

АЛКТГ дз 2

Татаринев Георгий

27 ноября 2021 г.

Задание 1

ДНФ: $\overline{x_1}x_2\overline{x_3} \vee \overline{x_1}x_2x_3 \vee x_1\overline{x_2}\overline{x_3} \vee x_1\overline{x_2}x_3$

КНФ: $(x_1 \vee x_2 \vee x_3)(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3})(\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee x_3)(\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3})$

Задание 2

$\neg(1 - > 1) = \neg 1 = 0$

Ответ: да

Задание 3

$\text{MAJ}(x, y, z) = xy + xz + yz$

функция симметрична относительно x,y,z

$\text{MAJ}(0,0,0)=0$

$\text{MAJ}(1,0,0)=0$

$\text{MAJ}(1,1,0)=0$

$\text{MAJ}(1,1,1)=1$

Задание 4

$x_1 \vee x_2 \vee \dots \vee x_n = x_1 + x_2 + \dots + x_n + x_1x_2 + \dots + x_1x_2\dots x_n$

количество слагаемых - все способы выбрать непустое подмножество множества переменных.

Ответ: $2^n - 1$

Задание 5

$\neg(x \wedge x) = \neg x$

$\neg\neg(x \wedge y) = x \wedge y$

$\neg(\neg x \wedge \neg y) = x \vee y$

Задание 6

$1 - > 1 = 1$

$1 \vee 1 = 1$

базис содержится в T_1

Ответ: нет

Задание 7

$$\neg \overline{x} = \overline{\neg x}$$

$$\neg \text{MAJ}(x_1, x_2, x_3) = \text{MAJ}(\neg x_1, \neg x_2, \neg x_3)$$

базис содержится в S

Ответ: нет

Задание 8

f - не монотонная -> есть переменная x_i и набор значений a_j из $\{0,1\}$ для остальных переменных, что $f(a_1, a_2, \dots, a_{i-1}, 1, \dots, a_n) = 0$ и $f(a_1, a_2, \dots, 0, \dots, a_n) = 1$

$$\text{тогда } g(x) = f(a_1, a_2, \dots, a_{i-1}, x, \dots, a_n)$$

Задание 9

Представим нашу функцию $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ в дизъюнктивной нормальной форме, тогда если в каком-то слагаемом был элемент $\neg x_i$, то в силу монотонности есть слагаемое, где есть элемент x_1 , а остальные множители такие же. Объединим их и избавимся от $\neg x_i$. И так пока не придём к базису.

Задание 10

а)

$$\text{PAR}(x_1, x_2, \dots, x_n) = x_1 + x_2 + \dots + x_n$$

индукция по n

база n=1

$$\text{PAR}(x_1) = x_1 \text{ верно}$$

переход $x_{n-1} \rightarrow x_n$

$$\text{PAR}(x_1, \dots, x_{n-1}, 0) = \text{PAR}(x_1, \dots, x_{n-1}) = \text{PAR}(x_1, \dots, x_{n-1}) + 0$$

$$\text{PAR}(x_1, \dots, x_{n-1}, 1) = \neg \text{PAR}(x_1, \dots, x_{n-1}) = \text{PAR}(x_1, \dots, x_{n-1}) + 1$$

б)

при n=1

$$\text{PAR}(x_1) = x_1$$

при n>1

$$\text{PAR}(1, 1, 0, \dots, 0) = 0$$

$$\text{PAR}(1, 0, 0, \dots, 0) = 1$$

функция PAR не монотонна -> не представима в виде ДНФ без отрицаний

Ответ: при n=1