Introduction to CreditMetrics (1-2)

杨静平

北京大学数学科学学院金融数学系

2019年10月

Outline

- ① CreditMetrics的介绍
 - 信用组合的框架
 - 建模的风险类型
 - 考虑组合价值的分布
 - 不同的信用风险度量
 - Exposure type differences
 - 数据的议题
- ② 单个体的计算
 - 概述: 单个体的风险
 - 第一步: 信用评级的变化
 - 第二步: 估值
 - 第三步: 信用风险的量化指标
 - 选择时间区间



CreditMetrics的介绍

CreditMetrics 刻画信用个体的信用评级变化对组合风险的影响。

- 模型考虑债券价值的变化,不仅考虑违约事件的影响,同时也考虑 信用评级的上升和下降的影响。
- 在风险度量方面,考虑了 value-at-risk, 而不仅仅限于预期的损失.
- 在组合的框架下来评估风险,同时讨论信用评级变化的相关性.
- 这种方法可以直接计算组合的分散效果或聚集效果.

假设投资一只债券.

- 一般的,债券的价值随发债者的信用评级的变化而变化。
- 信用评级的微小变化会导致债券价值的小的变化。如果违约发生,将可能导致50% 至 90%的损失,甚至全部的损失.
- 债券的损失分布和正态分布有较大的差异: 不对称性。

The creditMetrics 将考虑如下的几个方面:

- 建立信用评级的变化过程和债券价值的变化之间的联系:
- 通过单只债券来介绍如何评估风险.
- 讨论了组合方法的优势以及面临的挑战,并通过使用两只债券的 例子来说明如何处理组合问题。
- 将该方法推广到一些特殊的信用工具,而不只限于债券;
- 对于评估中所需要的数据进行了概述.

The CreditMetrics 度量基于信用评级变化的VaR.

Outline

- ① CreditMetrics的介绍
 - 信用组合的框架
 - 建模的风险类型
 - 考虑组合价值的分布
 - 不同的信用风险度量
 - Exposure type differences
 - 数据的议题
- 2 单个体的计算
 - 概述: 单个体的风险
 - 第一步: 信用评级的变化
 - 第二步: 估值
 - 第三步: 信用风险的量化指标
 - 选择时间区间

信用组合的框架

- 自1990年以来,信用风险已经成为核心的风险管理方面的挑战。 从全球范围来看, 机构所面临的信用风险的额度在增加.
- 当然,可以通过有效的方法管理信用风险。正如过去一样,通过 更有效的传统方法,如严格的审查标准(stringent underwriting standards),限额的实施和对手方的监管(limit unforcement and counterparty monitoring).
- 风险管理者正在寻求在VAR的框架下量化和整合总体的信用风险 评估,借此可以有效的刻画市场的风险、评级的变化以及违约风 险。

对于组合方法的需求

理论上的原因:

- (1)在信用风险管理中,需要对组合量化的首要原因是我们可以更系统的研究concentration risk. Concentration risk 是指由于提高风险暴露水平导致的增加的组合风险。 (Additional portfolio risk resulting from increasing exposure to one obligor or groups of correlated obligors.)
- (2) 传统上, 组合的管理者对于他们的信用组合的concentration risk依赖于有限的量化方法, 诸如the exposure-based credit limits.

对于组合方法的需求(续)

- (3)更量化的方法允许组合管理者通过以边际组合波动率为单位to state credit lines and limits. Furthermore, such a model creates a framework within which to consider concentrations along almost any dimension.
- (4) 更理性的以及量化考虑组合的分散化。
- (5) 最后,by capturing portfolio effects (分散化以及聚集化) and recognizing that risk accelerates with declining credit quality, a portfolio credit risk methodology can be the foundation for a rational risk-based capital allocation process.

信用风险需要深入的定量化方法的实际原因:

- 金融产品更加复杂.
- 信用提升方法: third-party guarantees, posted collateral, margin arrangements, and netting, 在整体和个体层面上考虑信用风险.

信用风险需要深入的定量化方法的实际原因:

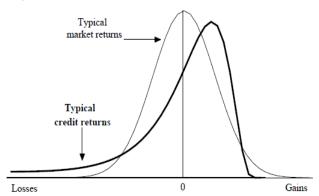
- 在二级资本市场上增加的流动性,以及信用衍生物的出现,使得采取更主动的信用风险管理. Proper due diligence (尽职调查) standards 要求机构在交易前 更详细的勘察存在的风险.
- 创新性的信用工具从相关的估计中获得估值, 或者相关的信用事件: 信用等级提高, 信用等级下降, 违约. migrations (变化).

