

4.0 VU Theoretische Informatik und Logik Teil 1 SS 2017 24. Oktober 2017			
Matrikelnummer	Familienname	Vorname	Gruppe A

Tragen Sie **mit Kugelschreiber** Matrikelnummer, Nachnamen und Vornamen in Blockbuchstaben ein. Legen Sie einen Lichtbildausweis bereit. **Erlaubte Unterlagen:** Vorlesungsfolien. Schreiben Sie alle Lösungen auf diese Blätter und geben Sie die Prüfungsarbeit **ohne Zusatzblätter** ab. Sie haben 90 Minuten zur Bearbeitung der Aufgaben beider Angabenteile. Viel Erfolg!

Achtung! Sie sollten zwei getrennt geklammerte Angaben erhalten haben (weiß und grau). Sie müssen beide Teile der Prüfung bearbeiten!

- 1.) $L = \{u\#v^n \mid u \text{ ist Binärdarstellung (ohne führende Nullen) von } n, \text{ und } v \text{ von } n+1, n > 0\}$ ist nicht regulär. Beweisen Sie dies mit Hilfe des Pumping Lemmas für reguläre Sprachen.

(Wörter in L sind also z.B. $\underline{101}\#011$ und $\underline{1111}\#00001$)

indirekter Beweis. Annahme L sei regulär, dann (8 Punkte)

muss das Pumping Lemma mit Konstante m gelten!

$$w = 1^m \# 0^m 1$$

$$w = xyz \quad \text{mit } |xy| \leq m \text{ und } |x| \geq 0$$

$\Rightarrow y$ besteht nur aus Symbol 1

$i=0$:

$$w_i = xy^i z \Rightarrow w_0 = xz = 1^{m-|x|} \# 0^m 1 \notin L$$

nicht in Sprache, da $|y|$ mind. 1 , somit wird v mit $2^{-|y|}$ multipliziert, während v unverändert bleibt.

$\Rightarrow L$ erfüllt nicht das Pumping Lemma, daher ist L nicht regulär

Bitte freilassen:

1	2	3	4

2.) Die Sprachen L_1 und L_2 seien so gegeben, dass L_2 , wie auch $L_1 \cdot L_2$ und $L_2 \cdot L_1$ kontextfrei sind.

a) Geben Sie eine Sprache L_2 so an, dass L_1 auch kontextfrei sein muss. (2 Punkte)

$$L_2 = \{\epsilon\}$$

b) Geben Sie zwei Sprachen L_1 und L_2 so an, dass L_1 nicht kontextfrei ist ($L_1 \cdot L_2$ aber sehr wohl). (2 Punkte)

c) Geben Sie eine Sprache L_1 so an, dass gilt: $(L_1^*)^* = L_1$. (2 Punkte)

$$L_1 = \{a, b\}^*$$

d) Ist das Wortproblem für L_2 entscheidbar? Begründen Sie Ihre Antwort. (2 Punkte)

- 3.) a) Finden und beschreiben Sie den Fehler im folgenden “Beweis” für $\mathbf{P} \neq \mathbf{NP}$:

Wir betrachten folgenden Algorithmus für SAT:

- Durchlaufe für die gegebene Formel ϕ alle möglichen Belegungen der Variablen mit den Wahrheitswerten
- Akzeptiere ϕ , wenn eine der durchlaufenen Belegungen ϕ erfüllt.

Dieser Algorithmus hat eine mit der Anzahl der Variablen exponentiell wachsende Laufzeit. Daher hat das Problem SAT einen exponentiellen Aufwand und kann nicht in \mathbf{P} liegen. Weil aber SAT in \mathbf{NP} liegt, muß also $\mathbf{P} \neq \mathbf{NP}$ gelten.

(4 Punkte)

- b) Das Problem A sei \mathbf{NP} -hart. Stimmen die folgenden Aussagen? Begründen Sie jeweils Ihre Antwort.

- a) Wenn $\mathbf{P} = \mathbf{NP}$ ist, dann kann A in polynomieller Zeit gelöst werden.

- b) Sei $A \leq_p B$. Dann gilt: Wenn B \mathbf{NP} -vollständig ist, so ist auch A \mathbf{NP} -vollständig.

(4 Punkte)

- 4.) Geben Sie an, ob die folgenden Aussagen richtig oder falsch sind, und begründen Sie Ihre Antworten. (Zwei Punkte für jede richtige Antwort mit richtiger Begründung, einen Punkt bei leicht fehlerhafter Begründung, keinen Punkt für falsche Antworten oder fehlerhafte bzw. fehlende Begründungen.)

– Ist $L \cup \bar{L}$ entscheidbar, so sind auch L und \bar{L} entscheidbar.

Begründung:

☐ richtig ☐ falsch

– Sei $Q = \{L \mid L \in \mathbf{NP}, L \notin \mathbf{P}\}$ eine Eigenschaft rekursiv aufzählbarer Sprachen L . Dann ist Q genau dann entscheidbar, wenn $\mathbf{P} = \mathbf{NP}$.

Begründung:

☐ richtig ☐ falsch

– Jedes unentscheidbare Problem enthält eine entscheidbare Teilmenge.

Begründung:

☐ richtig ☐ falsch

(6 Punkte)