| 4.0 VU Theoretische Informatik und Logik<br>Teil 1 SS 2013 27. Jänner 2014 |                |              |         |        |
|--|----------------|--------------|---------|--------|
| Kennzahl   | Matrikelnummer | Familienname | Vorname | Gruppe |

- **1.)** Sei  $L = \{\underline{1}^n \underline{0}^{2m} \mid n, m \ge 0\}$  und  $\Sigma = \{\underline{0}, \underline{1}\}.$ 
  - a) Geben Sie eine Grammatik an, die L erzeugt. (2 Punkte)
  - b) Ist Ihre unter a) gefundene Grammatik regulär, kontextfrei und/oder monoton? Begründen Sie Ihre Antwort. (2 Punkte)
  - c) Geben Sie einene deterministischen endlichen Automaten an, der  $\overline{L}$  (also das Komplement von L) akzeptiert. (Graphische Darstellung genügt.) (2 Punkte)
- **2.)** Die Sprachen  $L_1$  und  $L_2$  seien so gegeben, dass  $L_2$ ,  $L_1 \cdot L_2$  und  $L_2 \cdot L_1$  kontextfrei sind.
  - a) Geben Sie eine Sprache  $L_2$  so an, dass  $L_1$  auch kontextfrei sein muss. (2 Punkte)
  - b) Geben Sie zwei Sprachen  $L_1$  und  $L_2$  so an, dass  $L_1$  nicht kontextfrei ist ( $L_1 \cdot L_2$  aber sehr wohl). (2 Punkte)
  - c) Geben Sie eine Sprache  $L_1$  so an, dass gilt:  $(L_1^*)^* = L_1$ . (2 Punkte)
- 3.) Sei  $\Sigma = \{\underline{\mathbf{a}}, \underline{\mathbf{b}}\}$ . Die Sprache L ist definiert als die kleinste Menge, für die gilt:
  - $\varepsilon \in L$ .
  - Für jedes Symbol  $a \in \Sigma$  gilt  $a \in L$ .
  - Ist  $a \in \Sigma$  und  $w \in L$ , so ist auch  $awa \in L$ .
  - a) Geben Sie die Sprache an, die durch obige induktive Definition spezifiziert ist.

(1 Punkt)

- b) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik mit höchstens 5 Produktionen an, die L erzeugt.

  (2 Punkte)
- c) Transformieren Sie die unter b) erhaltene kontextfreie Grammatik in Chomsky Normalform.

(3 Punkte)

**4.)** Sei  $G = (\{S\}, \{\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}\}, P, S)$ , wobei

$$P = \{S \to \underline{\mathtt{abc}}S \mid \underline{\mathtt{abc}}\} \cup \{xy \to yx \mid x, y \in \{\underline{\mathtt{a}}, \underline{\mathtt{b}}, \underline{\mathtt{c}}\}\}.$$

a) Geben Sie die von G erzeugte Sprache L(G) an.

(2 Punkte)

b) Beweisen oder widerlegen Sie: Die von G erzeugte Sprache L(G) ist entscheidbar.

(4 Punkte)

5.) Geben Sie an, ob die folgenden Aussagen richtig oder falsch sind, und begründen Sie Ihre Antworten. (Zwei Punkte für jede richtige Antwort mit richtiger Begründung, einen Punkt bei leicht fehlerhafter Begründung, keinen Punkt für falsche Antworten oder fehlerhafte bzw. fehlende Begründungen.)

|   | (6 Punkte)                   |  |  |  |
|---|------------------------------|--|--|--|
| Begründung:   | $\Box$ richtig $\Box$ falsch |  |  |  |
| • Jedes NP-vollständige Problem ist rekursiv aufzählbar.                          |                              |  |  |  |
| Begründung:   | $\Box$ richtig $\Box$ falsch |  |  |  |
| • Jede rekursiv aufzählbare Sprache kann von einer Turingmaschine erzeugt werden. |                              |  |  |  |
| Begründung:   | $\Box$ richtig $\Box$ falsch |  |  |  |
| • Ist L kontextfrei, so ist auch $\{ww \mid w \in L\}$ kontextfrei.               |                              |  |  |  |