

Нечіткі множини (НМ) є структурами даних, до яких застосовують спеціальні формули і алгоритми нечітких обчислень при моделюванні задач ІІІ.

Вхідною інформацією для побудови нечіткої множини (НМ) заданої властивості (вага, ріст, вартість і т.п.) є експертні парні порівняння. Вони визначають відношення між елементами базової множини. Для кожної пари елементів універсальної базової множини експерт оцінює перевагу одного елемента над іншим стосовно властивості НМ. Парні порівняння подають у формі матриці:

$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} u_1 & u_2 & \dots & u_n \end{matrix} \\ \begin{matrix} u_1 \\ u_2 \\ \dots \\ u_n \end{matrix} & \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \end{matrix},$$

Де  $a_{ij}$  - рівень переваги елемента  $u_i$  над  $u_j$  ( $i, j=1 \dots n$ ), оцінюваний за девятибальною шкалою Сааті. Оцінки рівнів вибираються з такого списку:

1 - якщо *відсутня перевага* елемента  $u_i$  над  $u_j$  ;

3 - якщо існує *слабка перевага*  $u_i$  над  $u_j$  ;

5 - якщо існує *істотна перевага*  $u_i$  над  $u_j$  ;

7 - якщо існує *явна перевага*  $u_i$  над  $u_j$  ;

9 - якщо існує *абсолютна перевага*  $u_i$  над  $u_j$  ;

2,4,6,8 - *проміжні* оцінки переваг.

Процедура побудови нечітких множин при погоджених парних порівняннях. При погоджених думках експерта матриця парних порівнянь має такі властивості:

- є діагональною, тобто  $a_{ii}=1$ ,  $i=1 \dots n$  ; є обернено симетрична, тобто елементи, симетричні відносно головної діагоналі і пов'язані залежністю  $a_{ij}=1/a_{ji}$ ,  $i, j=1 \dots n$  ;
- пов'язані відношенням транзитивності, тобто  $a_{ik}a_{kj}=a_{ij}$ ,  $i, j, k=1 \dots n$  .

На основі цих властивостей обчислюються всі елементи матриці парних порівнянь, якщо є обчислені попередньо  $(n-1)$  недіагональних елементів. Наприклад, якщо відомо  $k$ -тий нижній рядок матриці, тобто

елементи  $a_{kj}$ ,  $k, j=1..n$ , то елементи  $k+1$  – го рядка, тобто  $a_{ij}$  визначаються формулою:

$$a_{ij} = a_{kj} / a_{ki} \quad (2.1)$$

Після визначення всіх елементів матриці парних порівнянь значення функції належності нечіткої множини обчислюються за формулою:

$$\mu(u_i) = \frac{1}{a_{1i} + a_{2i} + \dots + a_{ni}} \quad (2.2)$$

**Приклад .** Побудувати функції належності нечіткої множини "високий чоловік" на універсальній множині значень базового параметра -росту  $\{170, 175, 180, 185, 190, 195\}$ , якщо обрано такі експертні парні порівняння:

- 9- абсолютна перевага 195 над 170;
- 7- явна перевага 195 над 175;
- 5- істотна перевага 195 над 180;
- 3- слабка перевага 195 над 185;
- 1- відсутня перевага 195 над 190.

Приведеним експертним оцінкам відповідає матриця парних порівнянь:

	170	175	180	185	190	195
170	1	7/9	5/9	1/3	1/9	1/9
175	9/7	1	5/7	3/7	1/7	1/7
180	9/5	7/5	1	3/5	1/5	1/5
185	3	7/3	5/3	1	1/3	1/3
190	9	7	5	3	1	1
195	<b>9</b>	<b>7</b>	<b>5</b>	<b>3</b>	<b>1</b>	1

Крайній стовбець та верхній рядок відповідають значенням базового параметра – „Ріст людини”. Жирним шрифтом в нижньому рядку виділені елементи матриці, що дорівнюють парним порівнянням експерта, поданим вище. Інші елементи матриці обчислені за формулою (2.1).

Приклад обчислень елементів матриці попарних порівнянь та значень функції належності для базової множини "Ріст людини" подано в таблиці 2.1.

Таблиця 2.1

Елементи матриці попарних порівнянь

	МАТРИЦЯ ПОПАРНИХ ПОРІВНЯНЬ					
<i>ріст</i>	170	175	180	185	190	195
170	1	0.7778	0.5556	0.3333	0.1111	0.1111
175	1.2857	1	0.7143	0.4286	0.1429	0.1429
180	1.8	1.4	1	0.6	0.2	0.2
185	3	2.3333	1.6667	1	0.3333	0.3333
190	9	7	5	3	1	1
195	9	7	5	3	1	1
1	25.0857	19.5111	13.9365	8.3619	2.7873	2.7873
2	0.03986	0.05125	0.07175	0.11959	0.35877	0.35877
<i>M(X)</i>	0.11111	0.14286	0.2	0.33333	1	1

Діагональні елементи матриці дорівнюють 1.

Елементи нижнього рядка матриці (навпроти значення 195) заповнюють за експертною методикою попарного порівняння, поданою списком вище. Для даного прикладу вони є такими:

$A_{61}=9$ ;  $A_{62}=7$ ;  $A_{63}=5$ ;  $A_{64}=3$ ;  $A_{65}=1$ ;  $A_{66}=1$ . Далі проводяться обчислення елементів зліва від діагоналі за формулою (2.1).

Формули для обчислень елементів рядків матриці, розташованих вище нижнього рядка:

$$A_{51} = A_{61} / A_{65}; \quad A_{52} = A_{62} / A_{65}; \quad A_{53} = A_{63} / A_{65}; \quad A_{54} = A_{64} / A_{65};$$

$$A_{41} = A_{51} / A_{54}; \quad A_{42} = A_{52} / A_{54}; \quad A_{43} = A_{53} / A_{54};$$

$$A_{31} = A_{41} / A_{43}; \quad A_{32} = A_{42} / A_{43};$$

$$A_{21} = A_{31} / A_{32}.$$

Формули для обчислень елементів матриці, розташованих вище діагоналі:

$$A_{12} = 1 / A_{21}; \quad A_{13} = 1 / A_{31}; \quad A_{14} = 1 / A_{41}; \quad A_{15} = 1 / A_{51}; \quad A_{16} = 1 / A_{61};$$

$$A_{23} = 1 / A_{32}; \quad A_{24} = 1 / A_{42}; \quad A_{25} = 1 / A_{52}; \quad A_{26} = 1 / A_{62};$$

$$A_{34} = 1 / A_{43}; \quad A_{35} = 1 / A_{53}; \quad A_{36} = 1 / A_{63};$$

$$A_{45} = 1 / A_{54}; \quad A_{46} = 1 / A_{64};$$

$$A_{56} = 1 / A_{65};$$

Порядок подальших обчислень є таким. Обчислення виконують в рядках-доповненнях внизу матриці. В рядку за номером 1 обчислюють суми

стовпців матриці. В рядку за номером **2** обчислюють обернені величини для цих сум. В рядку  **$m(x)$**  нормалізують обернені величини шляхом ділення на найбільшу величину з другого рядка. Отримують нормалізовані значення від **0** до **1** функції належності  $m(x)$ .

Така методика побудови НМ є універсальною для чисельних або символьних значень базового параметра в конкретній задачі.