《金融中的随机数学》

2019年秋季

第1讲 概率基本概念复习和随机过程的基本概念

**主要内容：**

1. 了解学生的概率背景。
2. 随机过程的基本概念（节1.3+1.4）
3. 概率背景（0.5H）

随机变量(简称r.v.)的定义/随机向量的定义/条件期望随机变量

分布函数：联合分布/条件分布/全概公式

分布函数的例子：Poisson分布，正态分布

随机变量特征函数：矩、特征函数、矩母函数、L变换

随机变量的极限：几乎处处（概率1）、依概率、均方、依分布

极限定理：大数定律、中心极限定理

概率计算的常用不等式：切比雪夫、施瓦兹

1. 随机过程（简称S.P.）的基本概念

随机过程的表示，基本要素：状态空间、指标集、随机变量的关系、轨道、（无）条件期望

如何确定一个随机过程？随机过程与随机变量的异同（节1.4）

本书中，S.P.指任意有限个随机变量的联合分布已知。

分布一样但S.P.不一样的例子：轨道的性质。轨道光滑。

S.P.的本质特性，要用于建模的现象。

1. 常见的SP
2. 独立增量：

S.P.由随机变量加和得到。摞起来的。

1. 平稳增量：

等区间同分布。随机性与指标区间（时间长短）有关与时间点无关。

结论：平稳独立增量→期望、方差为指标的线性函数。

1. 马氏性：

无记忆，转移概率。典型的：马氏链、扩散过程。

1. 平稳过程：

任意时间增量的联合分布不变。宽平稳：协方差为间隔的函数与时间点无关。时间的分布不变性，轨道的样子。

1. 鞅过程：时间上公平

条件期望没有新的信息。

已知当前价值未来价值的期望没有变化。

1. 作业

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 性质 | 要求 | 头脑游戏 | 选做 |
| 题目 | P．28，第6、7题  P．30，第2、4题  P．31，第8、9题  P．33，第17题  P．34，第23题 | P．27，第2题 | P．33，第21题  P．35，第28题 |