在组合信用风险的估计上面临的挑战:

信用风险和股票价格的基本区别使得股票组合理论直接应用到信用组合中是有问题的。

(a)股票收益是近似对称的,可以很好的通过正态分布来逼近。信用收益是以相当大的可能性获得很小的收益—利息收益,以相当小的可能性损失相当大的额度。通过大的组合,可以融合这两种情况,产生一个平滑的有偏的分布。这种信用收益的长下尾性是由违约引起的。

Chart 1.1
Comparison of distribution of credit returns and market returns



- (b)第二个问题是相依性建模方面的困难。对于股票市场, 相关性可以直接通过观察到的高频具流动性的市场价格来直接估计。对于信用等级的变化,数据的缺乏使得比较困难从历史数据去估计信用的相关性。有效的补救措施包括:
 - 假设信用相关性在组合中是均匀的
 - 提出一个模型来刻画信用等级之间的相依性,其中有些参数需要估计。

总结来看, 度量信用组合的风险是必要的, 也是有一定的难度的。

信用组合的性架 <mark>建模的风险类型</mark> 考虑组合价值的分布 不同的信用风险度量 Exposure type differences 数据的议题

Outline

- ① CreditMetrics的介绍
 - 信用组合的框架
 - 建模的风险类型
 - 考虑组合价值的分布
 - 不同的信用风险度量
 - Exposure type differences
 - 数据的议题
- 2 单个体的计算
 - 概述: 单个体的风险
 - 第一步: 信用评级的变化
 - 第二步: 估值
 - 第三步: 信用风险的量化指标
 - 选择时间区间

建模的风险类型

需要准确的区分信用风险和市场风险。

- CreditMetrics 估计由信用事件引起的组合风险,信用事件包括信用评级的变化或违约;
- CreditMetrics 允许在风险估计中考虑市场风险因素。这些包括信用风险的市场驱动下的波动性,包括 swaps, forwards, and to a lesser extent, bonds.

Outline

- ① CreditMetrics的介绍
 - 信用组合的框架
 - 建模的风险类型
 - 考虑组合价值的分布
 - 不同的信用风险度量
 - Exposure type differences
 - 数据的议题
- 2 单个体的计算
 - 概述: 单个体的风险
 - 第一步: 信用评级的变化
 - 第二步: 估值
 - 第三步: 信用风险的量化指标
 - 选择时间区间

对于组合价值的分布建模

一些核心的建模要素:

- 注明使用哪一类风险评级目录;
- 这些类别中的转移概率;
- 基于评级变化的重新估值;
- 对于违约情况的估值.

对一只股票的价值分布的计算

使用*S&P's*的评级分类. 考虑一只BBB级债券, 五年到期。我们的风险区间是一年的时间。在年末所有的变化都是由信用事件引起的:

- (a)在年末仍然在BBB级;
- (b)债券发行者的信用等级上升为AAA,AA 或下降至BB,B或CCC
- (c))债券发行者违约.

上述每种情况有不同的可能性,其概率可以通过历史数据估计得到。

Table 1.1
Probability of credit rating migrations in one year for a BBB

Year-end rating	Probability (%)			
AAA	0.02			
AA	0.33			
A	5.95			
BBB	86.93			
BB	5.30			
В	1.17			
CCC	0.12			
Default	0.18			
Default	0.18			

我们得到了如下的信息:

- (1)该债券年末的可能的信用评级
- (2)每种可能性的概率.

考虑一只五年期的BBB级债券. 该债券的面值为100, 息率为6%. 我们要计算在年末它的信用级别升为single-A情况下债券的价值. 需要

- (A)贴现因子: single-A的远期零息债券的收益率曲线.
- (B)违约后的回赎率为51.13%.

