

信用风险管理介绍

杨静平

北京大学数学科学学院金融数学系

2019年10月

Outline

1 介绍

2 信用风险的特性

不要只关注衍生工具，商业贷款实际上是风险最大的银行行为之一。

- 信用风险被解释为，由于关联方无法履行其信贷合约的义务所产生的财务损失。
- 银行业要以一个组合的概念来衡量信用风险，从量化的角度管理和分散模型。
- 相比较市场风险，信用风险更难于量化, 有更多的风险要素，如违约或被降级的风险、回收风险和信用价值风险。
- 需要使用能刻画本质的内因模型，以可观测到的金融变量为输入量，计算出违约的可能性及相关性
- 信用风险组合模型也导致了信用衍生市场的兴起

本章的结构

- 信用风险的特性
- 违约和回收风险
- 信用敞口
- 信用风险评估
- 信用风险控制
- 小结
- "巴塞尔协议"对于金融衍生产品风险准备金的规定
- "巴塞尔协议"IRB方法下的风险权重

风险的来源

信用风险组合模型起源于商业银行，因其主要资产、贷款均含有信用风险。如果债务人拖欠贷款发生，会造成损失，其中损失的额度取决于具体的贷款金额和可以回收的额度。

信用风险包括三个要素：

- 违约风险，是由于关联方发生违约行为而产生的风险，由违约概率(PD)来衡量；
- 信用价值风险，是可以向关联方索偿的价值随市场波动而变动的风险。在违约发生时，也可以解释为违约价值风险。（EAD）
- 回收风险，是指发生违约后可以收回部分的不确定性，等于1减去违约损失率(LGD)。

信用风险与市场风险的差异：

- 信用风险与市场风险、违约风险、回收风险相关；市场风险通过信用价值的变化体现出来；
- 风险的限额因不同的部门而定；对于市场风险，该限额会根据交易组织的层次来设定；对于信用风险而言，则根据对每一关联方的贷款总额来确定，该关联方必须是一个独立法人实体。
- 时间区间的界定也非常不同，对市场风险通常非常短（几天的时间），而对信用风险而言则较长（几年）；
- 法律问题对评估信用风险也非常重要，但对评估市场风险则不适用。能从信用损失收回的部分，取决于国家的法律和破产法的规定。信用风险比市场风险更复杂。

市场风险与信用风险的比较：

项目	传统VaR	信用风险
风险来源	市场风险	市场风险、违约风险及回收风险
风险限额的适用部门	交易部门的一些部门	具有法人资格的关联方
时间区间	短期（几天）	长期（几年）
组合	不变的组合	多变的组合
均值回归	不重要	必须的
法律问题	不适用	非常重要

信用风险如卖出期权

信用风险损失的不对称性。损失发生必须有两个条件：

- （1）必须有对关联方（或信用价值）的净索偿权；
- （2）关联方必须发生违约行为

从效果来看，由违约造成的损失如一个期权。

- 将 V_0 表示有偿付能力的一方的资产的现有价值或替代价值。假设在违约发生时回收率为0。则损失可以表示为 $\max\{V_0, 0\}$ 。
- 传统的信用风险仅涉及债券和贷款，信用价值只是投资的票面价值。相反，衍生工具可以既有正价值，又有负价值。
- 信用风险损失分布的非对称性。

组合效应

- 传统意义下，信用风险是在一单一单交易的基础上来考虑的，忽略了组合的影响。
- 以一个由两个不同关联方建立的远期人民币买入头寸和远期人民币卖出头寸的组合为例，该组合从市场风险的角度看是对冲的。使用传统方法，这两种头寸可能产生的风险会被加总。
- 传统方法夸大了信用风险可能导致的真实损失，将每个风险价值的资本成本加总也忽略了违约行为的相关性。

