METODI MATEMATICI PER L'INFORMATICA

Logica Proposizionale (Seconda Parte)

Le due proposizioni composte $p \wedge q$ e $q \wedge p$ hanno la stessa tabella di verità.

Le due proposizioni composte $p \wedge q$ e $q \wedge p$ hanno la stessa tabella di verità.

Accade spesso che si voglia dimostrare che ciò è vero (o è falso) per una coppia di proposizioni.

Le due proposizioni composte $p \wedge q$ e $q \wedge p$ hanno la stessa tabella di verità.

Accade spesso che si voglia dimostrare che ciò è vero (o è falso) per una coppia di proposizioni.

Quindi è opportuno dare una definizione per introdurre una terminologia.

Definizione

Due proposizioni composte p, q sono logicamente equivalenti se p e q hanno la stessa tabella di verità.

Per denotare il fatto che p, q sono logicamente equivalenti, useremo la notazione $p \equiv q$.

Per provare che $p \equiv q$ basta scrivere le tabelle di verità di p e q e provare che esse sono uguali.

Esempio: OR esclusivo

p	q	$p \oplus q$
T	T	F
T	F	T
F	T	T
F	F	F

Esempio: OR esclusivo

$$p \oplus q \equiv (p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$$

Costruire una tabella di verità per proposizioni composte

Per costruire una tabella di verità per proposizioni composte occorre:

Costruire una tabella di verità per proposizioni composte

Per costruire una tabella di verità per proposizioni composte occorre:

- individuare le proposizioni elementari di cui è formata la proposizione composta e le corrispondenti combinazioni di valori T, F che possono assumere tali proposizioni elementari,

Costruire una tabella di verità per proposizioni composte

Per costruire una tabella di verità per proposizioni composte occorre:

- individuare le proposizioni elementari di cui è formata la proposizione composta e le corrispondenti combinazioni di valori T, F che possono assumere tali proposizioni elementari,
- costruire le tabelle di verità delle "proposizioni composte ausiliarie" (tutte le proposizioni intermedie che concorrono a formare la proposizione composta),

Costruire una tabella di verità per proposizioni composte

Per costruire una tabella di verità per proposizioni composte occorre:

- individuare le proposizioni elementari di cui è formata la proposizione composta e le corrispondenti combinazioni di valori T, F che possono assumere tali proposizioni elementari,
- costruire le tabelle di verità delle "proposizioni composte ausiliarie" (tutte le proposizioni intermedie che concorrono a formare la proposizione composta),
- completare la tabella di verità per la proposizione composta assegnata.

Esempio: OR esclusivo

p	q	$p \oplus q$	$(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$	$p \wedge \neg q$	$\neg p \wedge q$
T	T	F	?	?	?
T	F	T	?	?	?
F	T	T	?	?	?
F	F	F	?	?	?

Esempio: OR esclusivo

p	q	$p \oplus q$	$(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$	$p \wedge \neg q$	$\neg p \wedge q$
T	T	F	?	?	?
T	F	T	?	?	?
F	T	T	?	?	?
F	F	F	?	?	?

Le proposizioni semplici sono p e q, le proposizioni composte ausiliarie sono $(p \wedge \neg q)$ e $(\neg p \wedge q)$.

p	q	$p \oplus q$	$(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$	$p \wedge \neg q$	$\neg p \wedge q$
T	T	F	?	F	?
T	F	T	?	T	?
F	T	T	?	F	?
F	F	F	?	F	?

Esempio: OR esclusivo

p	q	$p \oplus q$	$(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$	$p \wedge \neg q$	$\neg p \wedge q$
T	T	F	?	F	F
T	F	T	?	T	F
F	T	T	?	F	T
F	F	F	?	F	F

Esempio: OR esclusivo

p	q	$p \oplus q$	$(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$	$p \wedge \neg q$	$\neg p \wedge q$
T	T	F	F	F	F
T	F	T	T	T	F
F	T	T	T	F	T
F	F	F	F	F	F

Tabelle di verità di proposizioni composte

Nell'esempio precedente abbiamo calcolato la tabella di verità della proposizione composta

$$(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$$

Tabelle di verità di proposizioni composte

Nell'esempio precedente abbiamo calcolato la tabella di verità della proposizione composta

$$(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$$

Poiché la proposizione coinvolge le due variabili proposizionali p e q, la tabella di verità della proposizione composta ha quattro righe, una per ogni coppia

$$TT, TF, FT, FF$$

di possibili valori di p e q.

