

# АЛКТГ дз 2

Татаринев Георгий

4 ноября 2021 г.

## Задание 1

пусть:

$A$ - множество всех раскрасок

$A_1$ - множество всех раскрасок, где незакрашенные клетки содержат верхний ряд

$A_2$ - множество всех раскрасок, где незакрашенные клетки содержат две средних вертикали

$A_3$ - множество всех раскрасок, где незакрашенные клетки содержат нижний ряд

тогда:

$$|A| = 2^{12}$$

$$|A_1| = 2^8$$

$$|A_2| = 2^6$$

$$|A_3| = 2^8$$

$$|A_1 \cap A_2| = 2^4$$

$$|A_1 \cap A_3| = 2^4$$

$$|A_2 \cap A_3| = 2^4$$

$$|A_1 \cap A_2 \cap A_3| = 2^2$$

$$|A_1 \cup A_2 \cup A_3| = |A_1| + |A_2| + |A_3| - |A_1 \cap A_2| - |A_3 \cap A_1| - |A_2 \cap A_3| + |A_1 \cap A_2 \cap A_3| = 8 + 6 + 8 - 4 - 4 - 4 + 2 = 12$$

Ответ: 12

## Задание 2

Рассмотрим двудольный граф, в одной доле которого профессии, в другой - люди, вершины соединены ребром, если человек владеет профессией. Тогда степень каждой вершины профессии равна 6, что означает, что всего рёбер 24. Каждой парой профессий владеет по 4 человека, это значит, что из каждой пары профессий, а их 6, можем найти 4 человека, каждый из которых соединён только с этими 2 профессиями, и ни с какими более, что означает, что можем найти  $6 \cdot 4$  человека, степень каждого 2. Их суммарная степень равна  $48 > 24$ . Противоречие.

Ответ: невыполнимо

## Задание 3

Если  $|B| > 0$  и  $|A| > 0$ , то в  $B$  есть хотя бы 1 элемент. Отобразим все элементы  $A$  в этот элемент и получим сюръекцию. Тогда существует хотя бы 1 сюръекция, что значит, что количество элементов в  $B$  не более, чем в  $A$ . Ещё существует хотя бы 1 инъекция, что значит, что количество элементов в  $B$  не менее, чем в  $A$ . Тогда все сюръекции - биекции. Их количество  $n!$ . Если  $|B| = 0$  и  $|A| = 0$ , то  $0! = 1$ .  
Ответ:  $n!$

Задание 4

Задание 5

Задание 6

Задание 7

Задание 8

Задание 9

Задание 10