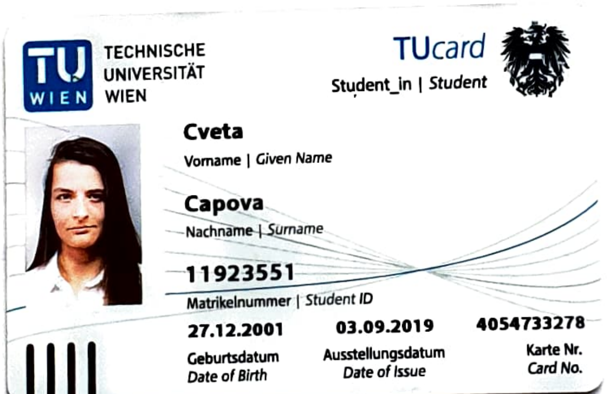
Cveta Capova

11923551

Breakout room: 12

Aufsichtsperson: Thomas Depian



1] $L = \{ b^k c^{2n} a^n \mid k, n \geq 0 \}$

Beweis durch Widerspruch:

Angenommen L sei regulär. Für beliebiges m - Konstante aus dem Pumping Lemma gilt: $w \in L$ $|w| \geq m$

$$w = c^{2m} a^m \qquad |w| = 3m$$

Zerlegung von w in xyz, wobei $|xy| \leq m$ und $|y| > 0$

$\cdot$ xy kann nur aus Symbolen $\underline{c}$ bestehen.

~~Wähle ein i, so dass xy^iz~~

Sei L regulär, soll für beliebiges i $xy^iz \in L$ gelten.

Für $i = 2$ $\quad xy^2z = c^{2m+|y|} a^m \notin L$. Folglich L kann nicht regulär sein.

2] a) kontextfreie Gr. $L_1 = \{ a^{4n} b^{4n} c^k a^{2m} \mid n, m, k \geq 0 \}$

$$G = \langle \{A, B, C, S\}, \{a, b, c\}, P, S \rangle$$

$P = \{ \; S \to ABC$

$A \to a^4 A b^4 \mid \varepsilon$

$B \to cB \mid \varepsilon$

$C \to aaC \mid \varepsilon \; \}$

b) $L_1 = a^{4n} b^{4n} c^k a^{2m}$

$L_2 = a^{2n} b^{2k} a^{4n}$

$L_1 \cap L_2 = a^{4n} b^{4n} a^{8n}$

c) $L = L_1 \cap L_2$ Ist $\bar{L}$ - entscheidbar? - Ja.

Da L_1 und L_2 kontextfrei sind, ~~und~~ sind sie auch kontextsensitiv. Kontextsensitive Sprachen sind unter Durchschnitt abgeschlossen. Folglich ist L kontextsensitiv. Darüber hinaus sind kontextsensitive Sprachen unter Komplement abgeschlossen $\Rightarrow$ $\bar{L}$ - ist kontextsensitiv. Und $L_1 \subset L_{rek}$

$\Rightarrow \overline{L}$ ist entscheidbar

d) Ja, es gibt eine unbeschränkte Grammatik, die $L_1 \cap L_2$ erzeugt. Da $L_1 \cap L_2$ sicher kontextsensitiv ist und jede ~~k~~kontextsensitive Sprache auch von unbeschränkten Grammatiken erzeugt werden kann ($L_1 \subset L_0$), ~~ist of~~ ist die Aussage wahr.

3) a) Ist das Komplement der von einer TM akzeptierten Sprache über dem Alphabet $\Sigma=\{0,1\}$ rekursiv entscheidbar?

$\Rightarrow$ Nicht entscheidbar; Satz von Rice

$P=\{L \mid \overline{L}\text{ - rek. aufzählbar}\}$

$L_1 = \{0,1\}^*$ ist regulär $\Rightarrow \overline{L_1}$ ist auch regulär

$\Rightarrow \overline{L_1}$ ist entscheidbar. $L_1 \in P$

$L_2 = L_u$ - Halteproblem, das mit $\{0,1\}$ kodiert ist, ist rekursiv aufzählbar (akzeptiert von einer Turingmaschine). Jedoch $\overline{L_u}$ ist nicht rekursiv aufzählbar und folglich auch nicht entscheidbar $L_u \notin P$

b)

	regulär	kontextfrei	kontextsensitiv	rekursiv	rekursiv aufzählbar
L_1	✓	✓	✓	✓	✓
L_2					✓

4) -(1) $P \neq NP \Rightarrow \exists L,\ L \in P,\ L \notin NP$ - falsch

Aus $P \subset NP$ folgt, dass jede Sprache in P auch in NP ist.

-(2) L - entscheidbar $\Rightarrow$ Jede Teilmenge von L entscheidbar - falsch

z.B. $L=\{0,1\}^*$ ist regulär $\Rightarrow$ entscheidbar

L_u, kodiert mit 0 und 1 (Halteproblem) ist eine Teilmenge von L, aber ist nicht entscheidbar

-(3) $A, B \subseteq \Sigma^*$ $A \leq_p B \Rightarrow \overline{A} \leq_p \overline{B}$ - richtig

Aus $A \leq_p B$ folgt: $w \in A$ dann existiert $f(w) = w'$, sodass $w' \in B$. Analog gilt auch: $w \notin A$ $f(w) = w'$ $w' \notin B$. Folglich ist $\overline{A} \leq_p \overline{B}$ richtig.

