

2017-2018	Probabilités et statistiques	L3
Imen RACHED	TD3. Variables aléatoires (discrètes et continues)	Apprentissage

Exercice 1

Un panier contient 4 pommes dont 1 de type Muchos Delicios que Toto aime par-dessus tout. Si Toto met la main dans le panier (sans regarder) pour prendre une pomme, sans remise, et qu'on note X le nombre d'essais qui ont été nécessaires pour récupérer sa pomme préférée, quelle est la loi de X ? Même question si on remet la pomme piochée à chaque fois.

Exercice 2

Un système informatique/de communication/industriel comporte un certain nombre de composants et ne peut fonctionner que si au moins la moitié d'entre eux sont opérationnels. On suppose que les composants ont une probabilité individuelle θ de défaillir/tomber en panne, et que les défaillances interviennent indépendamment les unes des autres.

1. Pour quelles valeurs de θ un système à 2 composants est-il plus souvent en état de fonctionnement qu'un système à 3 composants ?
2. Pour quelles valeurs de θ un système à 5 composants est-il plus souvent en état de fonctionnement qu'un système à 3 composants ?

Exercice 3

Un journaliste doit interviewer 5 personnes dans les deux semaines qui suivent, et sait que, quand il contacte des personnalités pour être interviewées, deux sur trois déclinent la proposition. Quelle est la probabilité qu'il doive contacter au moins 10 personnes avant d'en trouver cinq qui acceptent ?

Exercice 4

Trois lemmings arrivent à la fin de leur grand voyage, et ont respectivement (et indépendamment) une chance sur deux, une chance sur trois et une chance sur quatre de survivre à la grande migration dans les steppes glacées. Déterminer la loi du nombre N de lemmings survivants.

Exercice 5 :

Le temps de vie d'un pneumatique d'une certaine marque est distribué suivant une loi gaussienne d'espérance 50 000km et d'écart-type 6 500km. Quelle est la probabilité que :

1. le pneu dure plus que 60 000km ?
2. le pneu dure entre 40 000 et 45 000km ?
3. le pneu tienne jusqu'à 60 000km, sachant qu'il a déjà duré 50 000km ?

Exercice 6 :

On suppose que la distance X que parcourt un javelot suit une loi gaussienne, et qu'il y a une probabilité $1/4$ que le javelot dépasse les 50m, et une probabilité $1/10$ qu'il dépasse les 75m. Déterminer la loi de X , puis la probabilité que le javelot ne dépasse pas les 10m. Avec une telle modélisation, est-il possible que X prenne une valeur négative ?

Exercice 7 :

L'évidence de culpabilité/d'innocence d'un accusé est mesurée à l'aide d'une quantité X , considérée aléatoire, de loi dépendant d'un paramètre λ : cette mesure X est un résumé numérique unique du déroulement du procès, et un juge jugera l'accusé coupable si la force X dépasse un certain seuil c (déterminé plus bas). On considère que X suit la loi $\text{Exp}(\lambda)$ avec $\lambda = 1$ si l'accusé est innocent et $\lambda = 1/2$ s'il est effectivement coupable.

1. Quelle valeur prendre pour c si le juge veut s'assurer une probabilité d'au moins 99% de ne pas condamner un accusé innocent ?
2. Avec une telle valeur de c , que vaut alors la probabilité de condamner un accusé qui est coupable ?

Exercice 8 :

Soit U une v.a.r. de loi uniforme sur $[0; 1]$.

1. Quelle est la loi de $1 - U$?
2. Quelle est la loi de $-\ln U$?

Exercice 9 :

Soit X une v.a.r. de loi uniforme sur l'intervalle $[-1; 1]$. Déterminez la loi de $|X|$ (càd déterminer sa fonction de répartition ou/et sa densité)