Tabelle di verità di proposizioni composte

Nell'esempio precedente abbiamo calcolato la tabella di verità della proposizione composta

$$(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$$

Poiché la proposizione coinvolge le due variabili proposizionali p e q, la tabella di verità della proposizione composta ha quattro righe, una per ogni coppia

$$TT, TF, FT, FF$$

di possibili valori di p e q.
Quante righe avrà la tabella di verità dell'espressione seguente?

$$p \wedge \neg q \wedge r$$

Tabelle di verità di proposizioni composte

Nell'esempio precedente abbiamo calcolato la tabella di verità della proposizione composta

$$(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$$

Poiché la proposizione coinvolge le due variabili proposizionali p e q, la tabella di verità della proposizione composta ha quattro righe, una per ogni coppia

$$TT, TF, FT, FF$$

di possibili valori di p e q.
Quante righe avrà la tabella di verità dell'espressione seguente?

$$p \wedge \neg q \wedge r$$

La tabella di verità di $p \wedge \neg q \wedge r$ ha otto righe.

Tabelle di verità di proposizioni composte

Nell'esempio precedente abbiamo calcolato la tabella di verità della proposizione composta

$$(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$$

Poiché la proposizione coinvolge le due variabili proposizionali p e q, la tabella di verità della proposizione composta ha quattro righe, una per ogni coppia

$$TT, TF, FT, FF$$

di possibili valori di p e q.
Quante righe avrà la tabella di verità dell'espressione seguente?

$$p \wedge \neg q \wedge r$$

La tabella di verità di $p \wedge \neg q \wedge r$ ha otto righe.
Quante righe avrà la tabella di verità di una proposizione composta da k proposizioni elementari?

Tabelle di verità di proposizioni composte

Nell'esempio precedente abbiamo calcolato la tabella di verità della proposizione composta

$$(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$$

Poiché la proposizione coinvolge le due variabili proposizionali p e q, la tabella di verità della proposizione composta ha quattro righe, una per ogni coppia

$$TT, TF, FT, FF$$

di possibili valori di p e q.
Quante righe avrà la tabella di verità dell'espressione seguente?

$$p \wedge \neg q \wedge r$$

La tabella di verità di $p \wedge \neg q \wedge r$ ha otto righe.
Quante righe avrà la tabella di verità di una proposizione composta da k proposizioni elementari?
Suggerimento: rivedere la nozione di prodotto cartesiano.

Ci sono tre particolari enunciati condizionali che possiamo formare a partire da una implicazione $p \Rightarrow q$ e che si incontrano frequentemente, soprattutto in matematica.

Ci sono tre particolari enunciati condizionali che possiamo formare a partire da una implicazione $p \Rightarrow q$ e che si incontrano frequentemente, soprattutto in matematica.

Definizione

Siano p, q proposizioni.

Ci sono tre particolari enunciati condizionali che possiamo formare a partire da una implicazione $p \Rightarrow q$ e che si incontrano frequentemente, soprattutto in matematica.

Definizione

Siano p, q proposizioni.

- *Il contronominale di $p \Rightarrow q$ è $\neg q \Rightarrow \neg p$*

Ci sono tre particolari enunciati condizionali che possiamo formare a partire da una implicazione $p \Rightarrow q$ e che si incontrano frequentemente, soprattutto in matematica.

Definizione

Siano p, q proposizioni.

- *Il contronominale di $p \Rightarrow q$ è $\neg q \Rightarrow \neg p$*
- *L'inverso di $p \Rightarrow q$ è $q \Rightarrow p$*

Ci sono tre particolari enunciati condizionali che possiamo formare a partire da una implicazione $p \Rightarrow q$ e che si incontrano frequentemente, soprattutto in matematica.

Definizione

Siano p, q proposizioni.

