

Investigação Operacional 2019/2020

Data: 06/02/2020

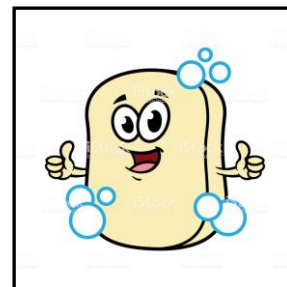
Exame – Época de Recurso

Duração: 2 horas

Nota: Apresente **todos os cálculos** que efectuar e **justifique** convenientemente as suas respostas.

1. Considere o seguinte problema (*fictício*):

“Nos últimos anos tem-se verificado uma preocupação crescente da indústria em geral, com a sustentabilidade ambiental, tentando criar métodos de produção que sejam amigos do ambiente. Nesse contexto, têm surgido em Portugal algumas marcas alternativas de produtos cosméticos, as quais se orgulham de utilizar apenas ingredientes biológicos e vegan, e de não testarem os seus produtos em animais. Uma dessas marcas, que se encontra sediada em Coimbra, é a GreenCosmetics, a qual se encontra a preparar um conjunto de workshops para o mês de maio, com o tema “Aprenda a fazer um sabonete 100% biológico”. Para a sua divulgação, no próximo mês de abril a GreenCosmetics está a considerar, além da publicidade nas redes sociais, alternativas como anúncios no jornal e rádio locais, bem como em outdoors localizados em vários pontos da cidade. A publicidade diária, na rádio, corresponde a um anúncio de 15 segundos antes de cada período noticioso; no jornal, corresponde a um oitavo de página numa folha interior desse diário; nos outdoors, corresponde à afixação, durante 24 horas, do anúncio em 6 paragens de autocarro espalhadas pela cidade. Os preços da publicidade em cada um dos meios referidos e a audiência esperada, encontram-se na tabela seguinte:



Publicidade Diária:	Rádio	Jornal	Outdoors
Custo (€)	200	60	40
Audiência prevista	10,000	5,000	1,800

A empresa que gere os outdoors, obriga a um mínimo de 10 dias de publicidade por mês (não têm que ser consecutivos). Por outro lado, para equilibrar a publicidade entre os três tipos de meios, não mais de metade deve recair no jornal e pelo menos 10% da publicidade total deve ocorrer na rádio. Além disso, a empresa dispõe de um orçamento mensal de 9.200€ para publicidade. A GreenCosmetic pretende saber quantos dias de publicidade deve comprar em cada um dos meios, de forma a maximizar a audiência total no próximo mês de abril.”

Para ajudar nesta tarefa, **formule o problema descrito em termos de um modelo de programação linear**, indicando o significado das variáveis de decisão e da função objetivo.

2. Considere o seguinte problema de programação linear:

$$\text{Minimizar } z = 2x_1 + 3x_2 + 7x_3$$

sujeito a

$$4x_1 - x_2 + x_3 \geq 14$$

$$2x_1 - 3x_2 + 2x_3 \geq 12$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$$

- Resolva-o pelo **método dual do Simplex** e indique, em cada iteração, a solução básica correspondente;
- Formule o problema dual** correspondente;
- Sem resolver o problema dual**, apresente a sua solução ótima, bem como o valor ótimo da sua função objetivo;
- Se o **problema dual tivesse solução não limitada**, como é que detetaria essa situação na resolução da alínea a)?

Cotações: 1 – 3,5 valores 2 – 6,5 valores 3 – 4,5 valores 4 – 5,5 valores

3. Considere agora o seguinte problema de programação linear:

Minimizar $z = x_1 + 2x_2$

sujeito a

$$-2x_1 + x_2 \leq 4$$

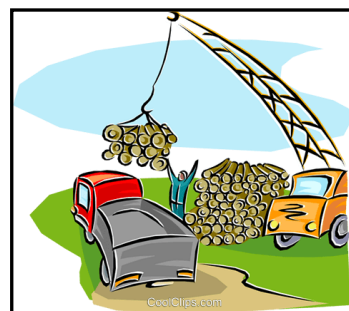
$$5x_1 + 3x_2 \leq 15$$

$$x_1 \text{ livre}, x_2 \geq -1$$

a) Resolva-o pelo **método gráfico**;

b) **Reformule o problema** de forma a que todas as variáveis de decisão tenham restrição de não-negatividade.

4. Determinada indústria de mobiliário, precisa urgentemente de fazer o transporte de madeira de três regiões florestais (**R1**, **R2** e **R3**) para as suas três unidades fabris (**F1**, **F2** e **F3**), onde esta é transformada e usada como matéria-prima na produção de móveis de diversos estilos. Sabe-se que em **R1**, **R2** e **R3**, existem, atualmente, **20**, **12** e **20** toneladas de madeira, respetivamente, e que **F1**, **F2** e **F3** necessitam de **15**, **8** e **10** toneladas da mesma, respetivamente.



A tabela com os custos de transporte (em unidades monetárias - *UM*), por

tonelada de madeira, de cada uma das regiões florestais para cada uma das fábricas, é a seguinte:

	F1	F2	F3
R1	9	2	1
R2	3	7	2
R3	6	4	6

a) Obtenha uma primeira solução básica admissível utilizando o **método das penalidades**;

b) Partindo da solução obtida na alínea a), resolva o problema pelo **método dos transportes**;

c) De acordo com a solução obtida na alínea anterior, indique se alguma das regiões florestais irá ficar com excedentes de madeira e em que quantidade.