

АЛКТГ дз 2

Татаринев Георгий

4 ноября 2021 г.

Задание 1

пусть:

A - множество всех раскрасок

A_1 - множество всех раскрасок, где незакрашенные клетки содержат верхний ряд

A_2 - множество всех раскрасок, где незакрашенные клетки содержат две средних вертикали

A_3 - множество всех раскрасок, где незакрашенные клетки содержат нижний ряд

тогда:

$$|A| = 2^{12}$$

$$|A_1| = 2^8$$

$$|A_2| = 2^6$$

$$|A_3| = 2^8$$

$$|A_1 \cap A_2| = 2^4$$

$$|A_1 \cap A_3| = 2^4$$

$$|A_2 \cap A_3| = 2^4$$

$$|A_1 \cap A_2 \cap A_3| = 2^2$$

$$|A_1 \cup A_2 \cup A_3| = |A_1| + |A_2| + |A_3| - |A_1 \cap A_2| - |A_3 \cap A_1| - |A_2 \cap A_3| + |A_1 \cap A_2 \cap A_3| = 8 + 6 + 8 - 4 - 4 - 4 + 2 = 12$$

Ответ:12

Задание 2

Рассмотрим двудольный граф, в одной доле которого профессии, в другой - люди, вершины соединены ребром, если человек владеет профессией. Тогда степень каждой вершины профессии равна 6, что означает, что всего рёбер 24. Каждой парой профессий владеет по 4 человека, это значит, что из каждой пары профессий, а их 6, можем найти 4 человека, каждый из которых соединён только с этими 2 профессиями, и ни с какими более, что означает, что можем найти $6 \cdot 4$ человека, степень каждого 2. Их суммарная степень равна $48 > 24$. Противоречие.

Ответ: невыполнимо

Задание 3

Если $|B| > 0$ и $|A| > 0$, то в B есть хотя бы 1 элемент. Отобразим все элементы A в этот элемент и получим сюръекцию. Тогда существует хотя бы 1 сюръекция, что значит, что количество элементов в B не более, чем в A . Ещё существует хотя бы 1 инъекция, что значит, что количество элементов в B не менее, чем в A . Тогда все сюръекции - биекции. Их количество $n!$ Если $|B| = 0$ и $|A| = 0$, то $0! = 1$
Ответ: $n!$

Задание 4

Задание 5

Задание 6

Задание 7

Задание 8

Задание 9

Задание 10