

Investigação Operacional
Folha de Exercícios nº3
Dualidade e método dual do Simplex

1. Construa o modelo dual para cada um dos seguintes modelos de programação linear:

a) Maximizar $z = 3x_1 + 2x_2$

sujeito a

$$x_1 \leq 4$$

$$x_1 + 3x_2 \leq 15$$

$$2x_1 + x_2 \leq 10$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

b) Minimizar $z = 5x_1 + 4x_2 - x_3 + 3x_4$

sujeito a

$$3x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 \leq 24$$

$$3x_1 + 3x_2 + x_3 + 3x_4 \geq 36$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

c) Maximizar $z = 10x_1 + 20x_2$

sujeito a

$$-x_1 + 2x_2 \leq 15$$

$$x_1 + x_2 \leq 12$$

$$5x_1 + 3x_2 \leq 45$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

d) Maximizar $z = 2x_1 - 2x_2 + 3x_3$

sujeito a

$$-x_1 + x_2 + x_3 \leq 4$$

$$2x_1 - x_2 + x_3 \geq 2$$

$$x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 12$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

e) Minimizar $z = 12x_1 + 10x_2$

sujeito a

$$4x_1 + 5x_2 \geq 2$$

$$3x_1 + 2x_2 = 3$$

$$-x_1 + x_2 \leq 1$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

f) Minimizar $z = x_1 - 4x_2$

sujeito a

$$-3x_1 + x_2 \leq 6$$

$$x_1 + 2x_2 = 4$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

g) Maximizar $z = -x_1 + 2x_2 + x_3$

sujeito a

$$3x_2 + x_3 \leq 120$$

$$x_1 - x_2 - 4x_3 \geq 80$$

$$-3x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 100$$

h) Minimizar $z = 3x_1 + 2x_2 + 4x_3$

sujeito a

$$2x_1 + x_2 + 3x_3 = 60$$

$$3x_1 + 3x_2 + 5x_3 \geq 120$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

2. Considere o seguinte modelo de programação linear:Maximizar $z = 6x_1 + 8x_2$

sujeito a

$$5x_1 + 2x_2 \leq 20$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 10$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

- a) Construa o modelo dual para este modelo primal.
- b) Resolva pelo método gráfico os modelos primal e dual. Identifique os PEs (pontos extremos) admissíveis e os PEs não-admissíveis para ambos os modelos. Calcule os valores das funções objectivo para todas estes pontos.
- c) Resolva o modelo dual pelo método Simplex (usando a técnica do “Grande M”). Confirme que os resultados finais coincidem com os obtidos na alínea b).

3. Considere o seguinte modelo de programação linear:Maximizar $z = x_1 + 2x_2$

sujeito a

$$x_1 + 3x_2 \leq 8$$

$$x_1 + x_2 \leq 4$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

- a) Construa o modelo dual para este modelo primal.
- b) Resolva pelo método gráfico os modelos primal e dual. Identifique os PEs (pontos extremos) admissíveis e os PEs não-admissíveis para ambos os modelos. Calcule os valores das funções objectivo para todas estes pontos.
- c) Resolva o modelo dual pelo método Simplex (usando a técnica do “Grande M”). Confirme que os resultados finais coincidem com os obtidos na alínea b).

4. Considere o seguinte modelo de programação linear:Minimizar $z = x_1 + x_2$

sujeito a

$$x_1 + x_2 \leq 8$$

$$x_2 \geq 3$$

$$-x_1 + x_2 \leq 2$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

- a) Resolva o modelo pelo método gráfico;
- b) Resolva-o novamente pelo método dual do Simplex;
- c) Formule o modelo dual correspondente ao modelo anteriormente resolvido;
- d) Sem resolver o modelo dual, indique a solução ótima do mesmo.

5. Considere o seguinte modelo de programação linear:

Minimizar $z = 5x_1 + 2x_2 + 4x_3$

sujeito a

$$3x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 4$$

$$6x_1 + 3x_2 + 5x_3 \geq 10$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

- a) Resolva-o pelo método dual do Simplex;
- b) Formule o modelo dual correspondente ao modelo anteriormente resolvido;
- c) Sem resolver o modelo dual, indique a solução ótima do mesmo.

6. Considere o seguinte modelo de Programação Linear:

Maximizar $z = 3x_1 + 2x_2$

sujeito a

$$3x_1 + x_2 \leq 12$$

$$x_1 + x_2 \leq 6$$

$$5x_1 + 3x_2 \leq 27$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

- a) Formule o modelo dual que lhe está associado;
- b) Resolva o modelo dual anteriormente formulado pelo método dual do Simplex;
- c) Sem resolver o modelo primal, obtenha a solução ótima do mesmo. Refira onde foi buscar os valores.

7. Considere o seguinte modelo de programação linear:Minimizar $z = x_1 + 2x_2 + 4x_3$

sujeito a

$$x_1 + 3x_2 \leq 5$$

$$x_1 + 3x_3 \geq 4$$

$$x_2 + x_3 \leq 9$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

- a) Resolva-o pelo método dual do Simplex;
- b) Formule o modelo dual que lhe está associado;
- c) A partir dos resultados obtidos na alínea a), indique qual é a solução ótima do modelo dual.

8. Considere o seguinte modelo de programação linear:Minimizar $z = 4x_1 + x_2$

sujeito a

$$3x_1 - x_2 \leq 5$$

$$x_1 + 4x_2 \geq 3$$

$$2x_1 + x_2 \leq 4$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

- a) Resolva o modelo pelo método gráfico;
- b) Resolva o mesmo modelo usando o método dual do Simplex;
- c) Formule o modelo dual correspondente;
- d) A partir dos resultados obtidos na alínea b), indique qual é a solução ótima do modelo dual.

9. Considere o seguinte modelo de programação linear:Minimizar $z = 2x_1 + 3x_2 + x_3$

sujeito a

$$2x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 8$$

$$x_1 + 3x_3 \geq 6$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 2$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

- a) Formule o modelo dual correspondente;
- b) Obtenha a solução do modelo primal pelo método dual do Simplex;
- c) Sem resolver o modelo dual, apresente a solução ótima do mesmo.

10. Considere o seguinte modelo de programação linear:Minimizar $z = 2x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4$

sujeito a

$$2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 \leq 6$$

$$x_1 + x_3 \geq 2$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 \leq 4$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

- a) Resolva-o pelo método dual do Simplex;
- b) Formule o modelo dual que lhe está associado;
- c) A partir dos resultados obtidos na alínea a), indique qual é a solução ótima do modelo dual.