

Determinación de las Características del Exoplaneta GJ-436B

Alejandro Ríos, *Miembro, SAROS*, Andrés Ducuara, *Miembro, SAROS*, Nelson Rincón, *Miembro, SAROS*, Alfredo Castro, *Miembro, SAROS*,

Resumen—Desde la primera detección confirmada en 1995 [1] hasta la fecha (Septiembre, 2021), se han validado más de 4800 exoplanetas y se han postulado más de 2500 candidatos para ser comprobados [2]. Este gigantesco y rápido crecimiento se debe a las nuevas tecnologías y metodologías para detectarlos. Los principales métodos son el método de tránsito y el de velocidad radial revelando cada uno algunas características importantes del planeta.

Index Terms—Exoplaneta, velocidad radial, tránsito planetario, efecto Doppler, órbitas.

I. INTRODUCCIÓN

UN exoplaneta es cualquier planeta más allá de nuestro sistema solar. La mayoría orbitan otras estrellas [3]. Muchos de estos no se pueden evidenciar a simple vista por lo que se deben recurrir a métodos más complejos para localizarlos y estudiar sus propiedades. En este artículo se estudiará dos de los métodos más importantes en el descubrimiento de nuevos exoplanetas, el método de tránsito y el método de velocidad radial, luego se utilizará estos en el estudio de las propiedades del exoplaneta Gliese 436B y se comparará los resultados con la literatura existente [4][5].

II. MÉTODOS DE DETECCIÓN DE EXOPLANETAS

Los exoplanetas están a grandes distancias de la tierra, por esto su observación directa no es tan simple como en los planetas del sistema solar. Lo que podemos observar son las estrellas y sus variaciones para después de realizar algunos cálculos determinar si hay algún cuerpo orbitándolas. Actualmente existen varios métodos de detección de exoplanetas, pero los más utilizados son los métodos de velocidad radial y el método de tránsito, los cuales se explicarán a continuación:

II-A. Método de tránsito

Cuando un exoplaneta pasa frente a su estrella genera una sombra perceptible desde nuestros telescopios, este método consiste en medir regularmente la luminosidad de la estrella con el fin de ver su decrecimiento debido al tránsito del exoplaneta.

Se le conoce como tránsito cuando el exoplaneta pasa frente a su estrella mientras que se le conoce como eclipse cuando atraviesa por la parte posterior de esta [6].

La gráfica del brillo o luminosidad de la estrella en función del tiempo se le llama *curva de luz* como se ve en la *Figura 1*. El primer contacto se genera cuando el planeta comienza a transitar la estrella, el segundo contacto cuando el área del

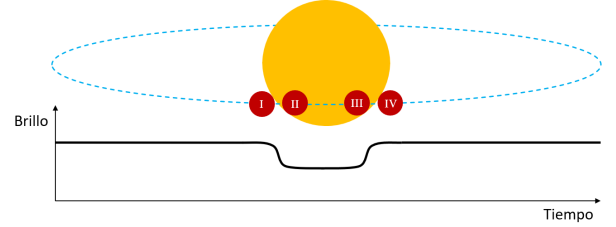


Figura 1. Tránsito de un exoplaneta frente a su estrella, se evidencia el momento en que este hace el primer al cuarto contacto.

exoplaneta está completamente sumergida en el área de la estrella, el tercer contacto es cuando el área del exoplaneta comienza a terminar el tránsito y el cuarto contacto ocurre cuando termina completamente el tránsito.

El tiempo de tránsito se mide entre el primer y el cuarto contacto, el tiempo que transcurre entre un primer y un segundo tránsito es llamado periodo (T).