在违约状态,应该考虑回收率的变化。

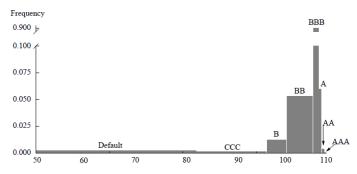
Table 1.2
Calculation of year-end values after credit rating migration from BBB (S)

Rating	Coupon	Forward Value	Total Value		
AAA	6.00	103.37	109.37		
AA	6.00	103.10	109.19		
A	6.00	102.66	108.66		
BBB	6.00	101.55	107.55		
BB	6.00	96.02	102.02		
В	6.00	92.10	98.10		
CCC	6.00	77.64	83.64		
Default	_	51.13	51.13		

Table 1.3
Distribution of value of a BBB par bond in one year

Value (\$)	Probability (%)		
109.37	0.02		
109.19	0.33		
108.66	5.95		
107.55	86.93		
102.02	5.30		
98.10	1.17		
83.64	0.12		
51.13	0.18		
	109.37 109.19 108.66 107.55 102.02 98.10 83.64		

Chart 1.2
Distribution of value for a 5-year BBB bond in one year



Revaluation at risk horizon

两支债券组合的分布

- 前面讨论了一只五年期的BBB债券. 现在增加一只债券.
- 三年期的 single-A 债券, 该债券每年支付5%的息率.

我们要计算这两只债券的组合在一年末的价值的分布。

信用组合的框架 建模的风险类型 考虑组合价值的分布 不同的信用风险度量 Exposure type differences 数据的议题

Table 1.4
Year-end values after credit rating migration from single-A (\$)

Year-end rating	Coupon	Forward Value	Total Value
AAA	5.00	101.59	106.59
AA	5.00	101.49	106.49
A	5.00	101.30	106.30
BBB	5.00	100.64	105.64
BB	5.00	98.15	103.15
В	5.00	96.39	101.39
CCC	5.00	73.71	88.71
Default	_	51.13	51.13

福用组合的框架 建模的风险类型 考虑组合价值的分布 不同的信用风险度量 Exposure type differences 数据的议题

Table 1.5
All possible 64 year-end values for a two-bond portfolio (\$)

		Obligor #2 (single-A)							
Obligor #1		AAA	AA	A	BBB	BB	В	CCC	Default
(B)	BB)	106.59	106.49	106.30	105.64	103.15	101.39	88.71	51.13
AAA	109.37	215.96	215.86	215.67	215.01	212.52	210.76	198.08	160.50
AA	109.19	215.78	215.68	215.49	214.83	212.34	210.58	197.90	160.32
A	108.66	215.25	215.15	214.96	214.30	211.81	210.05	197.37	159.79
BBB	107.55	214.14	214.04	213.85	213.19	210.70	208.94	196.26	158.68
BB	102.02	208.61	208.51	208.33	207.66	205.17	203.41	190.73	153.15
В	98.10	204.69	204.59	204.40	203.74	201.25	199.49	186.81	149.23
CCC	83.64	190.23	190.13	189.94	189.28	186.79	185.03	172.35	134.77
Default	51.13	157.72	157.62	157.43	156.77	154.28	152.52	139.84	102.26

Table 1.6
Probability of credit rating migrations in one year for a single-A

Year-end rating	Probability (%)			
AAA	0.09			
AA	2.27			
A	91.05			
BBB	5.52			
BB	0.74			
В	0.60			
CCC	0.01			
Default	0.06			

- 两只债券的信用评级的变化是不独立的。在组合风险的估计中, 考虑评级之间变化的相关性是相当重要的。
- 我们使用Gaussian copula 刻画其相关性,

$$C(u, v) = \Phi_{\rho}(\Phi^{-1}(u), \Phi^{-1}(v)).$$

 $(X_{BBB}(1), X_A(1))$ 的未来价值具有Gaussian copula.

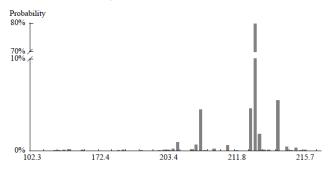
相关系数设为0.3, 这样对应的联合概率如下得到:

$$\begin{split} &P(X=n,Y=m)\\ &=\Phi_{\rho}(\Phi^{-1}(F_{BBB}(n),\Phi^{-1}(F_{A}(m)))\\ &+\Phi_{\rho}(\Phi^{-1}(F_{BBB}(n-1)),\Phi^{-1}(F_{A}(m-1))))\\ &-\Phi_{\rho}(\Phi^{-1}(F_{BBB}(n),\Phi^{-1}(F_{A}(m-1)))\\ &-\Phi_{\rho}(\Phi^{-1}(F_{BBB}(n-1)),\Phi^{-1}(F_{A}(m)))) \end{split}$$

