7,5/20

7,5

SUGUNAPARAJAN Sugeevan
PS.2 - 2017 - B

Devoir écrit L2 (groupe 1)

Énergie, entropie et information

Durée 1H45 mn, calculatrices autorisées

Pour les exercices, il suffit de donner la réponse dans le cadre. La démonstration pour arriver au résultat n'est pas demandée.
Pour les questions impliquant un choix entre OUI ou NON, entourer impérativement l'un des choix même si vous ne connaissez pas la réponse sinon cela fait zéro pour cette question.
Ne traitez pas les questions et exercices dans l'ordre qui est donné dans le sujet mais traitez les dans l'ordre où vous pensez pouvoir répondre correctement au maximum de questions et exercices.
Ce document comporte 8 pages, 8 questions de cours et 12 exercices.

Questions de cours

Question 1

On considère un gaz parfait qui subit une détente isotherme au cours de laquelle son volume double. Le travail fournit par ce système est de 100 kJ. Quelle est la quantité de chaleur qu'il a absorbée ?

$W = 100$ kJ
Comme il absorbe la chaleur
$Q = W = 100$ kK

0

Question 2

Donner la relation d'Einstein reliant la masse et l'énergie.

$E = m \times c^2$
kg m.s⁻¹

1

Question 3

Donner la relation d'incertitude de Heisenberg

0

Question 4

Quel est le spin de l'électron et celui du photon en unités $\hbar$?

Spin de l'électron= -1/2

Spin du photon = 1/2

0

Question 5

5. En physique statistique, tous les micro-états d'un système en équilibre sont équiprobables

OUI.....NON

0

Question 6

On considère le mot binaire suivant : 1010011. Si l'on prend la convention d'une parité paire, le bit de parité à ajouter vaut 1.

OUI.....NON

1

Question 7

On considère la fonction $f: x \mapsto x^3 \pmod{100}$ dont la fonction trappe est $f: y \mapsto y^7 \pmod{100}$.

Trouver x tel que $x^3 = 3 \pmod{100}$

0

Exercice 8

On a une urne avec des boules identiques numérotées de 1 à 4 mais en nombre différent si bien que la probabilité de tirer une boule avec un chiffre donné dépend de celui-ci. On a la distribution de probabilité suivante selon la valeur tirée :

Numéro	1	2	3	4
Probabilité	1/2	1/4	1/8	1/8

Calculer l'entropie associée à ces évènements.

$H(S) = -\sum_{i=1}^{n} p_i \log(p_i)$

$= -\frac{1}{2}\log_2\left(\frac{1}{2}\right) - \frac{1}{4}\log_2\left(\frac{1}{4}\right) - \frac{1}{8}\log_2\left(\frac{1}{8}\right) - \frac{1}{8}\log_2\left(\frac{1}{8}\right)$

$= \frac{1}{2}\log_2(2^1) + \frac{1}{4}\log_2(2^2) + \frac{1}{8}\log_2(2^3) + \frac{1}{8}\log_2(2^3)$

$= \frac{1}{2}\times 1 + \frac{1}{4}\times 2 + \frac{1}{8}\times 3 + \frac{1}{8}\times 3. = 1,75$ ~~bit~~ sh/bit.

1

Exercice 9

On donne les trois codes suivants :

(a) $\{00,10,01\}$
(b) $\{0,10,11\}$
(c) $\{1,01,11\}$

Quels sont les codes qui sont instantanés ? y-a-t-il un code à longueur fixe ?

~~le a est instantanné car chaque valeur a la même longueur.~~

le code a est un code à longueur fixe car chaque valeur a la même longueur.

b et c sont des codes ~~instantanés~~.

0,5

Exercice 10

Calculer le code CRC du message 1101101 avec le polynôme générateur $G(x) = x^4 + x^2 + 1$ et la méthode XOR

Code CRC = 12. ~~6~~ (= 2 + 2 + 1 + 2 + 2 + 1 + 2)

XOR :

00 → 0
01 → 1
10 → 1
11 → 0.

0

Exercice 11

Calculer 3330^4 (mod 256)

3330 mod 256 = 2.

Donc

$3340^4 (\text{mod } 256) = \cancel{4}\ \cancel{2^4 = 16} = 1.$

0

Exercice 12

Calculer, par la méthode d'exponentiation rapide, 30^7 (mod 26)

30 mod (26) = 4

Donc

$30^7 (\text{mod } 26) = 4$

1

SUGEEVAN
SUGUNAPARAJAN

Question 8
Donner l'expression du petit théorème de Fermat

$\frac{2m}{\varepsilon_0} = kBT$

0

Exercices

Exercice 1
Une voiture de 1 tonne roule à 90 km/h. Quelle est son énergie cinétique en joules ?

$V = 90 km/h = 25 m/s$
$m = 1 t = 1000 kg$.

$E_c = \frac{1}{2} m \times v^2 = \frac{1}{2} \times 1000 \times (25)^2$
$= 312\,500 J$

1

Exercice 2
On fait une détente isotherme quasistatique de 1m^3 de gaz parfait de la pression $P_1 = 5$ atmosphères à la pression $P_2 = 1$ atmosphère. Calculer la quantité de travail et de chaleur échangées avec le milieu extérieur au cours de ce processus.

On prendra 1 atm=10^5 Pa. R=8,314 S.I.

