姓名　　学号　　级　　专业　　学院

密　封　线

山东大学 2014-2015 学年 2 学期 线性代数 课程试卷

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分	阅卷人
得分												

得分	阅卷人

一、填空题（每小题 4 分，共 28 分）

1. 已知 $A=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}1&2&0\\1&3&0\\0&0&1\end{bmatrix}$，则 $A^{-1}=$__________________.

2. 设 A 为 4 阶方阵，且 $|A|=1$,则 $|3A|=$________.

3. 已知 $\alpha_1=(2,3,4,5)^T,\alpha_2=(3,4,5,6)^T,\alpha_3=(4,5,6,7)^T,\alpha_4=(5,6,7,8)^T$，则矩阵 $A=[\alpha_1\ \alpha_2\ \alpha_3\ \alpha_4]$ 的秩为__________.

4. 设 A 是 n 阶方阵，且满足 $A^2+A-5I=0$，则 $(A+2I)^{-1}=$_________.

5. 已知方程组 $\begin{bmatrix}1&2&1\\2&3&a+2\\1&a&-2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\3\\1\end{bmatrix}$ 无解，则实数 $a=$___________.

6. 设向量 $\alpha=(2,3,4,1),\beta=(1,-3,2,x)$，且 α 与 β 正交，则 $x=$________.

7. 若 4 阶矩阵 A 与 B 相似，矩阵 A 的特征值为 $\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{4},\frac{1}{5}$，则 B^{-1} 的特征值为________ .

得分	阅卷人

二、选择题（每小题 3 分，共 12 分）

1. 设 A 为 5 阶方阵，且 $R(A)=4$，β_1,β_2 是 $Ax=0$ 的两个不同的解向量，则 $Ax=0$ 的通解为　　（　　）

（A）$k\beta_1$　（B）$k\beta_2$　（C）$k(\beta_1+\beta_2)$　（D）$k(\beta_1-\beta_2)$

2. 下列命题中与命题“n 阶方阵 A 可逆”不等价的是　　（　　）

（A）$|A|\neq 0$　　（B）A 的列向量组线性无关

(C）方程组 $Ax=0$ 有非零解　　（D）A 的行向量组线性无关

3. 已知 $Q=\begin{bmatrix}1&2&3\\2&4&t\\3&6&9\end{bmatrix}$，$P$ 为 3 阶非零矩阵，且满足 $PQ=\mathbf{0}$,则　　（　　）

（A）$t=6$ 时 P 的秩必为 1　　（B）$t=6$ 时 P 的秩必为 2

（C）$t\neq 6$ 时 P 的秩必为 1　　（D）$t\neq 6$ 时 P 的秩必为 2

4. 设 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性无关，则下列向量组不是线性无关的是　　（　　）

（A）$\alpha_1,\alpha_1+\alpha_2,\alpha_1+\alpha_3$　　（B）$\alpha_1,\alpha_2+\alpha_3,\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3$

（C）$\alpha_1,\alpha_1+\alpha_2,\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3$　　（D）$\alpha_1+\alpha_2,\alpha_1+\alpha_3,\alpha_3-\alpha_1$

得分	阅卷人

三、计算题（本题 10 分）求 n 阶行列式 $D_n=\begin{vmatrix}2&1&\cdots&1\\1&2&\cdots&1\\\vdots&\vdots&&\vdots\\1&1&\cdots&2\end{vmatrix}$ 的值.

得分	阅卷人

四、计算题（本题 15 分）设线性方程组 $\begin{cases}(1+\lambda)x_1+x_2+x_3=0\\x_1+(1+\lambda)x_2+x_3=\lambda\\x_1+x_2+(1+\lambda)x_3=-\lambda^2\end{cases}$，

求 λ 等于何值时，方程组 (1) 有惟一解；（2）无解；（3）有无穷多解.

姓名　学号　级　专业　学院

密　封　线

得分	阅卷人

五、证明题（每小题 5 分，共 10 分）

1. 证明不含零向量的正交向量组一定是线性无关组。
2. 证明同一矩阵不同特征值对应的特征向量必定线性无关。

得分	阅卷人

六、证明题（本题 10 分）若 n 阶方阵 A 满足 $A^2-4A+3I=0$,则 A 的特征值只能是 1 或 3.

得分	阅卷人

七、计算题（本题 15 分）

已知二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=2x_1^2+3x_2^2+3x_3^2+2ax_2x_3\quad(a>0)$ 通过正交变换化成标准型 $f=y_1^2+2y_2^2+5y_3^2$，求参数 a 及所用的正交变换矩阵.