

АЛКТГ дз 2

Татаринев Георгий

9 декабря 2021 г.

Задание 1

а) пусть $f(x)$ - производящая функция последовательности $\{F_x\}$
тогда $f(x) = F_0 + xF_1 + x^2F_2 + x^3F_3 + x^4 + \dots$
 $2x * f(x) = 2x * F_0 + 2x^2 * F_1 + 2x^3 * F_2 + \dots$
 $f(x) + 2x * f(x) = F_0 + (F_1 + 2F_0) * x + (F_2 + 2F_1) * x^2 + (F_3 + 2F_2) * x^3 + \dots$
 $f(x) + 2x * f(x) = F_0 + (F_2) * x + (F_3) * x^2 + (F_4) * x^3 + \dots$
 $x + x * f(x) + 2x^2 * f(x) = F_0 + F_1 * x + (F_2) * x^2 + (F_3) * x^3 + (F_4) * x^4 + \dots$
 $x + x * f(x) + 2x^2 * f(x) = f(x)$
 $x = (1 - x - 2x^2) * f(x)$

$$\text{Ответ: } f(x) = \frac{x}{1 - x - 2x^2}$$

б) пусть $f(x)$ - производящая функция последовательности $\{F_x\}$
тогда $f(x) = F_0 + xF_1 + x^2F_2 + x^3F_3 + x^4 + \dots$
 $4x * f(x) = 4x * F_0 + 4x^2 * F_1 + 4x^3 * F_2 + \dots$
 $4f(x) - 4x * f(x) = 4F_0 + (4F_1 + 4F_0) * x + (4F_2 + 4F_1) * x^2 + (4F_3 + 4F_2) * x^3 + \dots$
 $4f(x) - 4x * f(x) = 4F_0 + (F_2) * x + (F_3) * x^2 + (F_4) * x^3 + \dots$
 $(4f(x) - 4x * f(x) - 4) * x + 1 = F_0 + F_1 * x + (F_2) * x^2 + (F_3) * x^3 + (F_4) * x^4 + \dots$
 $(4f(x) - 4x * f(x) - 1) * x + 1 = f(x)$
 $4f(x) * x - 4x * f(x) * x - 1 * x + 1 = f(x)$
 $1 - x = (1 - 4x + 4x^2) * f(x)$

$$\text{Ответ: } f(x) = \frac{1 - x}{1 - 4x + 4x^2}$$

Задание 2

пусть $f(t)$ - производящая функция последовательности $\{a_n\}$
тогда $f(t) = a_0 + t * a_1 + t^2 * a_2 + t^3 * a_3 + t^4 + \dots$
 $-q * t * f(t) = -q * t * a_0 - q * t^2 * a_1 - q * t^3 * a_2 + \dots$
 $-p * f(t) = -p * a_0 - p * t * a_1 - p * t^2 * a_2 + \dots$
 $-pf(t) - q * t * f(t) = -pa_0 + (-pa_1 - qa_0) * t + (-pa_2 - qa_1) * t^2 + (-pa_3 - qa_2) * t^3 + \dots$
 $-pf(t) - q * t * f(t) = -pa_0 + a_2 * t + a_3 * t^2 + a_4 * t^3 + \dots$
 $(-pf(t) - q * t * f(t) + pa_0) * t + a_0 + a_1 * t = a_0 + a_1 * t + (a_2) * t^2 + (a_3) * t^3 + (a_4) * t^4 + \dots$
 $(-pf(t) - q * t * f(t) + pa_0) * t + a_0 + a_1 * t = f(t)$
 $-pf(t) * t - q * t^2 * f(t) + pa_0 * t + a_0 + a_1 * t = f(t)$
 $pa_0 * t + a_0 + a_1 * t = (1 + pt + qt^2) * f(t)$
 $f(t) = \frac{pa_0 * t + a_0 + a_1 * t}{1 + pt + qt^2}$

Задание 3

$$a_0=2 \text{ <- "0" и "1"}$$

$$a_1=3 \text{ <- "00" и "01" и "10"}$$

$$a_{n+2}=a_{n+1}+a_n \text{ <- "0}a_{n+1}\text{" и "1}a_n\text{"}$$

$$a_{n+2}+(-1)^n a_{n+1}+(-1)^{n+1} a_n=0$$

$$F(x)=\frac{2+(3-2)*x}{1-x-x^2}$$

$$F(x)=\frac{2+x}{1-x-x^2}$$

Задание 4

$$b_1=1$$

в каждой последовательности $\{a_n\}$, подходящей под условие, при $n>1$ $a_2=0$ или $a_2=1$

если взять фрагмент последовательности начиная с a_2 , то получится последовательность, которая отличается от последовательности из условия прибавлением 1 к каждому числу или является последовательностью из условия

$$\text{то есть, } b_n=b_{n-1}*2$$

$$\text{Ответ: } b_n=2^{n-1}$$