

АЛКТГ дз 2

Татаринев Георгий

1 октября 2021 г.

Задание 1

$$(A \setminus B) \cap ((A \cup B) \setminus (A \cap B)) = (A \setminus B) \cap ((A \setminus B) \cup (B \setminus A)) = A \setminus B$$

Ответ: верно

Задание 2

Пусть $A = \{0\} = B, C = \emptyset$

$$((A \setminus B) \cup (A \setminus C)) \cap (A \setminus (B \cap C)) = ((\{0\} \setminus \{0\}) \cup (\{0\} \setminus \{\})) \cap (\{0\} \setminus (\{0\} \cap \{\})) = (\{\} \cup \{0\}) \cap (\{0\} \setminus \{0\}) = \{0\} \cap \{\} = \{\}$$

$$A \setminus (B \cup C) = \{0\} \setminus (\{0\} \cup \{\}) = \{0\} \setminus \{0\} = \{\}$$

$\{0\} \neq \{\}$ из чего следует, что утверждение не всегда верно.

Ответ: не верно.

Задание 3

Пусть $A(x)$ верно если x принадлежит A , иначе неверно.

Аналогично для B и C .

$$\forall x : (A(x) \wedge B(x)) \wedge \neg C(x) = (A(x) \wedge \neg C(x)) \wedge (B(x) \wedge \neg C(x))$$

$$(A \cap B) \setminus C = (A \setminus C) \cap (B \setminus C)$$

Ответ: верно.

Задание 4

Пусть $A(x)$ верно если x принадлежит A , иначе неверно.

Аналогично для B .

$$(A \cup B) \setminus (A \setminus B) \subseteq B$$

$$\forall x : (A(x) \vee B(x)) \wedge \neg(A(x) \wedge \neg B(x)) \rightarrow B(x)$$

$$\forall x : (A(x) \vee B(x)) \wedge (\neg A(x) \vee B(x)) \rightarrow B(x)$$

$$\forall x : (A(x)) \wedge (\neg A(x)) \vee B(x) \rightarrow B(x)$$

$$\forall x : B(x) \rightarrow B(x)$$

Ответ: верно.

Задание 5

Пусть $A(x)$ верно если x принадлежит A , иначе неверно.

Аналогично для P и Q .

$$\forall x : ((A(x) \rightarrow P(x)) \wedge (Q(x) \rightarrow (A(x))))$$

$$\forall x : (A(x) \rightarrow P(x)) \wedge \forall x : (Q(x) \rightarrow (A(x)))$$

$$A \subseteq P \wedge Q \subseteq A$$

Ответ: минимально возможной длины: $[20, 30]$ максимально возможной длины: $[10, 40]$

Задание 6

$$A \cap X = B \cap X$$

$$A \cup Y = B \cup Y$$

$$(A \cup Y) \setminus X = (B \cup Y) \setminus X$$

$$(A \cap X) \cup ((A \cup Y) \setminus X) = (B \cap X) \cup ((B \cup Y) \setminus X)$$

$$(A \cap X) \cup (A \setminus X) \cup (Y \setminus X) = (B \cap X) \cup (B \setminus X) \cup (Y \setminus X)$$

$$A \cup (Y \setminus X) = B \cup (Y \setminus X)$$

Ответ: верно.

Задание 7

Пусть x принадлежит $A_6 \setminus A_9$. Тогда x принадлежит A_6 . Тогда так как $A_6 \subseteq A_5 \subseteq A_4$, имеем, что x принадлежит A_4 , а значит, не принадлежит $A_1 \setminus A_4$. Противоречие. Значит, множество $A_6 \setminus A_9$ пустое, и множество $A_1 \setminus A_4$ пустое. Это значит, что $A_1 = A_2 = A_3 = A_4$ и $A_6 = A_7 = A_8 = A_9$, из чего следует, что $A_2 \setminus A_7 = A_3 \setminus A_8$.