

АЛКТГ дз 2

Татаринов Георгий

21 октября 2021 г.

Задание 1

Имеется набор из 6 человек, нужно заполнить 6 вакансий этими людьми. Тогда количество способов равно числу размещений 6 человек по 6 вакансиям, а именно $A_6^6 = 6! = 720$ Ответ: 720

Задание 2а

Всего чисел от 0 до 1000000: 1000001. Посчитаем количество чисел, не содержащих единиц. Число 1000000 содержит 1, а значит, оно не подходит, а подходят только числа не более чем пятизначные. Считаем, что все числа пятизначные, для этого добавим, где нужно сколько нужно ведущих нулей. Тогда каждое из таких чисел можно получить, поставив на позиции цифры от 0 до 9 без 1, причём любое число, собранное таким способом будет подходить. Таких чисел $9^5 = 59045$. Числа, содержащие 1, это все остальные числа, их $1000001 - 59045 = 940952$. Их больше. Ответ: больше тех, в записи которых есть 1.

Задание 2б

Всего чисел от 0 до 10000000: 10000001. Посчитаем количество чисел, не содержащих единиц. Число 10000000 содержит 1, а значит, оно не подходит, а подходят только числа не более чем шестизначные. Считаем, что все числа шестизначные, для этого добавим, где нужно сколько нужно ведущих нулей. Тогда каждое из таких чисел можно получить, поставив на позиции цифры от 0 до 9 без 1, причём любое число, собранное таким способом будет подходить. Таких чисел $9^6 = 531441$. Числа, содержащие 1, это все остальные числа, их $10000001 - 531441 = 9468560$. Их больше. Ответ: больше тех, в записи которых есть 1.

Задание 3

Посчитаем количество шестизначных чисел. Каждое число можно получить выбрав на 1 место 1 цифру из 9, а на каждое из остальных - из 10. Всего чисел 900000. Посчитаем количество шестизначных чисел, в которых нет одинаковых цифр, но может быть ведущие нули. Каждое число можно получить, разместив 10 цифр на 6 позиций без повторений, то есть способов $A_{10}^6 = 151200$. Посчитаем количество шестизначных чисел, в которых нет одинаковых цифр, и обязательно есть ведущие нули. Первая цифра известна, а по остальным, размещаем 10 цифр на 5 позиций без повторений, то есть способов $A_9^5 = 15120$. Посчитаем количество шестизначных чисел, в которых нет одинаковых цифр. Для этого вычтем из количества шестизначных чисел без повторений с возможными ведущими нулями количество шестизначных чисел с ведущими нулями. Получим 27216. Посчитаем количество шестизначных чисел, в которых есть одинаковые цифры. Для этого вычтем из количества шестизначных чисел количество шестизначных чисел без повторов цифр. Получим 872784. Посчитаем Вероятность, что любое шестизначное число будет одним из шестизначных чисел, в которых есть

одинаковые цифры. Для этого поделим количество шестизначных чисел с повторениями цифр на общее количество шестизначных чисел. Получим 6061/6250 Ответ: 6061/6250

Задание 7

Выберем студента в одноместную комнату. Это 7 способов. Из оставшихся выберем 2 студента в двухместную комнату, это $C_6^2 = 15$. Остальных в четырёхместную. Итого, $7 * 15 = 105$ способов. Ответ: 105 способов.

Задание 8

Каждый диаметр имеет длину $n+1$, и является путём из пустого слова в слово длины n . При этом, каждому слову длины n можно поставить в соответствие диаметр, содержащий это слово. При этом такой диаметр определяется однозначно, удалением цифр справа по одной и каждый диаметр соответствует только одному слову, так как содержит только одно слово длины n . Возникает биекция. Количество слов длины n равно 2^n . Ответ: 2^n .

Задание 10

Каждой скобочной последовательности сопоставим последовательность из чисел 1 и -1, где открывающей скобке ставится в соответствие 1, закрывающей -1. Заметим, что получилась биекция между скобочными последовательностями и последовательностями из чисел -1 и 1. Каждой скобочной последовательности поставлена в соответствие последовательность из 1 и -1, в которой сумма всех членов равна 0, так как в правильной скобочной последовательности количества открывающих и закрывающих скобок совпадают. Однако, существуют последовательности из -1 и 1, сумма которых 0, однако, соответствующие им скобочные последовательности не являются правильными, например, последовательности -1,1 соответствует последовательность $)()$. Ответ: правильных скобочных последовательностей меньше.