Chomsky

Donnerstag, 27. Jänner 2022 14:22

2.) Sei $L = \{\underline{a}^{2n}\underline{b}^k\underline{c}^{4k}\underline{d}^n \mid n, k \geq 0\}$.

a) Beweisen Sie mit Hilfe des Satzes von Chomsky-Schützenberger, dass L kontextfrei ist, indem Sie eine entsprechende Sprache D_n und eine reguläre Menge R sowie einen entsprechenden Homomorphismus h so angeben, dass gilt: $L = h(D_n \cap R)$. (D_n bezeichnet eine Dyck-Sprache über n verschiedenen Klammerpaaren.) **(4 Punkte)**

b) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik an, die L erzeugt. **(2 Punkte)**

c) Ist L in polynomieller Zeit von einer nicht-deterministischen Turingmaschine (NTM) entscheidbar? Begründen Sie Ihre Antwort. **(2 Punkte)**

L ist kontextfrei, da $L = h(D \cap R)$

wobei $R = \{\overset{a^2}{(}\}^* \{\overset{b}{)}\}^* \{\overset{c^4}{[}\}^* \{\overset{d}{]}\}^*$

$h = \{(,), [,],\}^* = \{a, b, c\}^*$

mit: $h(() = a^2$ $h()) = d$ $h([) = c^4$ $h(]) = b$

b) $G = \langle \{S, A, B\}, \{a, b, c, d\}, P, S\} \rangle$

$P = \{$

$S \to A$

$A \to a^2Ad \mid a^2Bd \mid B \mid \varepsilon$

$B \to bBc^4 \mid \varepsilon \}$

c) Ja, L ist KF & KF Sprachen sind immer entscheidbar.

Sei $L_1 = \{\underline{a}^{2n}\underline{b}^k\underline{c}^n \mid k, n \geq 0\}$ und $L_2 = \{\underline{a}^n\underline{b}^{2n}\underline{c}^k \mid k, n \geq 0\}$.

a Geben Sie $L = L_1 \cap L_2$ an.

b Beweisen Sie mit Hilfe des Satzes von Chomsky-Schützenberger, dass L_1 kontextfrei ist.

doppelt so viel b wie A's

a) $\{a^{2n}b^kc^n \mid k, n \geq 0\} \cap \{\underline{a}^n\underline{b}^{2n}c^k \mid k, n \geq 0\}$

$L = \{a^{2n}b^{4n}c^n \mid n \geq 0\}$

b) $L_1 = \{\overset{}{a}^{2n}b^kc^n \mid k, n \geq 0\}$

([])

$L = h(D_2 \cap R)$ $R = \{(\}^* \{[,]\}^* \{)\}^*$

$h\{(,), [,]\}^* = \{a, b, c\}^*$

$h(() = a^2$ $h()) = c$ $h([) = b$ $h(]) = \varepsilon$

( ) [] <>

2.) Sei $L_1 = \{\underline{a}^{8n}\underline{b}^{8n}\underline{a}^{4m}\underline{c}^k \mid n, m, k \geq 0\}$ und $L_2 = \{\underline{a}^{4n}\underline{b}^{4m}\underline{a}^{8m} \mid n, m \geq 0\}$.

a) Beweisen Sie mit Hilfe des Satzes von Chomsky-Schützenberger, dass L_1 kontextfrei ist, indem Sie eine entsprechende Sprache D_n und eine reguläre Menge R sowie einen entsprechenden Homomorphismus h so angeben, dass gilt: $L = h(D_n \cap R)$. (D_n bezeichnet eine Dyck-Sprache über n verschiedenen Klammerpaaren.) **(4 Punkte)**

b) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik für L_2 an. **(2 Punkte)**

c) Ist $L_1 \cap L_2$ entscheidbar? Begründen Sie Ihre Antwort. **(2 Punkte)**

a) $L = h(D_3 \cap R)$ $R = \{(\}^* \{)\}^* \{[,]\}^* \{<\}^* \{>\}^*$

$h\{(,), [,], <, >\}^* = \{a, b, c\}^*$

$h(() = a^8$ $h()) = b^8$ $h([) = h(]) = a^2$ $h(<) = c$ $h(>) = \varepsilon$

oder

$h([) = a^4$ $h(]) = \varepsilon$

b) $L_2 = \{a^{4n}b^{4m}c^{8m} \mid n, m \geq 0\}$

$G = \langle \{S, A, B\} \{a, b, c\}, P, S\}$

$P = \{$

$S \to AB$

$A \to a^4A \mid a^4B \mid \varepsilon$

$B \to Bb^4c^8 \mid \varepsilon \}$

c) Ja. $L_1 \cap L_2$ ist KS und KS ist entscheidbar.

([ ])

2.) Sei $L = \{\underline{a}^{2n}w \mid w \in \{\underline{b}, \underline{c}\}^*, |w| = n, n \geq 0\}$. ($|w|$ bezeichnet die Anzahl der Symbole in w.)

a) Beweisen Sie mit Hilfe des Satzes von Chomsky-Schützenberger, dass L kontextfrei ist, indem Sie eine entsprechende Sprache D_n und eine reguläre Menge R sowie einen entsprechenden Homomorphismus h so angeben, dass gilt: $L = h(D_n \cap R)$. (D_n bezeichnet eine Dyck-Sprache über n verschiedenen Klammerpaaren.) **(6 Punkte)**

b) Kann L von einer monotonen Grammatik erzeugt werden? Begründen Sie Ihre Antwort. **(2 Punkte)**

a) $L = h(D_2 \cap R)$ $R = \{(, [\}^* \{],)\}^*$

$h\{(,), [,]\}^* = \{a, b, c\}^*$

$h(() = a^2$ $h([) = a^2$ $h()) = b$ $h(]) = c$

$() = a^2b$ $([)] = a^2a^2bc$

b) Ja, weil KF Sprachen eine Teilmenge der monotonen Sprachen sind und somit auch von einer solchen Grammatik erzeugt werden können.