第一次作业

（1）　若$\left[\left[\hat{\mathrm{B}},\hat{\mathrm{A}}\right],\hat{\mathrm{A}}\right]=0$，求$e^{-\lambda\hat{\mathrm{A}}}\hat{\mathrm{B}}e^{\lambda\hat{\mathrm{A}}}=$？

（2）　证明若$\left[\hat{\mathrm{B}},\hat{\mathrm{A}}\right]\neq 0$，$\left[\hat{\mathrm{B}},\hat{\mathrm{C}}\right]=0$，$\left[\hat{\mathrm{A}},\hat{\mathrm{C}}\right]=0$，$\hat{\mathrm{C}}$为厄密算符，$|\psi\rangle$为$\hat{\mathrm{C}}$的非简并本征态，则 $\langle\psi|\left[\hat{\mathrm{B}},\hat{\mathrm{A}}\right]|\psi\rangle$=0。

（3）　证明 $\mathrm{Tr}(|\psi\rangle\langle\phi|)=\langle\phi|\psi\rangle$。

（4）　若某量子态在实空间的波函数为$\psi(\mathbf{r})=(\frac{\lambda}{\pi})^{3/2}\exp(-\lambda r^2)$，求它在动量空间的波函数$\psi(\mathbf{p})=$?

第二次作业

（1）　利用$\left[\hat{\mathbf{r}},-i\widehat{\mathbf{K}}\cdot\mathrm{d}\mathbf{r}'\right]|\mathbf{r}'\rangle=\mathrm{d}\mathbf{r}'|\mathbf{r}'+\mathrm{d}\mathbf{r}'\rangle$，证明$\left[\hat{r}_\alpha,\widehat{K}_\beta\right]=i\delta_{\alpha\beta}$

提示：在β方向上取$\mathrm{d}\mathbf{r}'$趋于零的极限。

（2）　利用$-\frac{i}{\hbar}\widehat{\mathbf{P}}\cdot\Delta\mathbf{r}'|\psi\rangle=-\int\mathrm{d}^3r'\Delta\mathbf{r}'\cdot(\nabla_{\mathbf{r}'}\psi)|\mathbf{r}'\rangle$,

证明$\langle\mathbf{r}|\widehat{\mathbf{P}}|\mathbf{r}'\rangle=-i\hbar\nabla_{\mathbf{r}}\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}')$

提示：方程两边左侧乘$\langle\mathbf{r}|$，对方程右边再采用分部积分

（3）　设$|g(E)|^2\rho(E)=Be^{-(E-E_0)^2/\Delta^2}$，利用公式

$$C(t)=\exp\left(\frac{-iE_0t}{\hbar}\right)\int dE|g(E)|^2\rho(E)\exp\left[\frac{-i(E-E_0)t}{\hbar}\right],$$

计算相关振幅 $C(t)$，解释关于时间和能量的测不准原理，

并指出它与普通的测不准原理的区别。

（4）

Let $x(t)$ be the coordinate operator for a free particle in one dimension in the Heisenberg picture. Evaluate

$$[x(t),x(0)].$$