Table 1.7
Year-end joint likelihoods (probabilities) across 64 different states (%)

			Obligor #2 (single-A)						
Obligor #1 (BBB)		AAA	AA	A	BBB	BB	В	CCC	Default
		0.09	2.27	91.05	5.52	0.74	0.26	0.01	0.06
AAA	0.02	0.00	0.00	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
AA	0.33	0.00	0.04	0.29	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
A	5.95	0.02	0.39	5.44	0.08	0.01	0.00	0.00	0.00
BBB	86.93	0.07	1.81	79.69	4.55	0.57	0.19	0.01	0.04
BB	5.30	0.00	0.02	4.47	0.64	0.11	0.04	0.00	0.01
В	1.17	0.00	0.00	0.92	0.18	0.04	0.02	0.00	0.00
CCC	0.12	0.00	0.00	0.09	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00
Default	0.18	0.00	0.00	0.13	0.04	0.01	0.00	0.00	0.00

Chart 1.3
Distribution of value for a portfolio of two bonds



Revaluation at risk horizon

计算多只债券组合的价值的分布

对于大的组合,可以使用模拟方法. 在计算组合的复杂性方面,呈指数增长.

Outline

① CreditMetrics的介绍

- 信用组合的框架
- 建模的风险类型
- 考虑组合价值的分布
- 不同的信用风险度量
- Exposure type differences
- 数据的议题

2 单个体的计算

- 概述: 单个体的风险
- 第一步: 信用评级的变化
- 第二步: 估值
- 第三步: 信用风险的量化指标
- 选择时间区间

不同的信用风险度量

CreditMetrics 可以计算两种通常使用的风险度量: 标准差和分位点.

- 对于正态分布,可以通过计算标准差得到分位点。遗憾的是,正态分布适于刻画市场风险的特性。相比较而言,信用风险中的分布表现为肥尾的特点。(display a much fatter lower tail than a standard bell-shaped curve).
- 对于多于两只债券的组合,可以通过模拟的方法来计算。

Outline

- ① CreditMetrics的介绍
 - 信用组合的框架
 - 建模的风险类型
 - 考虑组合价值的分布
 - 不同的信用风险度量
 - Exposure type differences
 - 数据的议题
- 2 单个体的计算
 - 概述: 单个体的风险
 - 第一步: 信用评级的变化
 - 第二步: 估值
 - 第三步: 信用风险的量化指标
 - 选择时间区间

信用组合的框架 建模的风险类型 考虑组合价值的分布 不同的信用风险度量 Exposure type differences

Exposure type differences

Different exposure types in CreditMetrics.

- Receivables
- bonds and loans
- commitments
- financial letters of credit
- market-driven instruments.

语用组口的性深 建模的风险类型 考虑组合价值的分布 不同的信用风险度量 Exposure type differences 数据的议题

Outline

- ① CreditMetrics的介绍
 - 信用组合的框架
 - 建模的风险类型
 - 考虑组合价值的分布
 - 不同的信用风险度量
 - Exposure type differences
 - 数据的议题
- 2 单个体的计算
 - 概述: 单个体的风险
 - 第一步: 信用评级的变化
 - 第二步: 估值
 - 第三步: 信用风险的量化指标
 - 选择时间区间

数据的议题

在确定所使用的信用评级后, CreditMetrics 需要三种类型的数据:

- 单个信用个体的信用等级变化的可能性, 包括违约的可能性;
- 联合的信用等级变化的可能性:
- 在信用评级变化的情况下,在风险区间的价值估计。

信用组合的性架 建模的风险类型 考虑组合价值的分布 不同的信用风险度量 Exposure type differences 数据的议题

估计信用等级变化的可能性所需要的数据

- 一年的转移矩阵: S&P 和 Moody's rating agencies 有公开发表的 数据, 也可以基于KMV's 的研究来进行计算.
- 个体之间的相关性.