La profundidad del tránsito (σ) es el valor mínimo al que llega la curva de luz expresado en porcentaje, está expresada por la relación [7]:

$$\sigma = \left(\frac{R_p}{R_*} \right)^2 \quad (1)$$

Con esta misma ecuación se puede calcular el valor del radio del exoplaneta:

$$R_p = R_* \sqrt{\sigma} \quad (2)$$

II-B. Método de velocidad radial

Cuando un planeta gira alrededor de una estrella, la estrella también desarrolla un movimiento giratorio con el mismo periodo pero reflejado alrededor del baricentro, puede ser mayor esta oscilación dependiendo de la relación entre la masa de la estrella y la masa del exoplaneta que la orbita, estos movimientos son observados por los astrónomos debido a que el espectro se desplaza con el efecto Doppler.

El efecto Doppler es el cambio en la frecuencia de una onda como consecuencia del movimiento relativo entre emisor y receptor [8], como se ve en la *Figura 2* el desplazamiento periódico de las líneas espectrales indica una oscilación de la estrella. Esto es debido a que la masa del planeta que orbita la estrella es considerable en relación con la masa de la estrella, logrando desplazar el centro de masa del sistema fuera del centro de la estrella y en ocasiones fuera de la estrella misma, este centro de masas se le conoce como baricentro. Midiendo el tiempo de oscilación de estas líneas en el espectro es otra

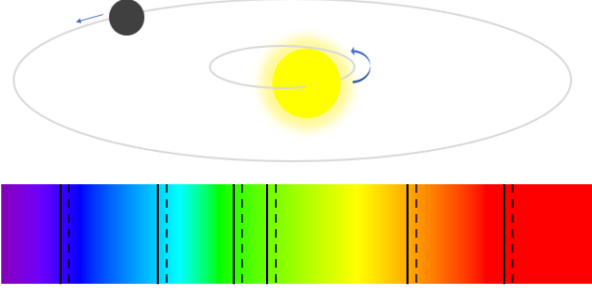


Figura 2. Desplazamiento de las líneas espectrales debido al movimiento de la estrella

forma de conseguir el periodo del planeta orbitando ya que es el mismo de la estrella.

La tercera ley de Kepler nos afirma que la relación entre el cubo del semieje mayor y el cuadrado del periodo es constante

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{GM_*}{4\pi^2} \quad (3)$$

Donde M_* sería la masa de la estrella y G la constante de gravitación universal. Pero la anterior ecuación es una aproximación para cuando la masa del cuerpo que orbita es insignificante en comparación con la masa estelar, este caso no es de consideración debido a que la masa del exoplaneta debe ser lo suficientemente grande para lograr desplazar la estrella. Por lo tanto utilizaremos su forma más exacta:

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{G(M_* + M_p)}{4\pi^2} \quad (4)$$

Para este caso, el semieje-mayor a sería equivalente a la suma de los dos semiejes mayores $a = a_* + a_p$. El momento angular en este sistema binario (estrella-planeta) se conserva para toda la trayectoria de los dos cuerpos siendo

$$M_* V_* = M_p V_p \quad (5)$$

Donde M_p y V_p serían la masa y la velocidad del planeta respectivamente mientras que V_* sería la velocidad de la estrella. Nuestro interés es poder calcular la masa del planeta, para eso es necesario conocer los otros tres valores. La masa de la estrella se calcula normalmente con un diagrama de Hertsprung-Russell, la velocidad de la estrella V_* se consigue a través del efecto Doppler:

$$\frac{V_*}{c} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \quad (6)$$

Donde c es la velocidad de la luz y λ la longitud de onda. Tenga en cuenta que esta ecuación es válida cuando esta velocidad es muy inferior a la velocidad de la luz ya que se está omitiendo los efectos de la relatividad [9]. Esta velocidad estaría expresada de la siguiente manera:

$$V_* = K[\cos(\omega + v) + e \cos(\omega)] \quad (7)$$

Donde K es la semi-amplitud de velocidad radial, ω es el argumento del pericentro, v es la anomalía verdadera y e la excentricidad [10]. La constante K equivale a:

$$K = \frac{2\pi a \sin i}{T\sqrt{1-e^2}} \quad (8)$$

Utilizando la tercera ley de Kepler, $a = a_* + a_p$ y $m_* a_* = m_p a_p$

$$K^3 = \frac{8\pi^3 a_*^3 \sin^3 i}{T^3 (1-e^2)^{3/2}} \quad (9)$$

$$\frac{K^3 (1-e^2)^{3/2} T}{8\pi^3 \sin^3 i} = \frac{a_*^3}{T^2} \quad (10)$$

$$\frac{(a_* + a_p)^3}{T^2} = G \frac{M_* + M_p}{4\pi^2} \quad (11)$$

$$\frac{a_*^3}{T^2} \left[\frac{M_* + M_p}{M_p} \right]^3 = G \left[\frac{M_* + M_p}{4\pi^2} \right] \quad (12)$$

$$a_*^3 = G \frac{M_p^3 T^2}{4\pi^2 (M_* + M_p)^2} \quad (13)$$

$$\frac{(M_p \sin i)^3}{(M_* + M_p)^2} = \frac{K^3 T (1-e^2)^{3/2}}{2\pi G} \quad (14)$$

Esta sería una ecuación de tercer grado para determinar la masa del exoplaneta, por lo tanto, si consideramos $M_p \ll M_*$

$$M_p \sin i \approx \frac{KT^{1/3} \sqrt{1-e^2} M_*^{2/3}}{(2\pi G)^{1/3}} \quad (15)$$

Para una solución más exacta es necesario encontrar las raíces de la siguiente ecuación:

$$\sin^3 i M_p^3 - A M_p^2 - 2A M_* M_p = A M_*^2 \quad (16)$$

Donde

$$A = \frac{TK^3(1-e^2)^{3/2}}{2\pi G}$$

La curva de velocidad radial puede asemejarse a una señal sinusoidal en los casos en los que la órbita es circular, pero se deforma según dos características: el argumento del pericentro (ω) y la excentricidad (e) como se indica en la Figura 3.

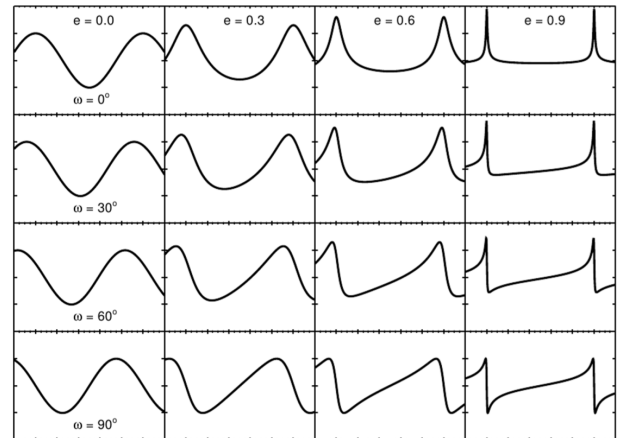


Figura 3. Diferentes curvas de velocidad radial en función de la excentricidad e y el argumento del pericentro ω_* de la estrella [11]

Por ende luego de calcular su velocidad radial de la estrella como si generara un movimiento circular, la curva se ajusta a los datos para determinar los valores de excentricidad más exactos y con menor error.

III. CÁLCULOS

Para calcular el tiempo de tránsito y el radio del exoplaneta es necesario ver el flujo de luz de la estrella de un tránsito como se evidencia en *Figura 4*. La relación entre el radio del planeta R_p y el radio de la estrella R_* es el punto mínimo de flujo relativo o también llamado profundidad del tránsito σ .