- *Il contronominale di $p \Rightarrow q$ è $\neg q \Rightarrow \neg p$*
- *L'inverso di $p \Rightarrow q$ è $q \Rightarrow p$*
- *L'opposto di $p \Rightarrow q$ è $\neg p \Rightarrow \neg q$*

inverso, opposto, contronominale (Esempio)

Data la proposizione

"Se n è maggiore di 2 ed n è primo allora n è dispari"

scriverne il contronominale, l'inverso e l'opposto.

Data la proposizione

"Se n è maggiore di 2 ed n è primo allora n è dispari"

scriverne il contronominale, l'inverso e l'opposto.

$p = n$ è maggiore di 2,
$q = n$ è primo,
$r = n$ è dispari

inverso, opposto, contronominale (Esempio)

Data la proposizione

"Se n è maggiore di 2 ed n è primo allora n è dispari"

scriverne il contronominale, l'inverso e l'opposto.

$p = n$ è maggiore di 2,
$q = n$ è primo,
$r = n$ è dispari

$(p \wedge q) \rightarrow r$

inverso, opposto, contronominale (Esempio)

$$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$$

inverso, opposto, contronominale (Esempio)

$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$

p	q	$p \wedge q$	$\neg(p \wedge q)$	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \vee \neg q$
T	T	T	F	F	F	F
T	F	F	T	F	T	T
F	T	F	T	T	F	T
F	F	F	T	T	T	T

inverso, opposto, contronominale (Esempio)

$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$

p	q	$p \wedge q$	$\neg(p \wedge q)$	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \vee \neg q$
T	T	T	F	F	F	F
T	F	F	T	F	T	T
F	T	F	T	T	F	T
F	F	F	T	T	T	T

$\neg(p \wedge q)$ corrisponde a

“$n \leq 2$ oppure n non è primo”

inverso, opposto, contronominale (Esempio)

$(p \wedge q) \rightarrow r$

inverso, opposto, contronominale (Esempio)

$(p \wedge q) \rightarrow r$

- Contronominale:
  $\neg r \rightarrow \neg(p \wedge q)$

inverso, opposto, contronominale (Esempio)

$(p \wedge q) \to r$

- Contronominale:
  $\neg r \to \neg(p \wedge q)$

  $p =$ n è maggiore di 2, $q =$ n è primo, $r =$ n è dispari

inverso, opposto, contronominale (Esempio)

$(p \wedge q) \rightarrow r$

- Contronominale:

  $\neg r \rightarrow \neg(p \wedge q)$

  $p =$ n è maggiore di 2, $q =$ n è primo, $r =$ n è dispari

  Se n è pari allora $n \leq 2$ oppure n non è primo.

inverso, opposto, contronominale (Esempio)

$p \wedge q \to r$

$p \wedge q \rightarrow r$

- Inverso:
  $r \rightarrow (p \wedge q)$

inverso, opposto, contronominale (Esempio)

$p \wedge q \to r$

- Inverso:
  $r \to (p \wedge q)$
  $p = n$ è maggiore di 2, $q = n$ è primo, $r = n$ è dispari

inverso, opposto, contronominale (Esempio)

$p \wedge q \rightarrow r$

- Inverso:

  $r \rightarrow (p \wedge q)$

  $p = n$ è maggiore di 2, $q = n$ è primo, $r = n$ è dispari

  Se n è dispari allora $n > 2$ ed n è primo.

inverso, opposto, contronominale (Esempio)

$(p \wedge q) \rightarrow r$

inverso, opposto, contronominale (Esempio)

$(p \wedge q) \rightarrow r$

- Opposto:
  $\neg(p \wedge q) \rightarrow \neg r$

inverso, opposto, contronominale (Esempio)

$(p \wedge q) \rightarrow r$

- Opposto:
  $\neg(p \wedge q) \rightarrow \neg r$

  $p = n$ è maggiore di 2, $q = n$ è primo, $r = n$ è dispari

inverso, opposto, contronominale (Esempio)

$(p \wedge q) \rightarrow r$

- Opposto:
  $\neg(p \wedge q) \rightarrow \neg r$

  $p =$ n è maggiore di 2, $q =$ n è primo, $r =$ n è dispari

  Se $n \leq 2$ oppure n non è primo allora n è pari.