信用组合的框架 建模的风险类型 考虑组合价值的分布 不同的信用风险度量 Exposure type differences 数据的议题

Table 1.8
One-year transition matrix (%)

Initial rating	Rating at year-end (%)								
	AAA	AA	A	BBB	BB	В	CCC	Default	
AAA	90.81	8.33	0.68	0.06	0.12	0	0	0	
AA	0.70	90.65	7.79	0.64	0.06	0.14	0.02	0	
A	0.09	2.27	91.05	5.52	0.74	0.26	0.01	0.06	
BBB	0.02	0.33	5.95	86.93	5.30	1.17	0.12	0.18	
BB	0.03	0.14	0.67	7.73	80.53	8.84	1.00	1.06	
В	0	0.11	0.24	0.43	6.48	83.46	4.07	5.20	
CCC	0.22	0	0.22	1.30	2.38	11.24	64.86	19.79	

Source: Standard & Poor's CreditWeek (15 April 96)

同用组合的框架 建模的风险类型 考虑组合价值的分布 不同的信用风险度量 Exposure type differences 数据的议题

- 通过观测评级变化和违约的历史模式,可以计算转移概率。
- 如果使用半年的时间段,就需要使用半年的转移矩阵而不是一年 的转移矩阵。

信用组合的框架 建模的风险类型 考虑组合价值的分布 不同的信用风险度量 Exposure type differences 数据的议题

联合概率计算所需要的数据

对于联合的可能性,我们可以通过如下的二者之一来实现:

- 首先, 我们可以根据历史数据给出联合的信用评级的变化, 就如我 们根据单个债券的历史数据得到转移矩阵。
- 其次,可以提出一个多信用个体的联合信用等级的变化模型,然后 估计模型中的参数。

组合价值计算所需要的数据

需要不同的数据计算未来每个可能的信用等级变换导致的组合价值变 化。

- 息率以及期限.
- We require the drawn and undrawn portions for a loan commitment and the spread/fees for both portions
- market-driven instruments, including swaps, forwards, and to a lesser extent bonds, require an examination of exposures

信用组合的框架 建模的风险类型 考虑组合价值的分布 不同的信用风险度量 Exposure type differences 数据的议题

高级的建模features

违约发生下的回收率具有显著的不确定性。

单个体的计算

本章介绍CreditMetrics中的方法,计算单只债券的信用风险。下面使用BBB作为例子。

- (1)针对一个信用个体,研究它的信用评级如何与违约可能性以及 可能的信用等级的变化相联系。
- (2)针对一个信用个体,我们研究如何将它的优先级与损失率建立 联系。
- (3)讨论对于无违约收益率下的信用价差,以及信用评级的变化对 债券价值的影响。
- (4)将上面的综合在一起,估计信用评级变化的价值波动性。

Outline

- ① CreditMetrics的介绍
 - 信用组合的框架
 - 建模的风险类型
 - 考虑组合价值的分布
 - 不同的信用风险度量
 - Exposure type differences
 - 数据的议题
- ② 单个体的计算
 - 概述: 单个体的风险
 - 第一步: 信用评级的变化
 - 第二步: 估值
 - 第三步: 信用风险的量化指标
 - 选择时间区间

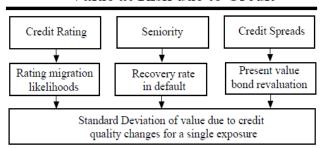
概述: 单个体的风险

可以分为三步:

- Step 1: The senior unsecured credit rating of the bond's issuer determines the chance of the bond either defaulting or migrating to any possible credit quality state at the risk horizon.
- Step 2: 债券的优先级决定在违约发生时其回收率。每个信用等级的远期利率曲线确定了债券的价值. 这两点有助于对于债券进行再估值。
- Step 3: 前面的两步的计算结果用来计算债券的信用等级的变化导致的价值的波动性。

Chart 2.1
Our first "road map" of the analytics within CreditMetrics

Value at Risk due to Credit



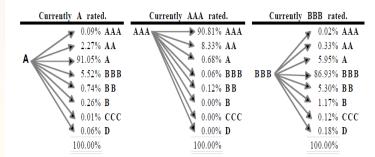
Outline

- ① CreditMetrics的介绍
 - 信用组合的框架
 - 建模的风险类型
 - 考虑组合价值的分布
 - 不同的信用风险度量
 - Exposure type differences
 - 数据的议题
- ② 单个体的计算
 - 概述: 单个体的风险
 - 第一步: 信用评级的变化
 - 第二步: 估值
 - 第三步: 信用风险的量化指标
 - 选择时间区间