违约风险

违约风险是指关联方可能不履行对其应承担义务的风险。可以通过精算模型或市场价格来评估违约发生的可能。

- 通过分析与历史违约率相关的要素来预期目标违约的可能。其中的一个模型是Z-Score (Altman, 1968)，通过多个会计变量的组合来预测企业的破产。
- 通过信用评级机构的信用评级来划分借款人的信用等级。

标准普尔给出的不同信用评级的违约率(%)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
AAA	0.00	0.00	0.04	0.07	0.12	0.21	0.31	0.48	0.54	0.62
AA	0.01	0.03	0.08	0.16	0.26	0.40	0.56	0.71	0.83	0.97
A	0.04	0.13	0.26	0.43	0.66	0.90	1.16	1.41	1.71	2.01
BBB	0.29	0.86	1.48	2.37	3.25	4.15	4.88	5.60	6.21	6.95
BB	1.28	3.96	7.32	10.51	13.36	16.32	18.84	21.11	23.22	24.84
B	6.24	14.33	21.57	27.47	31.47	35.47	38.71	41.69	43.92	46.27
CCC	32.35	42.35	48.66	53.65	59.49	62.19	63.37	64.10	67.78	70.80

评级系统和违约概率相对应。

令 τ 表示违约时间,

$$c_n = P(\tau \leq n)$$

及

$$d_n = P(\tau \leq n | \tau > n-1), k_n = P(n-1 \leq \tau \leq n)$$

在这里, 精算的原理可被应用于违约概率的计算。在 n 年末未违约的概率为 $\prod_{i=1}^n (1 - d_i)$. 计算BBB级的违约概率, 有

$$c_1 = d_1 = 0.0029, c_2 = 0.0086, d_2 = 0.57\%.$$

有下面的关系：

$$c_1 = d_1$$

$$c_2 = d_1 + (1 - d_1)d_2$$

$$c_3 = d_1 + (1 - d_1)d_2 + (1 - d_1)(1 - d_2)d_3.$$

回收风险

LGD(loss given default),为违约发生后损失的比率。回收率定义为 f 。其中违约回收率会因不同的违约原因而发生变化。有

$$f = 1 - LGD.$$

- 违约损失取决于几个要素，最重要的是对债务的优先权。有资产担保的债务的回收率，比没有资产担保的债务要高。在破产清算时，优先债务比次级债务具有优先的偿债等级。
- 另外的要素是行业，有些行业，如公用事业，回收率较高。
- 法律环境是另外一个影响回收率的重要因素，因不同的国家而有系统性的区别。

美国公司债务的历史回收率

等级	数量	回收率的均值	回收率的标准差
所有银行贷款	310	62%	23%
有担保债券	238	53%	27%
无担保债券	1095	37%	27%
高级债券	450	32%	24%
次级债券	477	30%	21%
所有债券	2368	37%	26%

考虑一个5年期的BBB债券面值为100万， 在五年内违约的概率 $c_5 = 0.0325$, 因此5年期债券的预期信用损失为

$$100 * 0.0325 * (1 - 0.37) = 205 \text{万}.$$

以市场为基础的模型

- 信用风险还可以使用可交易的资产价格来评估，资产的价值受违约风险的影响。
- 这些资产包括债券、信用违约互换，以及相关实体的股权。由于他们的价格在金融市场里可获得， 其中包括了人们对于由于违约导致的可能损失的预期。
- 公司债的价格信息包括市场对公司的信用态度，包括收益率曲线等。
- 信用违约互换包括违约的信息。

信用债券的收益率

考虑一债券，至到期日的违约概率为 π ，面值为100。 y^* 和 y 分别表示信用风险债券和无风险的收益率。则

$$P^* = \frac{100}{(1+y^*)^T} = \frac{100}{(1+y)^T}(1-\pi) + \pi \frac{100f}{(1+y)^T}.$$

假设 $T=1$ 的条件下，可近似有

$$y^* \sim y + \pi(1-f)$$

- 实际中，应该有

$$y^* = y + \pi(1 - f) + \Delta.$$

Δ 可包含系统性风险、流动性因素和税收因素等.

