схема алгоритма симуляции спрыгивания выживших с крюка