

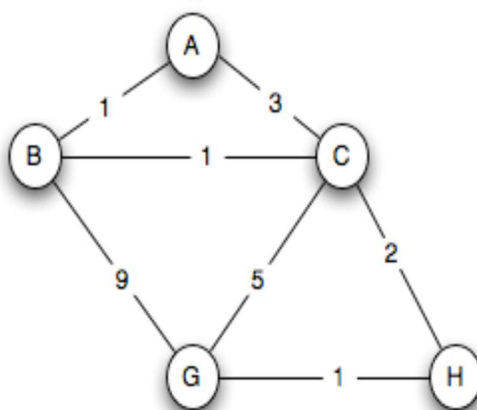
## Introdução à Inteligência Artificial

Licenciatura em Engenharia Informática, Engenharia Informática – Pós Laboral e  
Engenharia Informática – Curso Europeu  
2º Ano – 1º semestre  
Aulas Laboratoriais

---

### Ficha 6: Pesquisa no espaço de estados

#### I. Aplicação de Métodos de Pesquisa



**Figura 1** – Grafo com ligações e respetivos custos.

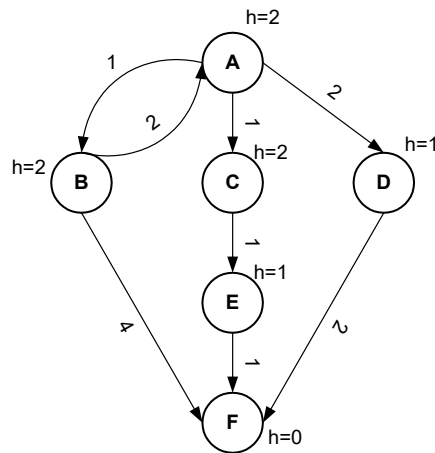
1. No grafo que se apresenta na figura 1, todas as ligações existentes podem ser percorridas nos dois sentidos e os custos das ligações são os números que aparecem entre os nodos. Pretende-se encontrar o caminho mais curto entre A e G, sabendo que uma função heurística foi aplicada a cada um dos nós, cujas estimativas produzidas são as seguintes:  $h(A)=5$ ,  $h(B)=4$ ,  $h(C)=1$ ,  $h(G)=0$  e  $h(H)=1$ . Considere ainda que:

- Existe um mecanismo que deteta os ciclos ao longo de um caminho (ou seja, evita ciclos);
- Em caso de empate os nós são expandidos por ordem alfabética.

Sendo assim, responda às seguintes questões:

- a) Apresente a árvore de pesquisa gerada pelo método de pesquisa em profundidade e especifique qual a solução proposta por este algoritmo;
- b) Apresente a árvore de pesquisa gerada pelo método de pesquisa em largura e especifique qual a solução proposta por este algoritmo;
- c) Apresente a árvore de pesquisa gerada pelo método de pesquisa sôfrega e especifique qual a solução proposta por este algoritmo;
- d) Apresente a árvore de pesquisa gerada pelo método de pesquisa uniforme e especifique qual a solução proposta por este algoritmo;
- e) Apresente a árvore de pesquisa gerada pelo A\* e especifique qual a solução proposta por este algoritmo;

- f) Quantos nós foram expandidos por cada um dos métodos aplicados?
- g) Altere os valores das heurísticas e mostre de que forma é que uma heurística não-admissível pode impedir o A\* de encontrar uma solução ótima.

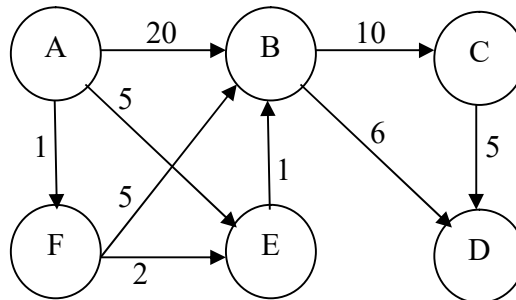


**Figura 2** – Grafo com ligações, custos e respetivas heurísticas.

2. As ligações do grafo da figura 2 podem ser percorridas apenas numa direção. Os custos das ligações e as estimativas feitas pela heurística estão indicados na figura 2. Pretende-se encontrar o caminho mais curto entre A e F. Considere ainda que:
- Existe um mecanismo que deteta os ciclos ao longo de um caminho (ou seja, evita ciclos);
  - Em caso de empate os nós são expandidos por ordem alfabética.