Il contronominale di $p \Rightarrow q$ è $\neg q \Rightarrow \neg p$

Il contronominale di $p \Rightarrow q$ è $\neg q \Rightarrow \neg p$

Il contronominale di $p \Rightarrow q$ è logicamente equivalente a $p \Rightarrow q$, cioè

Il contronominale di $p \Rightarrow q$ è $\neg q \Rightarrow \neg p$

Il contronominale di $p \Rightarrow q$ è logicamente equivalente a $p \Rightarrow q$, cioè

$$(p \Rightarrow q) \equiv (\neg q \Rightarrow \neg p)$$

Il contronominale di $p \Rightarrow q$ è $\neg q \Rightarrow \neg p$

Il contronominale di $p \Rightarrow q$ è logicamente equivalente a $p \Rightarrow q$, cioè

$$(p \Rightarrow q) \equiv (\neg q \Rightarrow \neg p)$$

L'inverso di $p \Rightarrow q$ è $q \Rightarrow p$.

Il contronominale di $p \Rightarrow q$ è $\neg q \Rightarrow \neg p$

Il contronominale di $p \Rightarrow q$ è logicamente equivalente a $p \Rightarrow q$, cioè

$$(p \Rightarrow q) \equiv (\neg q \Rightarrow \neg p)$$

L'inverso di $p \Rightarrow q$ è $q \Rightarrow p$.

L'opposto di $p \Rightarrow q$ è $\neg p \Rightarrow \neg q$.

Il contronominale di $p \Rightarrow q$ è $\neg q \Rightarrow \neg p$

Il contronominale di $p \Rightarrow q$ è logicamente equivalente a $p \Rightarrow q$, cioè

$$(p \Rightarrow q) \equiv (\neg q \Rightarrow \neg p)$$

L'inverso di $p \Rightarrow q$ è $q \Rightarrow p$.

L'opposto di $p \Rightarrow q$ è $\neg p \Rightarrow \neg q$.

L'opposto di $p \Rightarrow q$ è il contronominale dell'inverso di $p \Rightarrow q$.

Il contronominale di $p \Rightarrow q$ è $\neg q \Rightarrow \neg p$

Il contronominale di $p \Rightarrow q$ è logicamente equivalente a $p \Rightarrow q$, cioè

$$(p \Rightarrow q) \equiv (\neg q \Rightarrow \neg p)$$

L'inverso di $p \Rightarrow q$ è $q \Rightarrow p$.

L'opposto di $p \Rightarrow q$ è $\neg p \Rightarrow \neg q$.

L'opposto di $p \Rightarrow q$ è il contronominale dell'inverso di $p \Rightarrow q$.

Quindi, l'opposto di $p \Rightarrow q$ e l'inverso di $p \Rightarrow q$ sono logicamente equivalenti.

inverso, opposto, contronominale

p	q	$p \Rightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

p	q	$\neg q$	$\neg p$	$\neg q \Rightarrow \neg p$
T	T	?	?	?
T	F	?	?	?
F	T	?	?	?
F	F	?	?	?

p	q	$p \Rightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

p	q	$\neg q$	$\neg p$	$\neg q \Rightarrow \neg p$
T	T	F	F	?
T	F	T	F	?
F	T	F	T	?
F	F	T	T	?

p	q	$p \Rightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

p	q	$\neg q$	$\neg p$	$\neg q \Rightarrow \neg p$
T	T	F	F	T
T	F	T	F	F
F	T	F	T	T
F	F	T	T	T

Definizione

Siano p, q proposizioni.
La proposizione "p se e solo se q" è chiamata equivalenza.
Essa è denotata

$$p \leftrightarrow q$$

ed è vera quando p e q hanno lo stesso valore, è falsa altrimenti.

Definizione

Siano p, q proposizioni.
La proposizione "p se e solo se q" è chiamata equivalenza.
Essa è denotata

$$p \leftrightarrow q$$

ed è vera quando p e q hanno lo stesso valore, è falsa altrimenti.

