isec Engenharia

Departamento de Engenharia Informática e de Sistemas

Investigação Operacional 2021/2022

Data: 18/02/2022 **Exame – Época de Recurso** **Duração: 2 horas**

Nota: Apresente **todos os cálculos** que efetuar e **justifique** convenientemente as suas respostas.

1. Considere o seguinte problema (*fictício*):

"*Uma pequena empresa familiar tem apostado na produção de brinquedos vintage, em madeira, dos quais se destacam os tradicionais piões e cavalos de baloiço em miniatura. A produção destes brinquedos envolve uma primeira fase de processamento automático (por uma máquina) e uma segunda fase de acabamento manual (por um artesão). A tabela abaixo apresenta o tempo necessário, de cada um dos recursos, na produção de cada item:*

	Tempo de máquina (minutos)	*Tempo de artesão (minutos)*
Pião	***13***	***20***
Cavalo de baloiço	***19***	***29***

*Durante a próxima semana, a máquina estará **40** horas disponível para a produção dos referidos brinquedos, enquanto o artesão disporá apenas de **35** horas para a tarefa de acabamento. Por outro lado, cada hora de trabalho da máquina custa **€10** à empresa, sendo o custo do artesão de **€5** por hora. Atualmente, a empresa vende cada pião a **€8** e cada cavalo de baloiço a **€12**. Para ir de encontro aos contratos de fornecimento que a empresa mantém com os clientes, a quantidade de piões produzidos não deverá ser inferior a **60%** da produção total. Por outro lado, o nº de cavalos de baloiço não deverá ser inferior a metade do nº de piões.*

Com base no exposto, a empresa pretende determinar o plano de produção para a próxima semana de forma a maximizar o seu lucro (assumindo que esta vende tudo o que produzir)."

Para auxiliar a empresa, **formule o problema descrito em termos de um modelo de programação linear**, indicando o significado das variáveis de decisão e da função objetivo.

2. Considere o seguinte problema de programação linear:

Minimizar $z = x_1 + 2x_2$

sujeito a

$x_1 - 2x_2 \leq 6$

$-x_1 + 3x_2 \leq 3$

$x_1 + x_2 \geq 8$

$x_1 \geq 0, \; x_2 \geq 0$

a) Resolva-o pelo **método dual do Simplex,** indicando, em cada iteração, a respetiva solução básica;

b) Formule o **problema dual** correspondente;

c) **Sem resolver o problema dual**, apresente a sua solução ótima, bem como o valor ótimo da sua função objetivo.

<u>**Cotações**</u>: 1 – 3,5 valores 2 – 5,5 valores 3 – 5,5 valores 4 – 5,5 valores

3. Considere agora o seguinte problema de programação linear:

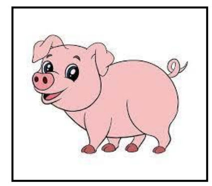
Maximizar $z = x_1 + 4x_2$
sujeito a
$3x_1 - x_2 \leq 6$
$2x_1 + x_2 \leq 4$
$x_1 \geq -1,\ x_2 \geq 0$

a) Resolva-o pelo **método gráfico**;

b) **Reformule o modelo** de forma a que todas as variáveis passem a ter restrição de não-negatividade;

c) Resolva o modelo reformulado pelo **método Simplex**.

4. A empresa PRASUINOS possui três unidades fabris, que designaremos por **F1**, **F2** e **F3**, onde se produz ração para suínos de excelente qualidade, devido à utilização dos equipamentos mais recentes e à seleção da melhor matéria-prima. A ração produzida nestas unidades, segue posteriormente para dois centros de distribuição, que designaremos por **C1** e **C2**, a partir dos quais é distribuída para vários pontos de venda, de norte a sul do país. Sabe-se que **F1**, **F2** e **F3**, conseguem produzir mensalmente **7**, **13** e **15** toneladas dessa ração, respetivamente, e que **C1** e **C2** necessitam, por mês, de **18** e **14** toneladas da mesma, respetivamente. A tabela com os custos unitários de transporte (em UM por tonelada), de cada fábrica para cada centro de distribuição, é a seguinte:



		Centros de Distribuição	
		C1	**C2**
Fábricas	**F1**	7	9
	F2	6	4
	F3	5	2

A empresa pretende saber qual o esquema que deve utilizar para transportar a ração das unidades fabris para os dois centros de distribuição, de forma a minimizar o custo total de transporte.

a) Determine uma solução básica admissível inicial pelo **método das penalidades**;

b) Partindo da solução determinada na alínea anterior, resolva o problema pelo **método dos transportes** indicando, no final, se alguma das fábricas irá ficar com excedente de ração;

c) Explique porque é que num problema de transportes, qualquer solução básica admissível tem no máximo "**nº de origens + nº de destinos – 1**" valores positivos.

Cotações: 1 – 3,5 valores 2 – 5,5 valores 3 – 5,5 valores 4 – 5,5 valores