

Investigação Operacional 2017/2018

Data: 29/01/2018

Exame – Época Normal

Duração: 2 horas

Nota: Apresente **todos os cálculos** que efectuar e **justifique** convenientemente as suas respostas.

1. Considere o seguinte problema:

“A anemia é uma doença decorrente de baixos níveis de hemoglobina no sangue, a qual é a proteína responsável pelo transporte de oxigénio. Sendo a anemia mais comum a que é causada pela deficiência de ferro no organismo, para a prevenir deve adotar-se uma dieta rica em ferro, vitamina A, vitamina B12 e ácido fólico, nutrientes esses que podem ser encontrados em diversos alimentos, tais como espinafres, cenouras e ovos.



Dada a grande prevalência desta doença em Portugal, a clínica MaisSaúde decidiu apostar na prevenção, recomendando aos seus pacientes uma dieta que, ao menor custo possível, inclua nas principais refeições do dia os alimentos que permitam satisfazer 100% das necessidades diárias de cada um dos nutrientes. A tabela abaixo apresenta os valores dessas necessidades, além de outros dados importantes. Para facilitar, cada alimento é quantificado em porções, sendo que uma porção corresponde a 100g.

| | | Nutrientes em cada porção do alimento | | | | Preço/porção (€) |
|-----------|----------------------|---------------------------------------|-----------------|-------------------|-------------------|------------------|
| | | Ferro (mg) | Vitamina A (UI) | Vitamina B12 (µg) | Ácido Fólico (mg) | |
| Alimentos | Espinafres | 3 | 7400 | 0 | 0.4 | 0.53 |
| | Cenouras | 1 | 14500 | 0.1 | 0.005 | 0.35 |
| | Ovos | 0.9 | 3215 | 1 | 0.05 | 0.72 |
| | Necessidades diárias | 8 | 4500 | 2 | 0.4 | |

Além disso, existe a recomendação de que a quantidade total desses alimentos, a ingerir diariamente, não deve ultrapassar 1,5kg.

Para ajudar os médicos da clínica MaisSaúde a estabelecer a dieta, formule o problema em termos de um modelo de programação linear, indicando o significado das variáveis de decisão e da função objetivo.

2. Considere o seguinte problema de programação linear:

$$\begin{aligned} &\text{Minimizar } z = -x_1 + 2x_2 \\ &\text{sujeito a} \\ &\quad x_1 + 3x_2 \geq 6 \\ &\quad x_1 - x_2 \leq 1 \\ &\quad x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

- Resolva-o pelo método Simplex usando a técnica do “Grande M” e identifique, em cada iteração, a solução básica correspondente;
- Explique qual o objetivo de se usar a técnica do “Grande M” e de que forma é que esta técnica consegue garantir que esse objetivo é atingido.

Cotações: 1 – 3,5 valores 2 – 5,5 valores 3 – 5,5 valores 4 – 5,5 valores

3. Considere agora o seguinte problema de programação linear:

$$\begin{aligned} &\text{Maximizar } z = -x_1 + 4x_2 \\ &\text{sujeito a} \\ &\quad 3x_1 + 2x_2 \geq 12 \\ &\quad -3x_1 + 4x_2 \leq 12 \\ &\quad x_1 \leq 5 \\ &\quad x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

- a) Resolva-o pelo método gráfico;
- b) Formule o problema dual correspondente ao problema acima apresentado;
- c) Refira se alguma(s) das soluções seguintes poderia(m) constituir uma solução ótima para o problema dual: **A** = $(u_1, u_2, u_3) = (2, -1, 2)$; **B** = $(u_1, u_2, u_3) = (-1, 2, 3)$; **C** = $(u_1, u_2, u_3) = (-1, 2, 2)$

4. Determinada companhia de produtos farmacêuticos possui três laboratórios **L1**, **L2** e **L3**, os quais produzem um conhecido medicamento que é posteriormente transportado para dois centros de distribuição **C1** e **C2**, a partir dos quais é difundido para as farmácias de todo o país. Sabe-se que os laboratórios produzem diariamente 6, 6 e 4 lotes do medicamento, respetivamente. Os centros de distribuição necessitam de receber, por dia, 7 e 7 lotes do medicamento, respetivamente. Na tabela abaixo apresentam-se os custos de transporte de cada lote, expressos em unidades monetárias (UM):



| | C1 | C2 |
|----|----|----|
| L1 | 2 | 6 |
| L2 | 3 | 5 |
| L3 | 1 | 4 |

- a) Obtenha uma solução básica admissível inicial para o problema pelo método das Penalidades;
- b) Partindo da solução obtida em a), resolva o problema pelo método dos transportes;
- c) Interprete a solução ótima obtida, indicando quantos lotes de medicamento serão transportados de cada laboratório para cada centro de distribuição e se haverá excedentes em algum dos laboratórios.