

4.0 VU Theoretische Informatik und Logik Teil 1 + 2 WS 2020 17. Mai 2021

Sie haben 90 Minuten zur Bearbeitung der Aufgaben beider Angabenteile.
(Teil1: Aufgaben 1-4, Teil2: Aufgaben 5-8)

Viel Erfolg!

- 1.) Sei $L = \{ww^r \mid w \in \{\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}\}^*\}$. (w^r bezeichnet das Spiegelbild von w .)
- a) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik an, die L erzeugt. **(2 Punkte)**
 - b) Beweisen Sie mit Hilfe des Pumping Lemmas für reguläre Sprachen, dass L nicht regulär ist. **(6 Punkte)**
- 2.) Sei $L = \{\underline{a}^{2n}w \mid w \in \{\underline{b}, \underline{c}\}^*, |w| = n, n \geq 0\}$. ($|w|$ bezeichnet die Anzahl der Symbole in w .)
- a) Beweisen Sie mit Hilfe des Satzes von Chomsky-Schützenberger, dass L kontextfrei ist, indem Sie eine entsprechende Sprache D_n und eine reguläre Menge R sowie einen entsprechenden Homomorphismus h so angeben, dass gilt: $L = h(D_n \cap R)$.
(D_n bezeichnet eine Dyck-Sprache über n verschiedenen Klammerpaaren.) **(6 Punkte)**
 - b) Kann L von einer monotonen Grammatik erzeugt werden? Begründen Sie Ihre Antwort. **(2 Punkte)**
- 3.) Im Folgenden sei $\Sigma = \{\underline{0}, \underline{1}\}$.
- a) Argumentieren Sie mit Hilfe des Satzes von Rice, dass folgendes Problem nicht entscheidbar ist:

Enthält das Komplement der von einer Turingmaschine akzeptierten Sprache das Leerwort?

Geben Sie dabei insbesondere eine konkrete Sprache L_1 an, die die entsprechende Eigenschaft hat, sowie eine konkrete Sprache L_2 , die die entsprechende Eigenschaft nicht hat.

(6 Punkte)
 - b) Geben Sie das jeweilige Komplement der unter a) gefundenen Sprachen L_1 und L_2 an. **(2 Punkte)**
- 4.) Geben Sie an, ob die folgenden Aussagen richtig oder falsch sind, und begründen Sie Ihre Antworten. (Zwei Punkte für jede richtige Antwort mit richtiger Begründung, einen Punkt bei leicht mangelhafter Begründung, keinen Punkt für falsche Antworten oder fehlerhafte bzw. fehlende Begründungen.)
- a) Jede Sprache, deren Komplement entscheidbar ist, ist in **P**.
 - b) Wenn **P** = **NP** ist, kann jedes Problem, das in exponentieller Zeit gelöst werden kann, schon in polynomieller Zeit gelöst werden.
 - c) Sei A eine Sprache über $\{\underline{0}, \underline{1}\}$ und $B = A \cap \{\underline{1}\}^*$. Dann gilt: Ist B regulär, so ist auch A regulär.

(6 Punkte)

- 5.) Formalisieren Sie folgende Aussagen als prädikatenlogische Formeln.
Wählen Sie dabei zunächst eine geeignete Signatur – gemeinsam für beide Sätze – und geben Sie die Kategorie und die intendierte Bedeutung aller Symbole vollständig an.

- (1) Jed Papagei spricht mit allen Menschen, die er sieht.
Each parrot speaks with all humans he sees.
- (2) Egmont ist ein Papagei, der mit höchstens zwei Menschen spricht.
Egmont is a parrot that speaks with at most two human beings.

(7 Punkte)

- 6.) Geben Sie ein Modell und ein Gegenbeispiel zu folgender Formel an:
 $\forall z[(R(z, z) \wedge \neg R(h(d, z), y)) \supset \forall y \neg R(h(y, z), x)]$.

Beachten Sie dabei die in der Vorlesung eingeführten Schreibkonventionen. Spezifizieren Sie beide Interpretationen vollständig und begründen Sie die Richtigkeit Ihrer Lösung informell. Geben Sie auch an welche Variablen frei und welche gebunden vorkommen. **(7 Punkte)**

- 7.) Zeigen Sie mit dem Tableau-Kalkül:

$\exists x[(P(x, f(x)) \wedge \forall y y = f(y)) \supset \forall z P(z, z)]$ ist gültig.

Kennzeichnen Sie alle γ - und δ -Formeln als solche und nummerieren Sie alle auftretenden Formeln. *Hinweis:* Beachten Sie die Klammerstellung. **(8 Punkte)**

- 8.) Beurteilen Sie die Richtigkeit folgender Aussagen und begründen Sie Ihre Antworten.

(Punkte gibt es nur für hinreichend begründete und korrekte Antworten.)

Hinweis: Sie müssen nicht auf den Hoare-Kalkül verweisen, aber in jedem Fall möglichst genau und vollständig für die Richtigkeit Ihrer Antwort argumentieren.

- Das Programm $\{z < 5\}$ **while** $z < 2x$ **do begin** $z \leftarrow 3z$ **end** $\{z > x - 1\}$ ist bezüglich der angegebenen Spezifikation über dem Datentyp \mathbb{Z} partiell, aber nicht total korrekt.
- Folgende Aussage gilt für alle P, Q und α bezüglich partieller, aber nicht bezüglich totaler Korrektheit: $\{Q \supset R\}$ **while** $R \supset Q$ **do** α $\{Q\}$.

(8 Punkte)