第一步: 信用评级的变化

- 在模型中, 风险不仅来自于违约,同时也来自于信用评级的变化。信用评级实际上是信用风险的分类方式。
- 把违约状态只是作为未来几种 "states of the world" 的一种。是一种最受关注的 "死亡"状态。

Chart 2.2 Examples of credit quality migrations (one-year risk horizon)



概述:单个体的风险 第一步:信用评级的变化 第二步:估值 第三步:信用风险的量化指标 选择时间区间

Table 2.1
One-year transition matrix (%)

Initial Rating	Rating at year-end (%)								
	AAA	AA	A	BBB	BB	В	CCC	Default	
AAA	90.81	8.33	0.68	0.06	0.12	0	0	0	
AA	0.70	90.65	7.79	0.64	0.06	0.14	0.02	0	
A	0.09	2.27	91.05	5.52	0.74	0.26	0.01	0.06	
BBB	0.02	0.33	5.95	86.93	5.30	1.17	0.12	0.18	
BB	0.03	0.14	0.67	7.73	80.53	8.84	1.00	1.06	
В	0	0.11	0.24	0.43	6.48	83.46	4.07	5.20	
CCC	0.22	0	0.22	1.30	2.38	11.24	64.86	19.79	

Source: Standard & Poor's CreditWeek (15 April 96)

信用分组:

- 对于每一类别标明违约的可能性, 以及各种信用评级变化的可能性, 是必要的, 状态概率以及转移概率。
- 为了计算,还需要对于每个信用等级类别提供未来的a credit spread。

Outline

- ① CreditMetrics的介绍
 - 信用组合的框架
 - 建模的风险类型
 - 考虑组合价值的分布
 - 不同的信用风险度量
 - Exposure type differences
 - 数据的议题
- 2 单个体的计算
 - 概述: 单个体的风险
 - 第一步: 信用评级的变化
 - 第二步: 估值
 - 第三步: 信用风险的量化指标
 - 选择时间区间

第二步: 估值

8个估值分为两个类别.

- (1)第一类: 如果违约发生, 基于债券的优先级的类别估计回收率。
- (2)第二类: 如果信用评级发生变化,我们基于评级变化来估计信用价差的变化。

然后我们计算债券未来现金流的现值, 使用新的收益率来计算它的新 的价值。

违约状态下的估值

- 如果个体违约,使用回收率刻画的违约的残值, 依据于债券的优 先级。
- 在CreditMetrics中,给出了这种关系的几种历史研究结果。

历史研究的成果:

Table 2.2
Recovery rates by seniority class (% of face value, i.e., "par")

Seniority Class	Mean (%)	Standard Deviation (%)		
Senior Secured	53.80	26.86		
Senior Unsecured	51.13	25.45		
Senior Subordinated	38.52	23.81		
Subordinated	32.74	20.18		
Junior Subordinated	17.09	10.90		

Source: Carty & Lieberman [96a] -Moody's Investors Service

信用评级变化下的估值

债券的重新估值:

- (1). 对于每个信用类别获得零息债券的收益率曲线。
- (2). 使用这些零息债券的收益率曲线,对于每个信用等级重新计算未来现金流的现值。

Table 2.3
Example one-year forward zero curves by credit rating category (%)

Category	Year 1	Year 2	Year 3	Year 4
AAA	3.60	4.17	4.73	5.12
AA	3.65	4.22	4.78	5.17
A	3.72	4.32	4.93	5.32
BBB	4.10	4.67	5.25	5.63
BB	5.55	6.02	6.78	7.27
В	6.05	7.02	8.03	8.52
CCC	15.05	15.02	14.03	13.52

假设在一年末债券的信用等级升为single-A. 则有

$$V = 6 + \frac{6}{(1+3.72\%)} + \frac{6}{(1+4.32\%)^2} + \frac{6}{(1+4.93\%)^3} + \frac{6+100}{(1+5.32\%)^4} = 108.66.$$

Table 2.4
Possible one-year forward values for a BBB bond plus coupon

Year-end rating	Value (\$)		
AAA	109.37		
AA	109.19		
A	108.66		
BBB	107.55		
BB	102.02		
В	98.10		
CCC	83.64		
Default	51.13		

