4.0 VU Theoretische Informatik und Logik Teil 1 WS 2018 23. Jänner 2019			
Matrikelnummer	Familienname	Vorname	Gruppe B

Tragen Sie **mit Kugelschreiber** Matrikelnummer, Nachnamen und Vornamen in Blockbuchstaben ein. Legen Sie einen Lichtbildausweis bereit. **Erlaubte Unterlagen:** Vorlesungsfolien.
Schreiben Sie alle Lösungen auf diese Blätter und geben Sie die Prüfungsarbeit **ohne Zusatzblätter** ab. Sie haben 90 Minuten zur Bearbeitung der Aufgabe beider Angabenteile. Viel Erfolg!

Achtung! Sie sollten zwei getrennt geklammerte Angaben erhalten haben (weiß und grau). Sie müssen beide Teile der Prüfung bearbeiten!

1.) Sei $L = \{u\underline{\$}y\underline{\$}u^r \mid u, y \in \{\underline{0}, \underline{1}\}^*, |u| = |y|\}$. Beweisen Sie mit Hilfe des Pumping Lemmas für reguläre Sprachen, dass L nicht regulär ist. (*Hinweise*: $|u|$ bezeichnet die Anzahl der Symbole in u, u^r das Spiegelbild von u.)

(8 Punkte)

$w = 0^m \$ 1^m \$ 0^m \rightarrow$

$w \in L$ und $|w| = 3m+2$

Aufteilen in xyz sodass $|xy| \leq m$ und $|y| > 0$

$\rightarrow y$ besteht nur aus 0

$\rightarrow i = 2 \rightarrow w = 0^{m+|y|} \$ 1^m \$ 0^m \notin L$

Bitte freilassen:

B

2.) Sei $L_1 = \{\underline{0}^{4n}\underline{1}^{4n}\underline{0}^{2m}\underline{2}^k \mid n,m,k \geq 0\}$ und $L_2 = \{\underline{0}^{2n}\underline{1}^{2m}\underline{0}^{4m} \mid n,m \geq 0\}$.

a) Beweisen Sie mit Hilfe des Satzes von Chomsky-Schützenberger, dass L_1 kontextfrei ist, indem Sie eine entsprechende Sprache D_n und eine reguläre Menge R sowie einen entsprechenden Homomorphismus h so angeben, dass gilt: $L = h(D_n \cap R)$.
(D_n bezeichnet eine Dyck-Sprache über n verschiedenen Klammerpaaren.) **(4 Punkte)**

b) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik für L_2 an. **(2 Punkte)**

c) Ist $L_1 \cap L_2$ entscheidbar? Begründen Sie Ihre Antwort. **(2 Punkte)**

a)

$R = \{(\}^* \{)\}^* \{[]\}^* \{<>\}^*$

$h = \{(,),[,],<,>\}^* \to \{0,1,2\}^*$ mit

$h(() = 0^4,\ h()) = 1^4,\ h([) = 0^2,\ h(<) = 2,$

$h(]) = h(>) = \varepsilon$

b) $G = \langle \{A,B,C\}, \{0,1\}, \{A \to BC,\ B \to 00B \mid \varepsilon,$
$C \to 11C0000 \mid \varepsilon\}$

c) Ja, da der Durchschnitt zweier kontextsensitiver Sprachen wieder kontextsensitiv ist.

B

3.) Sei $\Sigma = \{\underline{0}\}$. Beweisen oder widerlegen Sie:

Es ist entscheidbar, ob die von einer Turingmaschine akzeptierten Sprache von einer kontextfreien Grammatik in Chomsky Normalform erzeugt wird.

(8 Punkte)

Diese Aussage ist falsch, da nur kontextfreie Sprachen in die Chomsky-Normalform gebracht werden können.
Allerdings gibt es auch rekursiv aufzählbare Sprachen, die nicht kontextfrei sind.

kontextfrei: $G = \langle \{S\}, \{a\}, \{S \to a\}, S \rangle$

nicht kontextfrei: Halteproblem

Der Satz von Rice sagt uns also, dass diese Aussage nicht entscheidbar ist.

B

4.) Geben Sie an, ob die folgenden Aussagen richtig oder falsch sind, und begründen Sie Ihre Antworten. (Zwei Punkte für jede richtige Antwort mit richtiger Begründung, einen Punkt bei leicht fehlerhafter Begründung, keinen Punkt für falsche Antworten oder fehlerhafte bzw. fehlende Begründungen.)

– Sei $A \leq_p B$. Dann gilt: Wenn B in **P** ist, dann ist auch das Komplement von A in **P**.
Begründung: ✗ richtig falsch

A kann auf B reduziert werden, also ist A in P. $\bar{A}$ kann auf polynomiell reduziert werden, in dem das Ergebnis negiert wird, also ist $\bar{A}$ auch in P

– Ist L in exponentiell beschränkter Zeit von einer deterministischen Turingmaschine entscheidbar, so gilt dies auch für jede Teilmenge von L.
Begründung: f ~~richtig~~ ✗ falsch

Falsch, beispielsweise ist $\Sigma = \{0,1\}^*$ entscheidbar, aber nicht das Halteproblem, welches eine Teilmenge davon ist.

✓

– Für jede rekursiv aufzählbare Sprache L gilt: $L \cup \overline{L}$ ist entscheidbar.
Begründung: ✗ richtig ~~falsch~~

Ja, denn $L \cup \bar{L} = \Sigma^*$, was immer entscheidbar ist.

(6 Punkte)