$$\left| \frac{R_p^2}{R_*^2} \right| = 0,0065 \pm 9 \times 10^{-4}$$

Tomando el radio de la estrella de la literatura [4], tenemos que el radio del planeta es de:

$$R_p = 0,372^{+0,033}_{-0,035} R_{jup}$$

El tiempo de tránsito es la duración entre el primer contacto

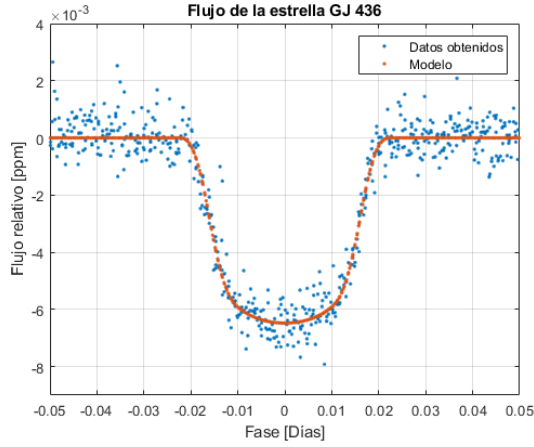


Figura 4. Curva de luz de la estrella GJ 436, el flujo fue normalizado. La curva naranja muestra el modelo presentado en los datos.

y el cuarto, para este caso sería de:

$$t_{tran} = 1,008 \pm 0,055 \text{ horas}$$

El periodo sería la distancia temporal entre los dos tránsitos, normalmente se mide en días como se evidencia en la *Figura 5*, para este caso el periodo fue calculado con el promedio de 10 tránsitos:

$$T = 2,6440 \pm 0,0885 \text{ días}$$

Para encontrar la semiamplitud de la estrella, utilizamos los datos de velocidad radial que se encuentran en la tabla 2 del apéndice, en la *Figura 6* se muestran estos valores.

$$K = 18,57 \pm 1,6 \text{ m/s}$$

La masa es calculada según la ecuación (16), esto da:

$$M_p = 0,066 \pm 0,01 M_{jup}$$

IV. COMPARACIONES CON LA LITERATURA

A continuación se comparan los resultados de los datos calculados en este artículo y los resultados encontrados en artículos publicados anteriormente [4][5].

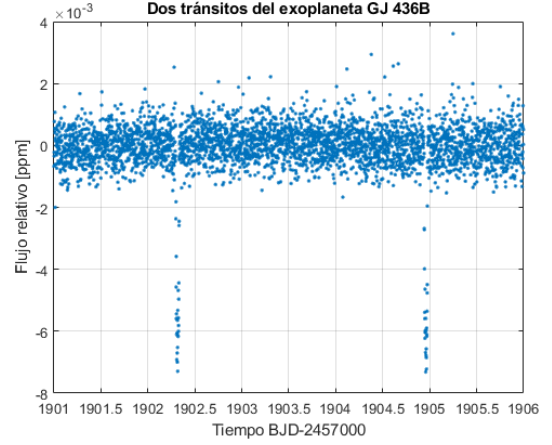


Figura 5. Dos tránsitos del exoplaneta GJ 436B, se mide la distancia entre estos para calcular el periodo orbital.

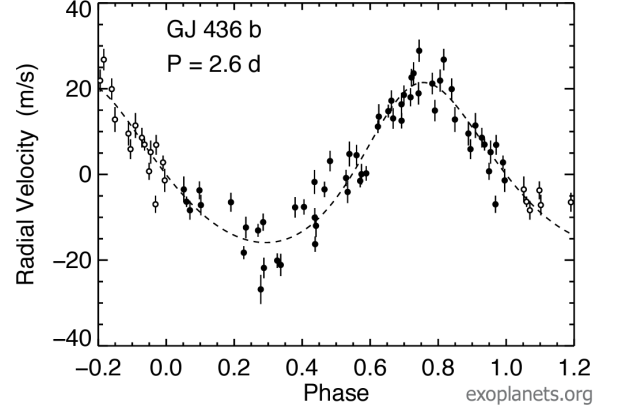


Figura 6. Velocidad radial de la estrella GJ436 [12], con esta gráfica se pueden establecer los valores de la semiamplitud y de la excentricidad.

