Departamento de Engenharia Informática e de Sistemas

Investigação Operacional 2021/2022

Data: 03/02/2022 **Exame – Época Normal** **Duração: 2 horas**

Nota: Apresente **todos os cálculos** que efetuar e **justifique** convenientemente as suas respostas.

1. Considere o seguinte problema (*fictício*):

"*Determinada fábrica de engarrafamento de água natural de nascente, situada na região de Coimbra, pretende ajuda na resolução de um problema de planeamento. Nessa fábrica existem duas máquinas de enchimento, que designaremos por **A** e **B**, tendo a **A** sido projetada para garrafas de **0,75** litros e a **B** para garrafas de **1,5** litros. Não obstante, cada uma delas pode ser usada para ambos os tipos de garrafas, embora com alguma perda de eficiência. Na tabela seguinte encontram-se os dados relativos ao desempenho das duas máquinas no enchimento dos dois tamanhos de garrafas.*

Máquina	***Garrafas de 0,75 litros***	***Garrafas de 1,5 litros***
A	*100/minuto*	*40/minuto*
B	*60/minuto*	*75/minuto*

*Por outro lado, sabe-se que estas máquinas podem funcionar durante **8** horas por dia, **5** dias por semana. Sabe-se ainda que o lucro do enchimento de cada garrafa de **0,75** litros é de **€0,10** e de cada garrafa de **1,5** litros é de **€0,20**. Além disso, semanalmente a fábrica dispõe de **30000** litros de água para engarrafar, existindo a indicação de que o mercado não consegue absorver mais do que **25000** garrafas de **0,75** litros e **7000** garrafas de **1,5** litros, por semana. Dado o exposto, a fábrica pretende conhecer o plano de engarrafamento semanal que lhe permitirá maximizar o lucro.*"

Para a auxiliar nesta questão, **formule o problema descrito em termos de um modelo de programação linear**, indicando o significado das variáveis de decisão e da função objetivo.

2. Considere o seguinte problema de programação linear:

Minimizar $z = 4x_1 + x_2$

sujeito a

$$2x_1 + x_2 \geq 4$$
$$-x_1 + x_2 \leq 1$$
$$x_1 - x_2 \leq 2$$
$$x_1 \geq 0, \; x_2 \geq 0$$

a) Resolva-o pelo **método Simplex**, usando a **técnica das Duas fases**;

b) Formule o **problema dual** correspondente;

c) **Sem resolver o problema dual**, apresente a sua solução ótima, bem como o valor ótimo da sua função objetivo.

Cotações: 1 – 3,5 valores 2 – 6,0 valores 3 – 4,5 valores 4 – 6,0 valores

3. Considere agora o seguinte problema de programação linear:

Minimizar $z = x_1 + 2x_2$

sujeito a

$$x_1 - 2x_2 \leq 6$$
$$-x_1 + 3x_2 \leq 3$$
$$x_1 + x_2 \leq 8$$
$$x_1 \geq 0$$

a) Resolva-o pelo **método gráfico**;

b) Indique que **substituição de variáveis** teria que efetuar, para que o modelo acima pudesse ser resolvido pelo método Simplex (note que não é necessário apresentar o modelo reformulado). Face à resolução da alínea a), indique também qual seria o valor dessas variáveis no quadro ótimo.

c) Em termos gráficos, dois pontos extremos admissíveis são adjacentes quando se encontram ligados por uma única aresta na região admissível. Correspondentemente, quando é que duas soluções básicas admissíveis são adjacentes?

4. Uma cooperativa agrícola de produtores de leite pretende otimizar o seu processo de recolha do leite produzido junto dos seus associados. A cooperativa tem como associados três grandes explorações (**E1**, **E2** e **E3**) cuja produção diária é de **7**, **4** e **6** milhares de litros de leite, respetivamente. O leite deve ser recolhido nas explorações e entregue em três centros de processamento (**C1**, **C2** e **C3**) onde será sujeito a uma série de operações com vista a transformá-lo no produto final. Os centros **C1**, **C2**, e **C3** têm capacidade para processar **3**, **5** e **9** milhares de litros de leite por dia, respetivamente.

Os custos de transporte, por milhar de litros, entre as explorações e os centros de processamento são dados pela tabela abaixo. Note-se que devido a obras de manutenção, o trajeto entre a exploração **E2** e o centro de processamento **C2** encontra-se intransitável.

	C1	C2	C3
E1	8	2	6
E2	5	---	5
E3	2	6	3

Custos em unidades monetárias (UM)

a) Determine uma solução básica admissível inicial pelo **método do canto noroeste**;

b) Partindo da solução determinada na alínea anterior, resolva o problema pelo **método dos transportes** de forma a minimizar o custo total de transporte;

c) De acordo com a solução ótima obtida em **b)**, indique qual a proveniência do leite que será diariamente processado em **C3**.

Cotações: 1 – 3,5 valores   2 – 6,0 valores   3 – 4,5 valores   4 – 6,0 valores