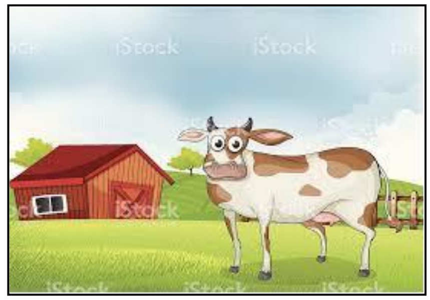
Departamento de Engenharia Informática e de Sistemas

Investigação Operacional 2018/2019		
Data: 07/01/2019	**Exame – Época Normal**	**Duração: 2 horas**

Nota: Apresente **todos os cálculos** que efectuar e **justifique** convenientemente as suas respostas.

1. Considere o seguinte problema:



"*O Sr. Faustino herdou, do seu falecido patrão, uma quinta de 100 hectares no interior alentejano e está a estudar uma forma de dividir a sua propriedade nas seguintes atividades produtivas:*

Arrendamento – destinar certa área a uma empresa agrícola local para plantação de girassóis, a qual se encarrega da atividade e paga 30.000€/hectare/ano pelo arrendamento da terra;

Pecuária – usar outra parte para a criação de gado bovino. A recuperação das pastagens requer adubação (100kg/hectare/ano) e irrigação (100.000 litros de água/hectare/ano). O lucro estimado dessa atividade é de 40.000€/hectare/ano;

Plantação de soja – usar uma terceira parte para a plantação de soja, cujo consumo em Portugal tem vindo a crescer nos últimos anos. Essa cultura requer, em média, 200 kg de adubos/hectare/ano e 200.000 litros de água para irrigação por hectare e por ano. O lucro estimado dessa atividade é de 50.000€/hectare/ano.

Anualmente, a disponibilidade de adubos é de cerca de 15.000 Kg, havendo nesse período 12.750.000 litros de água para consumo pelas atividades referidas.

De forma a respeitar a vontade do antigo proprietário, o Sr. Faustino pretende que a área a arrendar não seja inferior a metade da área a plantar de soja, e que a área destinada à pecuária não seja superior a 25% da área das outras duas atividades."

Sabendo que o Sr. Faustino pretende obter o máximo rendimento anual da sua quinta, **formule o problema em termos de um modelo de programação linear**, indicando o significado das variáveis de decisão e da função objetivo.

2. Considere o seguinte problema de programação linear:

Minimizar $z = x_1 + x_2$

sujeito a

$$-3x_1 - 3x_2 \leq 6$$
$$-4x_1 + 4x_2 \leq 2$$
$$x_1 \geq -1,\ x_2 \geq 0$$

a) **Reformule-o** de modo a que todas as variáveis tenham **restrição de não-negatividade**;

b) Resolva o problema reformulado pelo **método dual do Simplex**;

c) Comente a seguinte afirmação: "*Em termos gráficos, na resolução de qualquer problema o método dual do Simplex move-se apenas dentro da região admissível*."

Cotações: 1 – 3,5 valores 2 – 5,5 valores 3 – 5,5 valores 4 – 5,5 valores

3. Considere agora o seguinte problema de programação linear:

Maximizar $z = x_1 + 2x_2$

sujeito a

$-x_1 + x_2 \leq 2$

$x_1 + 3x_2 \leq 12$

$-x_1 + 2x_2 \geq 1$

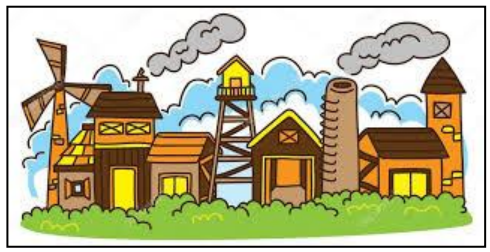
$x_1 \geq 0 , x_2 \geq 0$

a) Resolva-o pelo **método gráfico**;

b) Resolva-o pelo **método Simplex** com a **técnica do "Grande M**" e indique, em cada iteração, a solução básica correspondente;

c) Formule o **problema dual** correspondente ao problema acima apresentado.

4. Determinada indústria de pasta de papel possui três unidades fabris (**F1**, **F2** e **F3**), onde se produz pasta de excelente qualidade para exportação. A pasta produzida nestas unidades é armazenada em contentores que são transportados, por camião, para três empresas de exportação (**E1**, **E2** e **E3**). Estas últimas, localizadas no litoral, enviam os contentores para vários países por via marítima.



Sabe-se que **F1**, **F2** e **F3**, conseguem produzir mensalmente, **100**, **20** e **40** contentores de pasta, respetivamente. Por outro lado, **E1**, **E2** e **E3** precisam de **80**, **30** e **50** contentores desse produto, respetivamente, por mês.

A tabela com os custos de transporte, por contentor, de cada uma das origens para cada um dos destinos, é a seguinte:

	E1	**E2**	**E3**
F1	**1**	**9**	**3**
F2	**4**	**7**	**2**
F3	**8**	**5**	**4**

(Valores em centenas de euros)

a) Obtenha uma solução básica admissível inicial para o problema, usando o **método do Canto Noroeste**;

b) Partindo da solução obtida em a), resolva o problema pelo **método dos transportes**;

c) Explique o que acontece quando numa dada solução básica o nº de variáveis básicas é inferior a **m+n-1** (onde **m** é o nº de linhas e **n** é o nº de colunas do quadro).

Cotações: 1 – 3,5 valores 2 – 5,5 valores 3 – 5,5 valores 4 – 5,5 valores