Sendo assim, responda às seguintes questões:

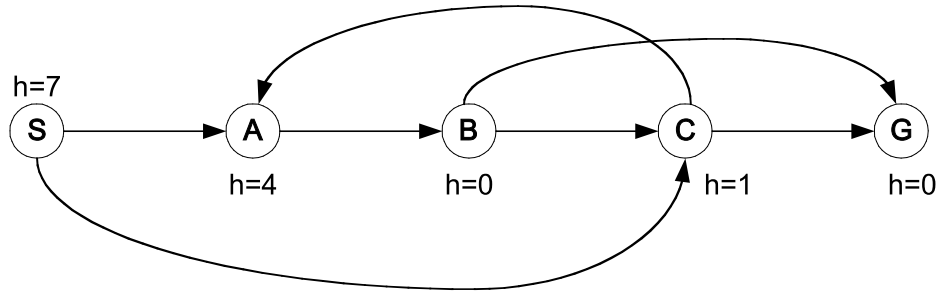
- a) Apresente a árvore de pesquisa gerada pelo método de pesquisa em profundidade e especifique qual a solução proposta por este algoritmo;
  - b) Apresente a árvore de pesquisa gerada pelo método de pesquisa em largura e especifique qual a solução proposta por este algoritmo;
  - c) Apresente a árvore de pesquisa gerada pelo método de pesquisa sôfrega e especifique qual a solução proposta por este algoritmo;
  - d) Apresente a árvore de pesquisa gerada pelo método de pesquisa uniforme e especifique qual a solução proposta por este algoritmo;
  - e) Apresente a árvore de pesquisa gerada pelo A\* e especifique qual a solução proposta por este algoritmo;
  - f) Quantos nós foram expandidos por cada um dos métodos aplicados?
3. Os custos das ligações estão indicados no grafo da figura 3. As heurísticas de cada nó são:  $h(A)=45$ ,  $h(B)=15$ ,  $h(C)=5$ ,  $h(D)=0$ ,  $h(E)=16$ ,  $h(F)=40$ . Pretende-se encontrar o caminho mais curto entre A e D.



**Figura 3** – Grafo com ligações e respetivos custos.

- a) Apresente a árvore de pesquisa completa;

- b) Indique quais as soluções (e os respectivos custos) que são propostas pelos seguintes métodos:
- Pesquisa em profundidade;
  - Pesquisa sôfrega;
  - A\*.
4. Considere o seguinte grafo em que as ligações existentes apenas podem ser percorridas numa direção.



**Figura 4** – Grafo com ligações e respetivas heurísticas.

Utilizou-se o A\* para encontrar o caminho mais curto entre S e G. Foi adotada a heurística admissível h. Na figura 4 pode confirmar os valores atribuídos por h. Em cada iteração de execução do algoritmo surgiu a lista ordenada dos caminhos parciais que estão a ser expandidos. A ordenação foi feita pelo valor de f do último nó do caminho parcial. Os passos de execução do algoritmo podem ser consultados na lista seguinte:

- $\{(S), f(S)=7\}$ ;
- $\{(S,A), f(A)=5\}, \{(S,C), f(C)=5\}$ ;
- $\{(S,A,B), f(B)=2\}, \{(S,C), f(C)=5\}$ ;
- $\{(S,A,B,C), f(C)=4\}, \{(S,C), f(C)=5\}, \{(S,A,B,G), f(G)=10\}$ ;
- $\{(S,C), f(C)=5\}, \{(S,A,B,C,G), f(G)=7\}, \{(S,A,B,G), f(G)=10\}$ ;
- $\{(S,A,B,C,G), f(G)=7\}, \{(S,C,G), f(G)=8\}, \{(S,C,A), f(A)=9\}, \{(S,A,B,G), f(G)=10\}$ ;
- Pesquisa termina.

Determine o custo de cada ligação entre dois nós do grafo, considerando que:

- Existe um mecanismo de deteção de ciclos nos caminhos gerados;
- Em caso de empate, os nós são expandidos por ordem alfabética.

## II. Definição de Heurísticas

- Uma marca de bicicletas possui 3 lojas para venda nos seguintes locais: Porto, Lisboa e Coimbra. Possui ainda 2 fábricas localizadas em Viseu e Castelo Branco. As lojas necessitam que lhes sejam fornecidas bicicletas. As quantidades solicitadas por cada loja são as seguintes: 325 para o Porto, 300 para Lisboa e 275 para Coimbra. A quantidade pronta a ser distribuída nas fábricas é a seguinte: 350 bicicletas concluídas em Viseu e 625 em Castelo Branco. Os custos para transportar uma bicicleta de uma fábrica para uma determinada loja estão especificados na seguinte matriz de custos (custos de transporte para uma bicicleta):

	Porto	Lisboa	Coimbra
Viseu	2.5	1.7	1.8
Castelo Branco	2.2	1.8	1.4

Pretende-se satisfazer as necessidades das 3 lojas com as quantidades em stock existentes nas fábricas. O problema consiste em determinar que fábrica abastece cada uma das lojas. A solução deve garantir que o custo total de transporte das bicicletas seja mínimo.

