4.0 VU Theoretische Informatik und Logik **Teil 1** ☐ **SS/** ☐ **WS 2017** **24. Jänner 2018**			
Matrikelnummer	Familienname	Vorname	Gruppe A

Tragen Sie **mit Kugelschreiber** Matrikelnummer, Nachnamen und Vornamen in Blockbuchstaben ein. Legen Sie einen Lichtbildausweis bereit. **Erlaubte Unterlagen:** Vorlesungsfolien.
Schreiben Sie alle Lösungen auf diese Blätter und geben Sie die Prüfungsarbeit **ohne Zusatzblätter** ab.
Sie haben 90 Minuten zur Bearbeitung der Aufgabe beider Angabenteile. Viel Erfolg!

Achtung! Sie sollten zwei getrennt geklammerte Angaben erhalten haben (weiß und grau). Sie müssen beide Teile der Prüfung bearbeiten!

1.) Sei $L = \{\underline{a}^n \underline{b}^k \underline{c}^m \mid k \geq 0, n > m\}$. Beweisen Sie mit Hilfe des Pumping Lemmas für reguläre Sprachen, dass L nicht regulär ist.

(8 Punkte)

$w = a^m c^{m-1}$

$|xy| \leq m \rightarrow y$ besteht nur aus a,

$|y| > 0$

$i = 0 \rightarrow xy^0z \rightarrow a^{(m-|y|)} c^{(m-1)}$

$\rightarrow m - |y| \not> m-1$ da $|y| > 0$

Bitte freilassen:

1	2	3	4

A

2.) Sei $L_1 = \{\underline{a}^n \underline{b}^{2n} \underline{c}^k \mid k, n \geq 0\}$ und $L_2 = \{\underline{a}^n \underline{b}^k \underline{c}^{2k} \mid k, n \geq 0\}$.

a) Geben Sie eine kontextfreie Grammatiken G_1 an, welche L_1 erzeugt. (Also $\mathcal{L}(G_1) = L_1$.)
(2 Punkte)

$G = \langle \{S, P, T\}, \{a, b, c\}, \{S \to PT, T \to Tc \mid \varepsilon, P \to aPbb \mid \varepsilon\}, S \rangle$

b) Beweisen Sie mit Hilfe des Satzes von Chomsky-Schützenberger, dass auch L_2 kontextfrei ist, indem Sie eine entsprechende Sprache D_n und eine reguläre Menge R sowie einen entsprechenden Homomorphismus h so angeben, dass gilt: $L = h(D_n \cap R)$.
(D_n bezeichnet eine Dyck-Sprache über n verschiedenen Klammerpaaren.)
(4 Punkte)

$R = \{(\}^* \{[\}^* \{]\}^* \{)\}^*$

$h : \{(,), [,]\} \to \{a, b, c\}^*$ mit

$h(() = a,\ h([) = b,\ h(]) = cc,\ h()) = \varepsilon$

c) Geben Sie $L = L_1 \cap L_2$ an. **(2 Punkte)**

$L = \{a^n b^{2n} c^{4n} \mid n \geq 0\}$

d) Ist das Wortproblem für $L = L_1 \cap L_2$ entscheidbar? Begründen Sie Ihre Antwort.
(2 Punkte)

Ja, da der Durchschnitt zweier kontextsensitiver Sprachen wieder kontextsensitiv ist.

A

3.) Beweisen oder widerlegen Sie:

Es ist nicht entscheidbar, ob für die von einer Turingmaschine akzeptierte Sprache L mindestens zwei Wörter enthält, deren Länge gerade ist.

(6 Punkte)

Diese Aussage ist richtig. Der Satz von Rice sagt uns, dass nur triviale Eigenschaften entscheidbar sind.

Beispiel: $\{a^{2n} \mid n \geq 0\}$

Gegenbeispiel: $\{a^{2n+1} \mid n \geq 0\}$

A

4.) Geben Sie an, ob die folgenden Aussagen richtig oder falsch sind, und begründen Sie Ihre Antworten. (Zwei Punkte für jede richtige Antwort mit richtiger Begründung, einen Punkt bei leicht fehlerhafter Begründung, keinen Punkt für falsche Antworten oder fehlerhafte bzw. fehlende Begründungen.)

– Jede Sprache über $\Sigma = \{\underline{1}\}$ ist entscheidbar.
Begründung: ☐ richtig ☒ falsch

Σ^* ist abzählbar (unendlich), allerdings ist $L \subset \Sigma^*$ überabzählbar. Da es aber nur abzählbar (unendlich) viele Turingmaschinen gibt, muss es auch unentscheidbare Sprachen über Σ geben.

– Jede Sprache, deren Komplement endlich ist, ist in **P**.
Begründung: ☒ richtig ☐ falsch

Sei L diese Sprache, dann ist $\overline{L}$ endlich und dadurch regulär, dadurch ist auch $\overline{\overline{L}} = L$ regulär (Abgeschlossenheit) und somit liegt es in P

– Sei $R = \{L \mid L \in \mathbf{NP}, L \notin \mathbf{P}\}$ eine Eigenschaft rekursiv aufzählbarer Sprachen L. Dann ist R genau dann entscheidbar, wenn $\mathbf{P} = \mathbf{NP}$.
Begründung: ☒ richtig ☐ falsch

Wenn $P = NP$ gilt, dann ist die Eigenschaft trivial, da sie auf keine Sprache zutrifft.

Laut dem Satz von Rice ist sie also entscheidbar.

(6 Punkte)