8

5| Signatur $\Sigma = \langle \{Math, V, F, K\}, \{a\}, \{m\} \rangle$

PS:

Math(x) ... x ist eine Mathematikerin
V(x) ... x ist eine Universität
F(x,y) ... x forscht an y
K(x,y) ... x kennt y

KS:

a ... Aisha

FS:

m(x) ... Mutter von x

(1) Aishas Mutter ist eine Mathematikerin, die an mehr als einer Universität forscht.

$$Math(m(a)) \land \exists x \exists y (V(x) \land V(y) \land F(m(a), x) \land F(m(a), y) \land \land x \neq y)$$

(2) Aisha kennt eine Mathematikerin, die an genau einer Universität forscht.

$$\exists x (K(a,x) \land \forall y \forall z ((V(y) \land V(z) \land F(x,y) \land F(x,z)) \rightarrow (y = x)))$$

4

6) $\forall x([P(x,y) \supset Q(a,f(x))] \vee [\exists z Q(z,a) \supset \forall y P(y,x)])$

Freie Variablen: y Gebundene Variablen: x, z, y

Modell: $\mathcal{I} = \langle D, \Phi, \mathcal{E} \rangle$

$\Phi(P)(m,n) = f$

$P(x,y) \supset Q(a,f(x))$ ist immer wahr, da für jedes x und y $P(x,y)$ falsch ist. ~~Folglich ist die linke Seite der Konjuktion wahr und~~ Da die Formel eine ~~Konjunktion~~ Disjunktion ist, ist die ganze Formel wahr.

Gegenbeispiel: $\mathcal{I} = \langle D', \Phi', \mathcal{E}' \rangle$ $D' = \omega$

$\Phi'(P)(m,n) = m \geq n$ $\Phi'(Q)(m,n) = m > n$

$\mathcal{E}'(y) = 0$ $\Phi'(a) = 0$ $\Phi'(f)(m) = m$

Linke Seite: $P(x,y) \supset Q(a,f(x))$

Für $y=0$ gilt für jedes x, dass $x \geq 0$ ist.

$Q(a,f(x)) \Leftrightarrow Q(0,x) \Leftrightarrow 0 > x$ - ~~das ist für jedes~~ keine natürliche Zahl ist kleiner $0 \Rightarrow$ falsch

$\Rightarrow$ Die ganze Implikation ist falsch.

~~Recht~~ Rechte Seite: $\exists z Q(z,a) \supset \forall y P(y,x)$

Es existiert ein z, so dass $z > 0$ ist. - Wahr.

Nicht für jedes y gilt, dass $y \geq x$ (z.B. ~~$0 \geq$~~ für $y=0$ und $x=1$; $0 \geq 1$ ist falsch)

$\Rightarrow$ Die ganze Implikation ist falsch.

$\Rightarrow$ Die Formel ist falsch.

5

7] (1) $t: \exists x \forall y [P(x,y) \supset Q(y, f(y))]$ - δ-Formel

(2) $t: \forall x \forall y P(x,y)$ - γ

(3) $t: \forall x f(x) = g(x)$ - γ

(4) $f: \forall x \exists y Q(y, g(x))$ - δ

(5) $f: \exists y Q(y, g(a))$ - γ von 4

(6) $t: \forall y [P(b,y) \supset Q(y, f(y))]$ - γ von 1

(7) $t: P(b,a) \supset Q(a, f(a))$ von 6

(8) $t: f(a) = g(a)$ von 3

(9) $f: Q(a, g(a))$ von 5

(10) $t: \forall y P(b,y)$ γ von 2

(11) $t: P(b,a)$ von 10

(12) $f: P(b,a)$ von 7

X 11/12 - Widerspruch

(13) $t: Q(a, f(a))$ von 7

(14) $f: Q(a, f(a))$ S: 8 → 9

X 13/14 - Widerspruch

8] • $\{x \leq 4\}$

while $y \geq 2x$ do
begin
$y \leftarrow y + x$
end
$\{y < 9\}$

partiell, aber nicht total korrekt? Ja

Partiell korrekt: Nach der while Schleife ist $y < 2x$. x wird nie verändert => $x \leq 4$. Folglich $y \leq 8$ => Die Nachbedingung ist wahr => ist partiell korrekt.

Total korrekt: Falls $x \geq 0$ ist, wird y ständig größer und das Programm terminiert nicht => nicht total korrekt

- $\{Q \vee P\}$ while Q do a $\{\neg Q \wedge P\}$

gilt für alle P, Q, α - partiell, aber nicht total - Nein

Nach der while-Schleife ist Q ~~gleich $\neg Q$~~ sicher falsch. Also $\neg Q$ ist wahr.

~~falsch, und die Aussage~~

Damit das Programm partiell korrekt ist, sollen sowohl die Vorbedingung, als auch die Nachbedingung gelten. Falls P - falsch ist und Q - wahr, ist die Vorbedingung richtig, aber die Nachbedingung ist falsch. Folglich die Aussage gilt nicht bezüglich partieller Korrektheit.