Nota: L'equivalenza è anche denotata $p \Leftrightarrow q$

Definizione

Siano p, q proposizioni.
La proposizione "p se e solo se q" è chiamata equivalenza.
Essa è denotata

$$p \leftrightarrow q$$

ed è vera quando p e q hanno lo stesso valore, è falsa altrimenti.

Nota: L'equivalenza è anche denotata $p \Leftrightarrow q$

La proposizione $p \leftrightarrow q$ può essere letta in molti modi equivalenti:

Definizione

Siano p, q proposizioni.
La proposizione "p se e solo se q" è chiamata equivalenza.
Essa è denotata

$$p \leftrightarrow q$$

ed è vera quando p e q hanno lo stesso valore, è falsa altrimenti.

Nota: L'equivalenza è anche denotata $p \Leftrightarrow q$

La proposizione $p \leftrightarrow q$ può essere letta in molti modi equivalenti:

- Se p allora q e viceversa

Definizione

Siano p, q proposizioni.
La proposizione "p se e solo se q" è chiamata equivalenza.
Essa è denotata

$$p \leftrightarrow q$$

ed è vera quando p e q hanno lo stesso valore, è falsa altrimenti.

Nota: L'equivalenza è anche denotata $p \Leftrightarrow q$

La proposizione $p \leftrightarrow q$ può essere letta in molti modi equivalenti:

- Se p allora q e viceversa
- p è necessaria e sufficiente per q

Esempio:
$p =$ “puoi prendere l’aereo”, $q =$ “hai comprato il biglietto.

Equivalenza (o bicondizione)

Esempio:
$p =$ "puoi prendere l'aereo", $q =$ "hai comprato il biglietto.

$p \leftrightarrow q$ vera se

Equivalenza (o bicondizione)

Esempio:
$p =$ "puoi prendere l'aereo", $q =$ "hai comprato il biglietto.

$p \leftrightarrow q$ vera se

- puoi prendere l'aereo e hai comprato il biglietto

Equivalenza (o bicondizione)

Esempio:
$p =$ "puoi prendere l'aereo", $q =$ "hai comprato il biglietto.

$p \leftrightarrow q$ vera se

- puoi prendere l'aereo e hai comprato il biglietto
- non puoi prendere l'aereo e non hai comprato il biglietto

Equivalenza (o bicondizione)

Esempio:
$p =$ "puoi prendere l'aereo", $q =$ "hai comprato il biglietto.

$p \leftrightarrow q$ vera se

- puoi prendere l'aereo e hai comprato il biglietto
- non puoi prendere l'aereo e non hai comprato il biglietto

$p \leftrightarrow q$ falsa se

- puoi prendere l'aereo e non hai comprato il biglietto
- non puoi prendere l'aereo e hai comprato il biglietto

La tabella di verità dell'equivalenza

p	q	$p \Leftrightarrow q$
T	T	?
T	F	?
F	T	?
F	F	?

p	q	$p \Leftrightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

Esempio

$p =$ "2 è un numero primo", $p = T$
$q =$ "6 è un numero primo", $q = F$
Completare:

Esempio

$p =$ "2 è un numero primo", $p = T$
$q =$ "6 è un numero primo", $q = F$
Completare:

$\neg p =$

Esempio

$p =$ “2 è un numero primo”, $p = T$
$q =$ “6 è un numero primo”, $q = F$
Completare:

$\neg p =$

$\neg q =$

$p =$ "2 è un numero primo", $p = T$
$q =$ "6 è un numero primo", $q = F$
Completare:

$\neg p =$

$\neg q =$

$p \vee q =$

$p =$ "2 è un numero primo", $p = T$
$q =$ "6 è un numero primo", $q = F$
Completare:

$\neg p =$

$\neg q =$

$p \vee q =$

$p \wedge q =$

$p =$ "2 è un numero primo", $p = T$
$q =$ "6 è un numero primo", $q = F$
Completare:

$\neg p =$

$\neg q =$

$p \vee q =$

$p \wedge q =$

$p \wedge \neg q =$

$p =$ "2 è un numero primo", $p = T$
$q =$ "6 è un numero primo", $q = F$
Completare:

$\neg p =$

$\neg q =$

$p \vee q =$

$p \wedge q =$

$p \wedge \neg q =$

$p \oplus q =$

$p =$ "2 è un numero primo", $p = T$
$q =$ "6 è un numero primo", $q = F$
Completare:

$\neg p =$

$\neg q =$

$p \vee q =$

$p \wedge q =$

$p \wedge \neg q =$

$p \oplus q =$

$p \to q =$

$p =$ "2 è un numero primo", $p = T$
$q =$ "6 è un numero primo", $q = F$
Completare:

$\neg p =$

$\neg q =$

$p \vee q =$

$p \wedge q =$

$p \wedge \neg q =$

$p \oplus q =$

$p \rightarrow q =$

$q \rightarrow p =$

$p =$ "2 è un numero primo", $p = T$
$q =$ "6 è un numero primo", $q = F$
Completare:

$\neg p =$

$\neg q =$

$p \vee q =$

$p \wedge q =$

$p \wedge \neg q =$

$p \oplus q =$

$p \to q =$

$q \to p =$

$p \leftrightarrow q =$

$p =$ "2 è un numero primo", $p = T$
$q =$ "6 è un numero primo", $q = F$
Completare:

$p =$ "2 è un numero primo", $p = T$
$q =$ "6 è un numero primo", $q = F$
Completare:

$\neg p = F$

Esempio

$p =$ "2 è un numero primo", $p = T$
$q =$ "6 è un numero primo", $q = F$
Completare:

$\neg p = F$

$\neg q = T$

$p =$ “2 è un numero primo”, $p = T$
$q =$ “6 è un numero primo”, $q = F$
Completare:

$\neg p = F$

$\neg q = T$

$p \vee q = T$

Esempio

$p =$ “2 è un numero primo”, $p = T$
$q =$ “6 è un numero primo”, $q = F$
Completare:

$\neg p = F$

$\neg q = T$

$p \vee q = T$

$p \wedge q = F$

$p =$ "2 è un numero primo", $p = T$
$q =$ "6 è un numero primo", $q = F$
Completare:

$\neg p = F$

$\neg q = T$

$p \vee q = T$

$p \wedge q = F$

$p \wedge \neg q = T$

$p =$ "2 è un numero primo", $p = T$
$q =$ "6 è un numero primo", $q = F$
Completare:

$\neg p = F$

$\neg q = T$

$p \vee q = T$

$p \wedge q = F$

$p \wedge \neg q = T$

$p \oplus q = T$

$p =$ "2 è un numero primo", $p = T$
$q =$ "6 è un numero primo", $q = F$
Completare:

$\neg p = F$

$\neg q = T$

$p \vee q = T$

$p \wedge q = F$

$p \wedge \neg q = T$

$p \oplus q = T$

$p \rightarrow q = F$

$p =$ "2 è un numero primo", $p = T$
$q =$ "6 è un numero primo", $q = F$
Completare:

$\neg p = F$

$\neg q = T$

$p \vee q = T$

$p \wedge q = F$

$p \wedge \neg q = T$

$p \oplus q = T$

$p \rightarrow q = F$

$q \rightarrow p = T$

$p =$ "2 è un numero primo", $p = T$
$q =$ "6 è un numero primo", $q = F$
Completare:

$\neg p = F$

$\neg q = T$

$p \vee q = T$

$p \wedge q = F$

$p \wedge \neg q = T$

$p \oplus q = T$

$p \rightarrow q = F$

$q \rightarrow p = T$

$p \leftrightarrow q = F$

L'implicazione $p \Rightarrow q$ è anche chiamata condizionale e l'equivalenza $p \Leftrightarrow q$ è anche chiamata bicondizionale.

L'implicazione $p \Rightarrow q$ è anche chiamata condizionale e l'equivalenza $p \Leftrightarrow q$ è anche chiamata bicondizionale.

Le proposizioni $p \Leftrightarrow q$ e $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ sono logicamente equivalenti, cioè

L'implicazione $p \Rightarrow q$ è anche chiamata condizionale e l'equivalenza $p \Leftrightarrow q$ è anche chiamata bicondizionale.