Outline

- ① CreditMetrics的介绍
 - 信用组合的框架
 - 建模的风险类型
 - 考虑组合价值的分布
 - 不同的信用风险度量
 - Exposure type differences
 - 数据的议题
- 2 单个体的计算
 - 概述: 单个体的风险
 - 第一步: 信用评级的变化
 - 第二步: 估值
 - 第三步: 信用风险的量化指标
 - 选择时间区间

第三步: 信用风险的量化指标

- 均值和方差。
- 回收率的问题.
- 相关的计算方面的理论问题。

Table 2.5
Calculating volatility in value due to credit quality changes

Year-end rating	Probability of state (%)	New bond value plus coupon (\$)	Probability weighted value (\$)	Difference of value from mean (\$)	Probability weighted difference squared
AAA	0.02	109.37	0.02	2.28	0.0010
AA	0.33	109.19	0.36	2.10	0.0146
A	5.95	108.66	6.47	1.57	0.1474
BBB	86.93	107.55	93.49	0.46	0.1853
BB	5.30	102.02	5.41	(5.06)	1.3592
В	1.17	98.10	1.15	(8.99)	0.9446
CCC	0.12	83.64	1.10	(23.45)	0.6598
Default	0.18	51.13	0.09	(55.96)	5.6358
		Mean =	\$107.09	Variance =	8.9477
			Stan	\$2.99	

标准差的计算

不考虑回收率的波动性, 有

$$\mu_{Total} = \sum_{i=1}^{8} p_i \mu_i = 0.01\% \times 109.37 + 0.33\% \times 109.19$$

$$+5.95\% \times 108.66 + 86.93\% \times 107.55 + 5.30\% \times 102.02$$

$$+1.17\% \times 98.10 + 1.17\% \times 98.10$$

$$+0.12\% \times 83.64 + 0.18\% \times 51.13 = 107.09$$

$$\begin{split} \sigma_{\textit{Total}}^2 &= 0.01\% \times 109.37^2 + 0.33\% \times 109.19^2 \\ &+ 5.95\% \times 108.66^2 + 86.93\% \times 107.55^2 + 5.30\% \times 102.02^2 \\ &+ 1.17\% \times 98.10^2 + 1.17\% \times 98.10^2 \\ &+ 0.12\% \times 83.64^2 + 0.18\% \times 51.13^2 - 107.09^2 = 2.99^2 \end{split}$$

如果在我们的计算中考虑回收率的波动性,则有

$$\begin{array}{ll} \mu_{\textit{Total}} &= 0.01\% \times 109.37 + 0.33\% \times 109.19 \\ &+ 5.95\% \times 108.66 + 86.93\% \times 107.55 + 5.30\% \times 102.02 \\ &+ 1.17\% \times 98.10 + 1.17\% \times 98.10 + 0.12\% \times 83.64 + 0.18\% \times 51.13 \\ &= 107.09 \end{array}$$

以及

$$\begin{split} &\sigma^2_{\textit{Total}}\\ &= 0.01\% \times 109.37^2 + 0.33\% \times 109.19^2\\ &+ 5.95\% \times 108.66^2 + 86.93\% \times 107.55^2 + 5.30\% \times 102.02^2\\ &+ 1.17\% \times 98.10^2 + 0.12\% \times 83.64^2 + 0.18\% \times (51.13^2 + 25.45^2)\\ &- 107.09^2 = 3.18^2 \end{split}$$

分位点的计算

使用计算的结果可以有

$$VaR(0.01) = 98.10.$$

Outline

- ① CreditMetrics的介绍
 - 信用组合的框架
 - 建模的风险类型
 - 考虑组合价值的分布
 - 不同的信用风险度量
 - Exposure type differences
 - 数据的议题
- 2 单个体的计算
 - 概述: 单个体的风险
 - 第一步: 信用评级的变化
 - 第二步: 估值
 - 第三步: 信用风险的量化指标
 - 选择时间区间

选择时间区间

- 选择一个区间或多个区间?哪个区间是最好的?没有明确的标准。不同准则的比较必须在相同的区间进行.
- 如何根据不同的区间进行计算?
- 计算期望和方差。
- 回收率的问题。

不同区间的信用风险的计算

在不同的区间两个变量的变化必须进行考虑:

- (1)信用估值公式的变化;
- (2)信用等级迁移概率的变化。