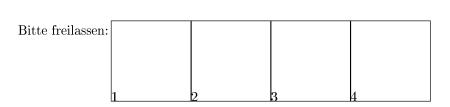
4.0 VU	J Theoretische Informa	tik und Logik	
Teil 1	SS 2017	24. Oktober 2017	
${\it Matrikelnummer}$	Familienname	Vorname	Gruppe <b>A</b>

Tragen Sie **mit Kugelschreiber** Matrikelnummer, Nachnamen und Vornamen in Blockbuchstaben ein. Legen Sie einen Lichtbildausweis bereit. **Erlaubte Unterlagen:** Vorlesungsfolien. Schreiben Sie alle Lösungen auf diese Blätter und geben Sie die Prüfungsarbeit **ohne Zusatzblätter** ab. Sie haben 90 Minuten zur Bearbeitung der Aufgaben beider Angabenteile. Viel Erfolg!

Achtung! Sie sollten zwei getrennt geklammerte Angaben erhalten haben (weiß und grau). Sie müssen beide Teile der Prüfung bearbeiten!

1.)  $L = \{u \underline{\#} v^r \mid u \text{ ist Binärdarstellung (ohne führende Nullen) von } n, \text{ und } v \text{ von } n+1, \ n>0\}$  ist nicht regulär. Beweisen Sie dies mit Hilfe des Pumping Lemmas für reguläre Sprachen. (Wörter in L sind also z.B.  $\underline{101} \underline{\#011}$  und  $\underline{1111} \underline{\#00001}$ )

(8 Punkte)



- **2.)** Die Sprachen  $L_1$  und  $L_2$  seien so gegeben, dass  $L_2$ , wie auch  $L_1 \cdot L_2$  und  $L_2 \cdot L_1$  kontextfrei sind.
  - a) Geben Sie eine Sprache  $L_2$  so an, dass  $L_1$  auch kontextfrei sein muss. (2 Punkte)

b) Geben Sie zwei Sprachen  $L_1$  und  $L_2$  so an, dass  $L_1$  nicht kontextfrei ist  $(L_1 \cdot L_2$  aber sehr wohl). (2 Punkte)

c) Geben Sie eine Sprache  $L_1$  so an, dass gilt:  $(L_1^*)^* = L_1^*$  (2 Punkte)

$$d0,13^{*}$$
  $((d0,13^{*})^{*})^{*} = 60,13^{*}$ 

d) Ist das Wortproblem für  $L_2$  entscheidbar? Begründen Sie Ihre Antwort. (2 Punkte)

Sa Das Wortproden ist fix alle sekussiven Splachen entscheidbor. La ist kontextfrei und somit La Chrek, also entscheidbor.

- 3.) a) Finden und beschreiben Sie den Fehler im folgenden "Beweis" für  $P \neq NP$ :
  Wir betrachten folgenden Algorithmus für SAT:
  - Durchlaufe für die gegebene Forme<br/>l $\phi$ alle möglichen Belegungen der Variablen mit den Wahrheitswerten
  - Akzeptiere  $\phi$ , wenn eine der durchlaufenen Belegungen  $\phi$  erfüllt.

Dieser Algorithmus hat eine mit der Anzahl der Variablen exponentiell wachsende Laufzeit. Daher hat das Problem SAT einen exponentiellen Aufwand und kann nicht in P liegen. Weil aber SAT in  $\mathbf{NP}$  liegt, muß also  $\mathbf{P} \neq \mathbf{NP}$  gelten.

(4 Punkte)

- **b)** Das Problem A sei **NP**-hart. Stimmen die folgenden Aussagen? Begründen Sie jeweils Ihre Antwort.
  - a) Wenn  $\mathbf{P} = \mathbf{NP}$  ist, dann kann A in polynomieller Zeit gelöst werden.

Nour coal ANP-hort ist, liegt es noch longe nicht in NP -> Acusage ist Palsch, da bei P-NP

b) Sei  $A \leq_p B$ . Dann gilt: Wenn B **NP**-vollständig ist, so ist auch A **NP**-vollständig.

Sa. liber A EPB and B ENP => A ENP

Da ANP-hart => A ist NP-volletanding

(4 Punkte)

- 4.) Geben Sie an, ob die folgenden Aussagen richtig oder falsch sind, und begründen Sie Ihre Antworten. (Zwei Punkte für jede richtige Antwort mit richtiger Begründung, einen Punkt bei leicht fehlerhafter Begründung, keinen Punkt für falsche Antworten oder fehlerhafte bzw. fehlende Begründungen.)
  - Ist  $L \cup \overline{L}$  entscheidbar, so sind auch L und  $\overline{L}$  entscheidbar.

Begründung:

□ richtig 🕱 falsch

Sei L dos Halleproblem C d0, 13th

L und I sind nicht entscheidbour.

aben L v I = E\* -> rekursiv, also entscheidbar

— Sei  $Q=\{L\mid L\in \mathbf{NP}, L\notin \mathbf{P}\}$  eine Eigenschaft rekursiv aufzählbarer Sprachen L. Dann ist Q genau dann entscheidbar, wenn  $\mathbf{P}=\mathbf{NP}$ .

Begründung:

 $\nearrow$  richtig  $\square$  falsch

Wenn P=UP beachseibt Q die leere Prenge. Qist triviale Eigenschaft also Court S. o. R entscheidborr

- Jedes unentscheidbare Problem enthält eine entscheidbare Teilmenge.

Begründung:

≭richtig □ falsch

Diese ist inner entscheidber

(6 Punkte)