- 福特汽车发行1年期债券，其收益率为7.2%. 而另一只美国长期国债的收益率为4.5%. 假设回收率为37%. 则

$$\pi = (y^* - y)/(1 - f) = \frac{7.2\% - 4.5\%}{1 - 0.37} = 4.29\%.$$

实际中，在考虑违约概率的定价时需要考虑下面的因素：

- （1）需要考虑风险酬金；
- （2）流动性因素；
- （3）税收效用也可以导致价格变形。

违约之间的关联性

- 关联性是违约市场的重要驱动。可以通过copula 函数来刻画。
- 考虑两个信用评级都为B的评级机构。 (V_1, V_2) 的资产服从联合正态分布，相关系数为 $\rho = 0.20$ 。我们有

$$\Phi^{-1}(6.24\%) = -1.535.$$

一年期的违约概率为 $d_1 = 6.24\%$. 因此选择 $z = -1.535$. 这里

$$b_1 = I_{\{V_1 < z\}}, b_2 = I_{\{V_2 < z\}}.$$

其中,

$$\rho_v = \rho_{V_1, V_2}, \rho_d = \rho_{b_1, b_2}.$$

具体的模拟结果如下：

	V_1	V_2	z	b_1	b_2
1	1.79	-0.21	-1.54	0	0
2	-1.09	-1.62	-1.54	0	1
3	-1.58	-0.93	-1.54	1	0
4	-1.06	-2.29	-1.54	1	1
相关系数	$\rho_z = 0.20$			$\rho_d = 0.10$	

关于风险相关性的刻画，是一个有挑战性的问题。

信用敞口

- 信用敞口(CE)定义在目标日，数值为正的资产的重置价值，是一个至投资工具到期时的时间函数。
- 它不仅包括当前的重置价值 V_0 ，还包含未来的重置价值，因此有

$$CE_t = \max\{V_0 + \Delta V_t, 0\}$$

其中 ΔV_t 代表了到时间 t 时增加的价值。

债券相对于衍生工具

- 当债券存在风险时，到期时的信用风险敞口是债券的本金。
- 衍生工具的信用风险敞口是比较复杂，代表了合约的正价值，比名义金额要小得多。

预期的和最差的风险敞口

- 预期风险敞口(ECE)是指在目标日，为正值的预期资产的重置价值，即

$$ECE = \int_0^{\infty} xf(x)dx.$$

其中， $f(x)$ 为密度函数。

- 最差信用风险(WCE)是指在置信水平为 c 时最大的信用风险敞口。有时也可以定义有风险的信用 (CAR)。CAR的定义为

$$1 - c = \int_{CAR}^{\infty} f(x)dx.$$

在正态分布的假设下，有

$$ECE = E[X \times I_{\{X > 0\}}] = \sigma / \sqrt{2\pi}.$$

对于一个远期或互换合约，如果当前这个处于盈利状态的合约的价值为 x_0 ，则有

$$ECE = \text{理论值} \times (x_0 + \sigma / \sqrt{2\pi})$$

- 对于一个债券或一笔银行贷款，可以假设市场变化相对于本金是较小的，即

$$ECE = \text{本金}$$

此等式也适用于应收账款、贸易信贷以及金融信用证。

- 对于一个已经支付了期权费且处于空头头寸的期权，该期权合约在到期时可能一文不值，或者具有偿付责任。因此，对于关联方来说，是不存在信用风险的。

轧差(netting)安排

一个重要的信用风险的控制方法是轧差协定。

- 在同等协定下，轧差使得债务能够相互抵消，产生了一个单一的对关联方的净偿付权力。
- 假设A银行与B银行之间在同等的总轧差协议下，签定了两个衍生产品合约，第一份合约的价值是1亿美元，第二份合约的价值是负8000万元。在有轧差安排时，风险大约是2000万元。