| | Calculado | G. Torres (2008) | Maciejewski, G (2014) |
|----------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------------|
| $R_p [R_{jup}]$ | $0,372^{+0,033}_{-0,035}$ | $0,365^{+0,033}_{-0,035}$ | $0,372 \pm 0,015$ |
| $t_t [\text{horas}]$ | $1,008 \pm 0,055$ | — | — |
| $T [\text{días}]$ | $2,6440 \pm 0,0885$ | $2,64385$ | $2,6438 \pm 5.7 \times 10^{-7}$ |
| $K_* [\text{m/s}]$ | $18,57 \pm 1,6$ | — | $17,09 \pm 0,22$ |
| $M_p [M_{jup}]$ | $0,066 \pm 0,01$ | $0,0729 \pm 0,0025$ | $0,070 \pm 0,007$ |

TABLA I
COMPARACIÓN ENTRE LOS DATOS CALCULADOS EN ESTE ARTICULO Y LA LITERATURA EXISTENTE

REFERENCIAS

- [1] M. Mayor and D. Queloz, "A Jupiter-mass companion to A solar-type star," *Nature*, vol. 378, no. 6555, pp. 355–359, Nov. 1995.
- [2] "The Extrasolar Planet Encyclopaedia," The Extrasolar Planet Encyclopaedia - Catalog Listing. [Online]. Available: <http://exoplanet.eu/catalog/>. [Accessed: 27-Sep-2021].
- [3] "What is an Exoplanet?," NASA, 02-Apr-2021. [Online]. Available: <https://exoplanets.nasa.gov/what-is-an-exoplanet/overview/#:~:text=An%20exoplanet%20is%20any%20planet,are%20untethered%20to%20any%20star>. [Accessed: 27-Sep-2021].
- [4] G. Torres, J. N. Winn, and M. J. Holman, "Improved parameters for extrasolar transiting planets," *The Astrophysical Journal*, vol. 677, no. 2, pp. 1324–1342, 2008.
- [5] Maciejewski, G., "On the GJ 436 Planetary System", *Acta Astronomica*, vol. 64, no. 4, pp. 323–335, 2014.

- [6] “Transit method,” Institute for Research on Exoplanets, 19-Feb-2020. [Online]. Available: <http://www.exoplanetes.umontreal.ca/transit-method/?lang=en#:~:text=The%20transit%20method%20is%20a,by%20the%20radial%20velocity%20method>. [Accessed: 30-Sep-2021].
- [7] K. Mandel and E. Agol, “Analytic light curves for planetary transit searches,” *The Astrophysical Journal*, vol. 580, no. 2, 2002.
- [8] Efecto Doppler. [Online]. Available: <https://www.sea-astronomia.es/glosario/efecto-doppler>. [Accessed: 17-Sep-2021].
- [9] J. Tatum, “Measuring the radial velocity”, *Physics LibreTexts*, 30-Dec-2020. [Online]. Available: [https://phys.libretexts.org/Bookshelves/Astronomy__Cosmology/Book%3A_Celestial_Mechanics_\(Tatum\)/18%3A_Spectroscopic_Binary_Stars/18.07%3A_Measuring_the_Radial_Velocity](https://phys.libretexts.org/Bookshelves/Astronomy__Cosmology/Book%3A_Celestial_Mechanics_(Tatum)/18%3A_Spectroscopic_Binary_Stars/18.07%3A_Measuring_the_Radial_Velocity). [Accessed: 18-Sep-2021].
- [10] M. Perryman, *The exoplanet Handbook*. Cambridge, Cambridgeshire: Cambridge University Press, 2011.
- [11] Kuntzer, T., “Simulation of Stray Light Contamination on CHEOPS Detector”, *arXiv e-prints*, 2013.
- [12] “Exoplanets data explorer: Exoplanets - detail view,” Exoplanets. [Online]. Available: http://exoplanets.org/detail/GJ_436_b. [Accessed: 29-Sep-2021].
- [13] H. L. Maness, G. W. Marcy, E. B. Ford, P. H. Hauschildt, A. T. Shreve, G. B. Basri, R. P. Butler, and S. S. Vogt, “The m Dwarf GJ 436 and its Neptune-Mass Planet,” *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, vol. 119, no. 851, pp. 90–101, Dec. 2006.