Le proposizioni $p \Leftrightarrow q$ e $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ sono logicamente equivalenti, cioè

$$(p \Leftrightarrow q) \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$$

Bicondizionale (o bicondizione o equivalenza)

p	q	$p \Leftrightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

p	q	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$
T	T	?	?	?
T	F	?	?	?
F	T	?	?	?
F	F	?	?	?

Bicondizionale (o bicondizione o equivalenza)

p	q	$p \Leftrightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

p	q	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$
T	T	T	T	?
T	F	F	T	?
F	T	T	F	?
F	F	T	T	?

Bicondizionale (o bicondizione o equivalenza)

p	q	$p \Leftrightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

p	q	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$
T	T	T	T	T
T	F	F	T	F
F	T	T	F	F
F	F	T	T	T

Abbiamo visto nelle espressioni composte l'uso di parentesi.

Regole di precedenza degli operatori

Abbiamo visto nelle espressioni composte l'uso di parentesi.

Esse specificano l'ordine in cui gli operatori logici vanno applicati.

Regole di precedenza degli operatori

Abbiamo visto nelle espressioni composte l'uso di parentesi.

Esse specificano l'ordine in cui gli operatori logici vanno applicati.

Ad esempio, $(p \vee q) \wedge (\neg r)$ è la congiunzione di $(p \vee q)$ e $(\neg r)$.

Regole di precedenza degli operatori

Abbiamo visto nelle espressioni composte l'uso di parentesi.

Esse specificano l'ordine in cui gli operatori logici vanno applicati.

Ad esempio, $(p \vee q) \wedge (\neg r)$ è la congiunzione di $(p \vee q)$ e $(\neg r)$.

Per ridurre il numero di parentesi si stabilisce una convenzione sulla precedenza degli operatori.

Regole di precedenza degli operatori

Operatore	precedenza
$\neg$	1
$\wedge$	2
$\vee$	3
$\Rightarrow$	4
$\Leftrightarrow$	5

Regole di precedenza degli operatori

Operatore	precedenza
$\neg$	1
$\wedge$	2
$\vee$	3
$\Rightarrow$	4
$\Leftrightarrow$	5

L'espressione precedente $(p \vee q) \wedge (\neg r)$ diventa $(p \vee q) \wedge \neg r$

Regole di precedenza degli operatori

Operatore	precedenza
$\neg$	1
$\wedge$	2
$\vee$	3
$\Rightarrow$	4
$\Leftrightarrow$	5

L'espressione precedente $(p \vee q) \wedge (\neg r)$ diventa $(p \vee q) \wedge \neg r$

Non c'è ambiguità nell'espressione $p \wedge q \vee \neg r$.

Regole di precedenza degli operatori

Operatore	precedenza
$\neg$	1
$\wedge$	2
$\vee$	3
$\Rightarrow$	4
$\Leftrightarrow$	5

L'espressione precedente $(p \vee q) \wedge (\neg r)$ diventa $(p \vee q) \wedge \neg r$

Non c'è ambiguità nell'espressione $p \wedge q \vee \neg r$.

A volte le parentesi verranno usate, anche se inutili.

Costruzione di tabelle di verità di proposizioni composte

Costruire la tabella di verità della proposizione

$$(p \to q) \wedge (\neg p \leftrightarrow q)$$

Provare che

$$(p \wedge q) \Rightarrow r$$

e

$$(p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)$$

non sono logicamente equivalenti.

Provare che

$$(p \wedge q) \Rightarrow r$$

e

$$(p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)$$

non sono logicamente equivalenti.

Soluzione: Per $p = F$, $q = T$, $r = F$, risulta

$$(p \Rightarrow r) = T, \quad (q \Rightarrow r) = F,$$

$$(p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r) = F \neq T = (p \wedge q) \Rightarrow r$$

La terna $p = F$, $q = T$, $r = F$ può anche essere individuata costruendo le tabelle di verità delle due espressioni $(p \wedge q) \Rightarrow r$ e $(p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)$, in funzione degli otto valori possibili per le variabili p, q, r.