4.0 VU Theoretische Informatik und Logik Teil 1 □ SS/ □ WS 2017 24. Jänner 2018			
Matrikelnummer	Familienname	Vorname	Gruppe A

Tragen Sie **mit Kugelschreiber** Matrikelnummer, Nachnamen und Vornamen in Blockbuchstaben ein. Legen Sie einen Lichtbildausweis bereit. **Erlaubte Unterlagen:** Vorlesungsfolien. Schreiben Sie alle Lösungen auf diese Blätter und geben Sie die Prüfungsarbeit **ohne Zusatzblätter** ab. Sie haben 90 Minuten zur Bearbeitung der Aufgabe beider Angabenteile. Viel Erfolg!

Achtung! Sie sollten zwei getrennt geklammerte Angaben erhalten haben (weiß und grau). Sie müssen beide Teile der Prüfung bearbeiten!

1.) Sei $L = \{\underline{a}^n\underline{b}^k\underline{c}^m \mid k \geq 0, n > m\}$. Beweisen Sie mit Hilfe des Pumping Lemmas für reguläre Sprachen, dass L nicht regulär ist.

indirekter Beweis. Annahme: L sei regulär **(8 Punkte)**

dann gilt das Pumping Lemma mit der Konstante m:

$w = a^m b\, c^{m-1} \in L$

$w = xyz$ mit $|xy| \leq m$ und $|y| > 0$

$\Rightarrow$ also besteht xy nur aus Zeichen a

$i = 0$:

$w_i = xy^iz \Rightarrow w_0 = xz = a^{m-|y|}\, b\, c^{m-1} \notin L$

nicht in L, da $|y|$ mind. 1, also

$m-|y| \leq m-1$

L ist also nicht regulär, da Pumping Lemma nicht erfüllt.

Bitte freilassen:

1	2	3	4

A

2.) Sei $L_1 = \{\underline{a}^n \underline{b}^{2n} \underline{c}^k \mid k, n \geq 0\}$ und $L_2 = \{\underline{a}^n \underline{b}^k \underline{c}^{2k} \mid k, n \geq 0\}$.

a) Geben Sie eine kontextfreie Grammatiken G_1 an, welche L_1 erzeugt. (Also $\mathcal{L}(G_1) = L_1$.) **(2 Punkte)**

$G_1 = \{\{S, A, B\}, \{a, b, c\}, P, S\}$

$P = \{ S \to AB, \quad B \to cB \mid \varepsilon$

$A \to aAbb \mid \varepsilon, \}$

b) Beweisen Sie mit Hilfe des Satzes von Chomsky-Schützenberger, dass auch L_2 kontextfrei ist, indem Sie eine entsprechende Sprache D_n und eine reguläre Menge R sowie einen entsprechenden Homomorphismus h so angeben, dass gilt: $L = h(D_n \cap R)$.
(D_n bezeichnet eine Dyck-Sprache über n verschiedenen Klammerpaaren.) **(4 Punkte)**

$R = \{(_1,)_1\}^* \{(_2\}^* \{)_2\}^*$

$L = h(D_2 \cap R)$ mit $h: \{(_1,)_1, (_2,)_2\}^* \to \{a, b, c\}^*$

$h((_1) = a \quad h()_1) = \varepsilon$

$h((_2) = b \quad h()_2) = cc$

c) Geben Sie $L = L_1 \cap L_2$ an. **(2 Punkte)**

$L_1 \cap L_2 = \{ a^n b^{2n} c^{4n} \mid n \geq 0 \}$

d) Ist das Wortproblem für $L = L_1 \cap L_2$ entscheidbar? Begründen Sie Ihre Antwort. **(2 Punkte)**

Ja, da kontexts sensitiv bezüglich $\cap$ abgeschlossen und das Wort-Problem für kontextsensitiv entscheidbar

A

3.) Beweisen oder widerlegen Sie:

Es ist nicht entscheidbar, ob für die von einer Turingmaschine akzeptierte Sprache L mindestens zwei Wörter enthält, deren Länge gerade ist.

(6 Punkte)

Beweis mit Hilfe des Satz von Rice: $\Sigma = \{a, b\}$

P... Eigenschaft der Sprache

$P = \{ L \mid L$ hat mindestens 2 Wörter mit gerader Länge $\}$

Dies ist keine triviale Eigenschaft, da:

$\{aa, bb\} \in L$

$\{\} \notin L$

Da beide Sprachen rekursiv aufzählbar sind, ist P nicht trivial. Nach dem Satz von Rice ist diese Eigenschaft somit unentscheidbar.

Also ist die getätigte Aussage richtig.

A

4.) Geben Sie an, ob die folgenden Aussagen richtig oder falsch sind, und begründen Sie Ihre Antworten. (Zwei Punkte für jede richtige Antwort mit richtiger Begründung, einen Punkt bei leicht fehlerhafter Begründung, keinen Punkt für falsche Antworten oder fehlerhafte bzw. fehlende Begründungen.)

– Jede Sprache über $\Sigma = \{\underline{1}\}$ ist entscheidbar.

Begründung: ☐ richtig ☒ falsch

Das Halteproblem ist nicht entscheidbar, kann aber unär codiert werden.

– Jede Sprache, deren Komplement endlich ist, ist in **P**.

Begründung: ☒ richtig ☐ falsch

Wenn endlich, dann regulär und regulär bezüglich Komplement abgeschlossen.
Reguläre Sprache ist Untermenge von P

– Sei $R = \{L \mid L \in \mathbf{NP}, L \notin \mathbf{P}\}$ eine Eigenschaft rekursiv aufzählbarer Sprachen L. Dann ist R genau dann entscheidbar, wenn $\mathbf{P} = \mathbf{NP}$.

Begründung: ☒ richtig ☐ falsch

wenn P = NP, dann ist R = {} und damit eine triviale Eigenschaft. Diese ist entscheidbar

(6 Punkte)