АЛКТГ дз 2

Татаринов Георгий

6 октября 2021 г.

Задание 1

Рассмотрим граф-цикл длины 3. В нём степень каждой вершины равна 2. Предположим, что он 2 раскрашиваемый. Тогда среди 2 вершин найдётся 2 одного цвета, при этом в цикле длины 3 любые 2 вершины сосоедние. Тогда раскраска неправильная. Противоречие. Ответ: неверно

Задание 2

Дерево на $2n$ вершинах имеет 2-расскраску, при этом, вершин хотя бы одного из 2 цвтеов хотя бы n. Выберем n вершин одного цвета. Так как раскраска правильная, среди них нет 2 вершин, соединённых ребром, то есть раскраска правильная.

Задание 3

Пусть в дереве на 2021 вершинах 3 имеют степень 1, x имеют степень 3, y имеют степень хотя бы 4, $2018 - x - y$ имеют степень 2. Тогда сумма всех степеней равна удвоенному количеству рёбер и равна 4040. Тоесть, $3 + (2018 - x - y) * 2 + x * 3 + y * 4 \leq 4040$, из чего следует, что $x + 2 * y \leq 1$, отсюда, если $y \geq 1$, то $x + 2 * y \geq 2$ - противоречие, тогда $y = 0$, то есть, $3 + (2018 - x - y) * 2 + x * 3 = 4040$, то есть, $x = 1$. Ответ: 1

Задание 4

Пусть $A(x)$ верно если x принадлежит A, иначе неверно.
Аналогично для B.
$(A \bigcup B) \setminus (A \setminus B) \subseteq B$
$\forall x : (A(x) \vee B(x)) \wedge \neg(A(x) \wedge \neg B(x)) \to B(x)$
$\forall x : (A(x) \vee B(x)) \wedge (\neg A(x) \vee B(x)) \to B(x)$
$\forall x : (A(x)) \wedge (\neg A(x)) \vee B(x) \to B(x)$
$\forall x : B(x) \to B(x)$
Ответ: верно.

Задание 5

Пусть $A(x)$ верно если x принадлежит A, иначе неверно.
Аналогично для P и Q.
$\forall x : ((A(x) \to P(x)) \wedge (Q(x)) \to (A(x)))$
$\forall x : (A(x) \to P(x)) \wedge \forall x : (Q(x)) \to (A(x))$
$A \subseteq P \wedge Q \subseteq A$
Ответ: минимально возможной длины: $[20, 30]$ максимально возможной длины: $[10, 40]$

Задание 6

$A \bigcap X = B \bigcap X$
$A \bigcup Y = B \bigcup Y$
$(A \bigcup Y) \setminus X = (B \bigcup Y) \setminus X$
$(A \bigcap X) \bigcup ((A \bigcup Y) \setminus X) = (B \bigcap X) \bigcup ((B \bigcup Y) \setminus X)$
$(A \bigcap X) \bigcup (A \setminus X) \bigcup (Y \setminus X) = (B \bigcap X) \bigcup (B \setminus X) \bigcup (Y \setminus X)$
$A \bigcup (Y \setminus X) = B \bigcup (Y \setminus X)$
Ответ: верно.

Задание 7

Пусть x принадлежит $A_6 \setminus A_9$. Тогда x принадлежит A_6. Тогда так как $A_6 \subseteq A_5 \subseteq A_4$, имеем, что x принадлежит A_4, а значит, не принадлежит $A_1 \setminus A_4$. Противоречие. Значит, множество $A_6 \setminus A_9$ пустое, и множество $A_1 \setminus A_4$ пустое. Это значит, что $A_1 = A_2 = A_3 = A_4$ и $A_6 = A_7 = A_8 = A_9$, из чего следует, что $A_2 \setminus A_7 = A_3 \setminus A_8$.