On a $PV = RT$ comme T est isotherme (T constant), alors
$P_1 V_1 = P_2 V_2$
$V_2 = \frac{P_1 V_1}{P_2} = \frac{5 \times 1}{1} = 5 m^3$.

on aura $Q = -W$ car l'energie est fournie à l'exterieur.

0

Exercice 3

On considère une particule de masse m se propageant selon la direction x. L'opérateur associé à la position est $\hat{x} = x$ et celui associé à l'impulsion $\hat{p}_x = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$

1. Calculer le commutateur $[\hat{p}_x, x] = \hat{p}_x \hat{x} - \hat{x}\hat{p}_x$.

$\hat{x} = x$ et $\hat{p_x} = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$ car $\frac{\partial x}{\partial x} = 1$

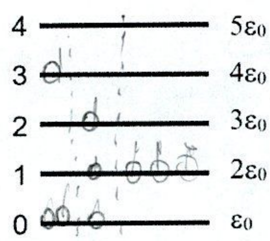
$\Rightarrow [\hat{p_x}, x] = \hat{p_x}\hat{x} - \hat{x}\hat{p_x}$

$= \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial x}\right)x - x\left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial x}\right) = \cancel{-i\hbar} + i\hbar$ $\cancel{= 0}$

0

Exercice 4

On considère des niveaux d'énergie régulièrement espacés numérotés de 0 à n. Le niveau d'énergie n a l'énergie $\varepsilon_n = (n+1)\varepsilon_0$ comme indiqué dans la figure ci-dessous. On veut mettre trois particules indiscernables sur ces niveaux de telle manière que l'énergie totale du système soit de $6\varepsilon_0$



Combien y a-t-il de micro-états dans le cas où ces particules sont des fermions de spin ½.

Si particule différente:

Pour $6\varepsilon_0$:	$\varepsilon_0 + 2\varepsilon_0 + 3\varepsilon_0$
$\cdot\ \varepsilon_0 + 4\varepsilon_0 + \varepsilon_0$	$2\varepsilon_0 + \varepsilon_0 + 3\varepsilon_0$
$.\ 4\varepsilon_0 + \varepsilon_0 + \varepsilon_0$ (x2)	$.\ 2\varepsilon_0 + 2\varepsilon_0 + 2\varepsilon_0$ (x3)
$\cdot\ \varepsilon_0 + \varepsilon_0 + 4\varepsilon_0$	
$\cdot\ 3\varepsilon_0 + 2\varepsilon_0 + \varepsilon_0$	

$\Rightarrow$ 10 micro-états

0

Si ~~objet identiques~~ particule identique

$\Rightarrow$ 3 micro-états.

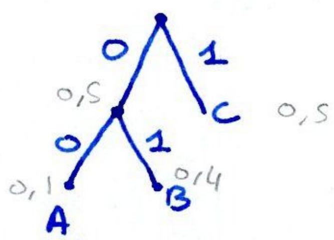
Exercice 5

Quel pourrait être le codage de Huffmann de l'ensemble suivant :

Symbole	A	B	C
Probabilité	0,1	0,4	0,5

Donner le graphe correspondant et le code associé à chacun des symboles

=> on veut une répartition équilibrée. Donc on va faire deux groupe : A+B=(0,1+0,4=0,5) et C=(0,5).



Ainsi on pourrait avoir le codage suivant :

A : 00

B : 01

C : 1

1

Exercice 6

Pour se connecter la première fois à un site Web, on demande de définir un code de 5 chiffres qui doivent tous être différents. Les chiffres possibles vont de 0 à 9.

Combien peut-on former de codes à 5 chiffres ?

Les 5 chiffres : $\underset{①}{\times}$ $\underset{②}{\times}$ $\underset{③}{\times}$ $\underset{④}{\times}$ $\underset{⑤}{\times}$

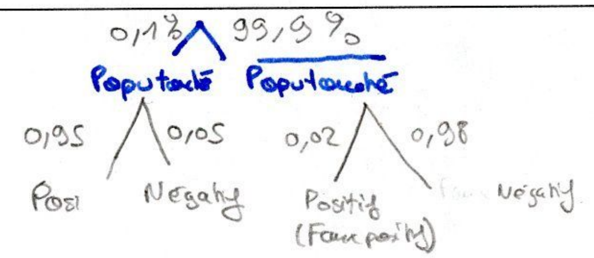
Le ① a 10 possibilités
② a 9 possibilités
③ a 8 "
④ a 7 "
⑤ a 6 "

Donc
$N = 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6$
→ 30240 possibilités.

1

Exercice 7

Monsieur Durand passe un test de dépistage d'une maladie rare qui touche 0,1 % de la population. Son médecin lui dit qu'il est positif et que ce test est fiable à 95%. Toutefois, ce test donne parfois un résultat positif alors que le patient n'a rien (faux positif). Le laboratoire indique que le nombre de cas négatifs obtenus avec ce test sur une personne saine est de 98%. Donc il y peut y avoir à la fois des faux positifs et des faux négatifs. Quelle est la probabilité pour que Monsieur Durand soit atteint de cette pathologie rare ?



Soit Po : positif

$P(po) = p(Po \cap \text{popu touché}) + p(po \cap \overline{\text{popu touché}})$

$= 0,95 \times 0,1 + 0,02 \times 99,9$

$= 2,083$

0