4.0 VU Theoretische Informatik und Logik – 3. Termin Teil 2 SS 2013 27.1.2014			
Matrikelnummer	Familienname	Vorname	Gruppe A

6.) Formalisieren Sie folgende Aussagen als prädikatenlogische Formeln.
Wählen Sie dabei zunächst eine geeignete Signatur und geben Sie die Kategorie und die intendierte Bedeutung aller Symbole der Signatur vollständig an.

(1) Kinder, die alle Stofftiere lieben, verborgen kein Stofftier, das ihnen gehört.

(2) Jana ist ein Kind, dem nicht alle Stofftiere gehören, die es liebt.

(6 Punkte)

7.) Folgende Regeln sind Kandidaten für Erweiterungen des Kalküls des Natürlichen Schließens.
Beurteilen Sie für jede der 3 Regeln, ob Sie korrekt ist oder nicht.
Falls die Regel nicht korrekt ist, geben Sie ein Gegenbeispiel an.
Falls die Regel korrekt ist, erklären Sie warum das so ist.

$$\frac{A \supset B}{A \vee B}\ R1 \qquad \frac{B}{A \supset B}\ R2 \qquad \frac{\forall x B(x) \supset A}{B(c) \supset A}\ R3$$

dabei ist c in $R3$ eine beliebige Konstante.

(6 Punkte)

8.) Untersuchen Sie mit dem Tableau-Kalkül, ob $\exists x P(a,x)$ eine logische Konsequenz der Formel $\forall y \exists x(P(y,x) \vee P(y,g(x)))$ ist. Dabei sind γ- und δ-Formeln zu markieren. (Nicht die Regelanwendungen, sondern die γ- und δ-Formeln selbst sind also solche zu markieren!)
Falls die Behauptung nicht gilt, geben Sie (formal und vollständig) ein Gegenbeispiel an.

(6 Punkte)

9.) Beweisen Sie folgende Korrektheitsaussage über dem Datentyp $\mathbb{Z}$ mit dem Hoare-Kalkül:

$$u < v\ \{\underline{\texttt{while}}\ u < v\ \underline{\texttt{do}}\ u \underline{\leftarrow} u - 2\}\ u \le v - 1$$

Benennen Sie die verwendeten Regeln und vergessen Sie nicht, die Gültigkeit der resultierenden Formeln im Datentyp $\mathbb{Z}$ zu begründen. **(6 Punkte)**

10.) Geben Sie an, ob die folgenden Aussagen richtig oder falsch sind, und begründen Sie Ihre Antworten. (Zwei Punkte für jede richtige Antworten mit richtiger Begründung; einen Punkt bei leicht fehlerhafter Begründung; keinen Punkt für falsche Antworten oder fehlerhafte bzw. fehlende Begründungen.)

- In der Formel $\exists z Q(a, f(b,y), z) \vee \forall x \neg Q(y, x, f(y))$ kommt genau eine Variable frei vor. (Beachten Sie die Schreibkonventionen.)
  Begründung: ☐ richtig ☐ falsch
- Jeder prädikatenlogischer Kalkül, in dem alle Formeln ableitbar sind, ist nicht korrekt, aber vollständig.
  Begründung: ☐ richtig ☐ falsch
- Wenn eine geschlossene Formel F kein Model hat, so bleibt jedes Tableau mit Wurzel $\mathbf{f} : F$ offen.
  Begründung: ☐ richtig ☐ falsch

(6 Punkte)