- 在双方没有轧差安排时签订了一系列 N 个衍生产品合约，可能损失为所有损失为正的合约的总和，总损失为

$$\sum_{i=1}^N \max(V_i, 0).$$

- 在有轧差安排的条件下，总损失为

$$\max\left(\sum_{i=1}^N V_i, 0\right).$$

信用风险衍生品：2004年（以10亿美元计）

机构	名义 价值	总重置 价值	净重置 价值	减去抵押后的 净重置价值	风险评估后 资产	股本金
美国银行						
摩根大通银行	45010	753	66	52	72	97
美州银行	17896	254	40	30	25	28
花旗银行	16950	245	49	44	41	87
美国证券公司						
高盛			57	48	0	23
美林			36	25		28
摩根斯坦利			67	39		29
非美国银行						
德意志银行	29288	442	92			39
瑞银	16884	250	69			31
苏格兰皇家银行	15748	174	35			83
汇丰银行	6436	71	30			91

信用风险评估

需要计算在资产的全部周期中预期信用损失的分布。将从现在到到期日的区间段 T 细分为时间间隔，例如1年。则从现在时刻看，未来每个时间点 t 的预期信用损失为

$$\begin{aligned} ECL_t &= ECE_t \times (1 - f) \times \text{在} t \text{年内违约的概率} \\ &= ECE_t \times (1 - f) \times (1 - c_{t-1})d_t. \end{aligned}$$

- 考虑一个5年期的评级为BBB的债券为例，其名义价值为1亿美元。假设回收率为37%。累计的5年期的违约概率为0.0325。
- 该债券的预期的总信用损失为

$$ECL = 1\text{亿} \times (1 - 0.37) \times 0.0325 = 2047000$$

为了更精确的计算，应该包括时间的因素，考虑贴现的影响。 PV_t 表示时间 t 支付的1个单位的现值，

$$PVECL = \sum_t ECL_t \times PV_t = \sum_t [ECE_t(1-f)k_t]PV_t,$$

有一种简单的计算方法，使用平均违约概率和平均风险，

$$\begin{aligned} PVECL_2 &= \left[\frac{1}{T} \sum_t ECL_t \right] \\ &\times (1-f) \left(\sum_t k_t \right) \times \left[(1/T) \sum_t PV_t \right]. \end{aligned}$$

考虑一个5年期的利率互换交易，其关联方的初始评级为BBB,名义价值为1亿美元。下表给出使用贴现因子 6%计算的PVECL.

年	c_t	d_t	k_t	ECE_t	$1 - f$	PV_t	结果
1	0.0029	0.0029	0.0029	1.862	0.63	0.9434	0.00321
2	0.0086	0.00572	0.0057	1.631	0.63	0.8900	0.00521
3	0.0148	0.00625	0.0062	1.130	0.63	0.8396	0.00371
4	0.0237	0.00903	0.0089	0.569	0.63	0.7921	0.00253
5	0.0325	0.00901	0.0088	0.000	0.63	0.7423	0.00000
总计		0.0325		4.2124			0.01465

使用简化的计算方法，有

$$\begin{aligned}PVECL_2 &= 1.0384 \times (1 - 0.37) \times 0.0325 \times [(1/5)4.2124] \\ &= 17900\end{aligned}$$

- PVECL 可以为定价提供重要信息，也可以作为计算最低买卖差价和信用风险预提的基础。当计算风险权重的资本回报率时，它应该从盈利中扣除。
- 衍生工具的信用风险敞口是比较复杂，代表了合约的正价值，比名义金额要小得多。我们有