APÉNDICE

| T (BJD -24400) | VR (m/s) | Inc (m/s) |
|----------------|----------|-----------|
| 11552.077 | 5.84 | 2.3 |
| 11583.948 | 0.67 | 2 |
| 11706.865 | -12.05 | 2.6 |
| 11983.015 | 9.48 | 2.8 |
| 12064.871 | 12.76 | 2.9 |
| 12308.084 | 19.86 | 2.5 |
| 12333.038 | -26.89 | 3.4 |
| 12334.054 | 17.15 | 2.4 |
| 12334.935 | -1.45 | 2.7 |
| 12363.039 | 13.43 | 2.9 |
| 12681.057 | 11.36 | 2.9 |
| 12711.898 | 0 | 2.4 |
| 12712.902 | 5.14 | 2.7 |
| 12804.878 | 18.86 | 2.6 |
| 12805.829 | -7.21 | 2.4 |
| 12828.800 | 14.85 | 2.5 |
| 12832.758 | -12.18 | 2.4 |
| 12833.763 | 13.01 | 2.4 |
| 12834.779 | -3.56 | 3 |
| 12848.752 | -21.18 | 2.6 |
| 12849.762 | 17.95 | 2.1 |
| 12850.764 | -3.77 | 2.1 |
| 12988.146 | -6.43 | 1.2 |
| 12989.146 | -16.33 | 1.8 |
| 13015.141 | -13.13 | 1.5 |
| 13016.073 | 11.1 | 1.5 |
| 13017.046 | 2.74 | 1.6 |
| 13018.142 | -7.65 | 1.8 |
| 13044.113 | -18.32 | 1.5 |
| 13045.018 | -1.57 | 1.5 |
| 13045.985 | 6.91 | 1.4 |
| 13069.032 | 14.71 | 1.5 |
| 13073.991 | -0.89 | 1.9 |
| 13077.066 | 16.3 | 2.7 |
| 13153.817 | 22.57 | 2 |
| 13179.759 | -4.15 | 2.6 |
| 13180.803 | 8.51 | 2.3 |
| 13181.746 | -11.2 | 2 |
| 13189.787 | -20.17 | 1.7 |
| 13190.754 | 12.47 | 1.8 |
| 13195.767 | 0.19 | 1.7 |
| 13196.772 | -7.03 | 2 |
| 13339.140 | 26.74 | 2.5 |

| T (BJD -24400) | VR (m/s) | Inc (m/s) |
|----------------|----------|-----------|
| 13340.129 | -6.55 | 2.2 |
| 13370.133 | 4.71 | 2.9 |
| 13401.055 | -12.44 | 2.5 |
| 13483.876 | 4.43 | 2.4 |
| 13693.112 | 18.49 | 2.2 |
| 13695.138 | -3.55 | 1.8 |
| 13724.143 | -1.82 | 2.8 |
| 13725.120 | 21.84 | 2.6 |
| 13748.059 | 3.06 | 2.4 |
| 13753.075 | -7.75 | 2.4 |
| 13754.040 | 28.81 | 2.6 |
| 13776.052 | -8.42 | 2.2 |
| 13777.023 | -10.13 | 2.2 |
| 13807.020 | 21.15 | 2.5 |
| 13841.887 | 6.84 | 2.3 |
| 13933.781 | 23.54 | 2.6 |

TABLA II
VELOCIDAD RADIAL DE LA ESTRELLA GJ 436 [13].