Considerando que cada loja recebe toda a mercadoria de uma só fábrica, responder às seguintes alíneas, justifique convenientemente as suas propostas:

- a) Apresente propostas para as seguintes componentes:
    - i. Caracterização de um estado, estado inicial e teste para detetar estados finais;
    - ii. Operadores de mudança de estado e custo associado.
  - b) Apresente a árvore de pesquisa gerada pelo método de pesquisa em profundidade e indique qual a solução proposta;
  - c) Proponha uma heurística admissível para o problema;
  - d) Apresente a árvore de pesquisa gerada pelo método de pesquisa sôfrega e indique qual a solução proposta;
  - e) Apresente a árvore de pesquisa gerada pelo A\* e indique qual a solução proposta.
2. Considere que existe uma grelha 4×4 com 4 veículos na primeira linha, identificados pelas letras A, B, C, D. Os veículos devem mover-se até à última linha, garantindo que a ordem fica invertida (o veículo D fica na primeira coluna, o C fica na segunda e assim sucessivamente).

A	B	C	D

→

D	C	B	A

As ações legais envolvem a movimentação de um veículo para uma das 4 células adjacentes (cima, baixo, esquerda, direita). Não é possível ultrapassar a fronteira, nem ter 2 veículos a ocupar o mesmo local. Se uma célula adjacente da posição atual se encontrar ocupada, o veículo pode saltar por cima para a posição imediatamente a seguir. Todas as ações têm custo unitário e o objetivo é atingir o estado final no menor número possível de movimentos. O algoritmo A\* vai ser utilizado para encontrar uma solução.

- a) Qual o fator de ramificação máximo neste problema? Justifique a sua resposta;
  - b) Apresente uma estimativa para a profundidade esperada da árvore gerada pelo A\*. Justifique a sua resposta;
  - c) Proponha uma heurística admissível para o problema;
  - d) Expanda 10 nós da árvore de pesquisa gerada pelo A\*.
3. Considere um sistema de N elevadores num prédio de 101 pisos (R/C + 100 andares). Estes elevadores pertencem a 3 grupos:
- i. Os elevadores do grupo A só param de 20 em 20 andares (i.e., em 0, 20, 40...);
  - ii. Os elevadores do grupo B só param de 10 em 10 andares;
  - iii. Os elevadores do grupo C param em todos os andares.

Além disso, os elevadores do grupo A viajam à velocidade  $v$ , os do grupo B à velocidade  $v/2$  e os do grupo C à velocidade  $v/4$ . Pretende implementar-se um sistema que, baseado na pesquisa A\*, encontre o trajeto de tempo mínimo entre quaisquer 2 pisos. Para simplificar o problema, considere que o tempo de espera de mudança de elevador em qualquer piso é desprezível (ou seja, pode assumir

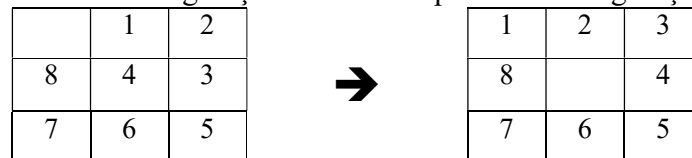
que o elevador desejado está sempre disponível e que o tempo que demora uma mudança entre elevadores é nulo).

- Quais os operadores que devem ser considerados para efeito de geração dos sucessores de um estado?
- Sugira, justificando, uma heurística admissível para este problema;
- Apresente a árvore de pesquisa gerada pela pesquisa sôfrega para uma viagem entre o R/C e o 19º andar;
- Apresente a árvore de pesquisa gerada pelo A\* para a mesma viagem;
- Apresente um exemplo que mostre que a pesquisa sôfrega não é um método ótimo.

### III. Resolução do Problema Puzzle-8

O problema do puzzle-8 joga-se num tabuleiro com 9 posições. Existem 8 peças que devem ser colocadas numa determinada configuração através da aplicação de uma sequência de movimentos simples. Os movimentos válidos consistem em deslocar uma peça para o espaço livre.

Exemplo: Obter a configuração da direita a partir da configuração da esquerda.



- Quais os operadores que devem ser considerados para efeito de geração dos sucessores de um estado? Qual o custo de cada operador?
- Existem duas heurísticas habituais para este problema:
  - H1 (*Tiles Out*): Número de peças fora da posição desejada;
  - H2 (*City Block*): Soma das distâncias de Manhattan entre a posição atual de cada peça e a posição desejada.

As heurísticas H1 e H2 são admissíveis?

- Apresente a árvore de pesquisa gerada pela pesquisa em profundidade para o exemplo indicado em cima;
- Apresente a árvore de pesquisa gerada pela pesquisa sôfrega (heurística H1) para o exemplo indicado em cima;
- Apresente a árvore de pesquisa gerada pelo A\* (heurística H1) para o exemplo indicado em cima.