$$PVECL = \sum_t [ECE_t(1 - f)k_t]PV_t.$$

组合信用风险

- 组合信用风险考虑信用风险、违约风险、回收率.
- 在给定区间内的信用风险损失可以描述为

$$L = \sum_{i=1}^N CE_i \times (1 - f_i) \times b_i$$

其中, CE_i 代表信用风险, f_i 代表回收率, b_i 代表违约的示性函数, 违约概率为 p_i ,

$$P(b_i = 1) = 1 - P(b_i = 0) = p_i.$$

在信用风险中, 违约的相关性是核心的问题。

下面的表格列举了一个价值1亿美元的投资组合，包括三个评级为BB,B和C的发行人. 假设不同发行人的违约相互独立，回收率为零。

下表是各个发行者的情况：

发行者	敞口	违约概率
A	25	0.01
B	30	0.06
C	45	0.32

违约	损失	概率	累计概率	预期损失	方差项
无	0	0.6328	0.6328	0.0000	171.24
A	25	0.0064	0.6392	0.1598	0.47
B	30	0.0404	0.6796	1.2118	7.42
C	45	0.2978	0.9774	13.4006	242.73
A,B	55	0.0004	0.9778	0.0224	0.61
A,C	70	0.0030	0.9808	0.2106	8.63
B,C	75	0.0190	0.9998	1.4256	65.16
A,B,C	100	0.0002	1.0000	0.0192	1.34
合计				16.45	497.59

$VaR_{0.95} = 4500$ 万美元。

样本观察时间段和置信水平

- 选择较长的样本观察时间段是合理的，主要是由于商业贷款是非流动的资产，不像可交易的投资组合。
- 通常是一年的时间。

信用风险分布

信用风险损失的分布特点。

- 《巴塞尔协议》区别了预期损失(EL)和意外损失(UL)。
- 资本是用来承担意外损失的， 银行通常用一般预提帐户或贷款损失准备来承担预期损失。

信用风险控制

投资组合管理包括了预期赢利和风险时间的交换。

- 第一步包含了对每个头寸的预期净盈利的评估， 考虑到了衍生工具的定价和预期信用损失。
- 第二步将这些预期盈利与边际或增加基值进行比较。

- 对于同样的投资组合采用三种方法计算得到的结果，包括2903个债务人，风险总额为610美元，这个组合的平均信用等级为BBB，而且较均匀的分布在不同行业。
- 对于99.85%的置信水平，预期损失和经济资本的和接近名义金额的8%。这也解释了《巴塞尔协议》的资本充足率定为8%的理论基础。

模型	预期损失	波动性	经济资本
Portfolio Manager	0.61%	1.60%	7.96%
Credit Manager	0.79%	1.04%	6.25%
CreditRisk+	0.73%	1.12%	7.42%

监管资本

使用基本的内部评级法时，银行需要估计违约可能，监管者提供其他的输入要素。

- 使用最新的内部评级方法，银行也可以自行提供 其他的输入要素，包括违约损失和违约风险敞口。信用风险的准备金可以通过下面的公式来计算得到：

$$CRC = 8\% \sum_i (RW_i \times EAD_i).$$

- 在VaR中，是不具有可加性的。巴塞尔协议采用的是近似的方法。其理论合理性可见Gordy(2003).
- VaR的组成部分通常不具有组合不变性。组合不变意味是对于一笔贷款的资本准备仅取决于这笔贷款的风险，而与它所在的投资组合无关。

<巴塞尔协议>关于金融衍生产品风险准备的规定

- 对于表内业务，名义金额是信用风险敞口。
- 对于表外项目，名义金额并不代表最差风险。根据标准方法，通过使用信用转换要素，这些项目可以转换为等同于信用风险项目。例如，贷款承诺是表外项目，这样的一年期承诺相当于信用转换要素的50%。

金融衍生产品是另外一类表外项目。

- 一个等同于债券的信用风险等于即期的重置价值加上一个假定可以代表潜在风险的信用因素，即
信用敞口=净重置价值+附加值
- 附加值= \sum [实际值*附加因素* (0.4+0.6* NGR)].
NGR是净价值与总价值的比值，或是即期的净市场价值与总市场价值的比值。