

Investigação Operacional 2019/2020

Data: 20/01/2020

Exame – Época Normal

Duração: 2 horas

Nota: Apresente **todos os cálculos** que efectuar e **justifique** convenientemente as suas respostas.

1. Considere o seguinte problema (fictício):

“Uma equipa de cientistas de uma universidade portuguesa, estudou o quanto (e onde) Portugal tremeu ao longo de várias centenas de anos, mais precisamente entre 1300 e 2014. Com base nesses dados, elaborou um mapa de intensidade sísmica a partir do qual podemos observar que, na região de Coimbra, existem duas zonas bem definidas (A e B) com elevado risco sísmico. Como é impossível prever com exatidão quando e onde ocorrerá uma catástrofe desta natureza, é da maior importância delinear um plano de emergência que permita minimizar os danos. Nesse sentido, a Comunidade Intermunicipal da Região de Coimbra, pretende elaborar um plano para transportar vítimas a hospitais, no caso da ocorrência de um sismo grave. Por questões de simplicidade, assume-se que apenas as duas zonas anteriormente mencionadas, A e B, serão afetadas, e que as vítimas serão transportadas para três hospitais: Centro Hospitalar e Universitário de Coimbra (1), Hospital dos Covões (2) e Hospital Distrital da Figueira da Foz (3). Numa tal situação, estima-se que haverá **300** vítimas na zona A e **200** na zona B. O tempo de viagem do ponto A aos hospitais 1, 2 e 3, é de **10**, **15** e **35** minutos, respetivamente. Por seu lado, do ponto B, os tempos de transporte são de **20**, **15** e **15** minutos, respetivamente. A capacidade dos três hospitais para estes casos de emergência são **250**, **170**, **150** vítimas, respetivamente. O plano em elaboração, deverá indicar o esquema de distribuição das vítimas que permitirá minimizar o tempo total despendido no transporte para os hospitais.”



Para ajudar nesta tarefa, **formule o problema descrito em termos de um modelo de programação linear**, indicando o significado das variáveis de decisão e da função objetivo.

2. Considere o seguinte problema de programação linear:

$$\text{Maximizar } z = 2x_1 - 4x_2 + x_3$$

sujeito a

$$x_1 + x_3 \leq 4$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 8$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$$

- Resolva-o pelo **método Simplex**, usando a **técnica das Duas fases**;
- Formule o problema dual correspondente;
- Sem resolver o problema dual**, apresente a sua solução ótima, bem como o valor ótimo da sua função objetivo;
- Comente a seguinte afirmação: “A 1ª fase da técnica das Duas Fases tem como objetivo obter uma solução básica admissível para o problema de programação linear. Quando esse objetivo não é cumprido, pode concluir-se que o problema não tem solução ótima finita.”

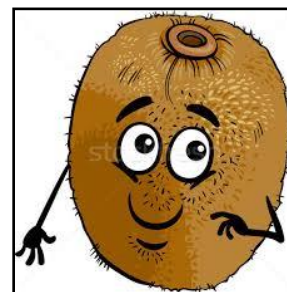
Cotações: 1 – 3,5 valores 2 – 6,5 valores 3 – 4,5 valores 4 – 5,5 valores

3. Considere agora o seguinte problema de programação linear:

Minimizar $z = x_1 - x_2$
 sujeito a
 $5x_1 - x_2 \leq 5$
 $-x_1 - 3x_2 \leq -3$
 $2x_1 + x_2 \leq 4$
 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$

- Resolva-o pelo **método gráfico**;
- Na sua opinião, poderia resolver-se este problema pelo **método dual do Simplex**? Justifique convenientemente a sua resposta.

4. A empresa *JuicyKiwi* produtora de kiwis do Norte de Portugal, pretende transportar a fruta produzida nas suas três plantações (**P1**, **P2**, **P3**), para três empresas (**E1**, **E2** e **E3**) responsáveis pela sua exportação para diversos países europeus. As plantações **P1**, **P2** e **P3** produzem, anualmente, 3, 9 e 3 toneladas de kiwis, respetivamente. Por outro lado, em cada ano, **E1**, **E2** e **E3** encomendam 6, 4 e 5 toneladas dessa fruta, respetivamente. Os custos de transporte de cada tonelada de kiwis, de cada plantação para cada uma das empresas, são dados pela seguinte tabela:



	E1	E2	E3
P1	6	4	2
P2	1	3	4
P3	4	2	3

(Valores em Unidades Monetárias)

- Obtenha uma **solução básica admissível inicial** para o problema, usando o **método do Mínimo da Matriz de Custos**;
- Partindo da solução obtida em a), resolva o problema pelo **método dos transportes**;
- Analise a solução à luz do problema real, apresentando-a nos termos em que será comunicada à empresa *JuicyKiwi*.