

ヒント数17の数独パズルの効率的な生成に関する研究

223426015 長尾 卓

山本研究室

1. はじめに

数独パズルは、ペンシルパズルの一種である。ペンシルパズルとは、問題に対して答えを徐々に鉛筆で書き込んでいき、答えを導くようなパズルのことである。ペンシルパズルには、数独パズルのほかにスリザーリンクや虫食い算などが知られている。数独パズルは、与えられたヒント（例：図1左）から、1から9の数字を用いて縦、横、 3×3 ブロックのどの数字も重複させないように、マス埋めていくパズルである。図1左で与えられる問題の答えは図1右である。また、1つの問題から得られる最終盤面はただ1通りである必要がある。以降、数独パズルの最終盤面を「解」と表す。先行研究[1]では、ヒント数が少ない数独パズルの問題を効率よく生成することを目的としていたが、本研究では、ヒント数17の問題を効率よく生成することを目的とする。ヒント数17の下限は17であることは[3]により証明されている。

2. 本研究の背景

ヒント生成アルゴリズムは[1]の方法を改善したものである。[1]のヒント生成アルゴリズムは、まず、ヒント集合 $H^{(0)} = \emptyset$ を用意する。 $H^{(0)}$ の右肩の数字はヒント集合のサイズを表す。次に、適切なヒント h を $H^{(i)}$ に追加していく。 $H^{(i)}$ から得られる解の集合の大きさ $|S(H^{(i)})|$ を徐々に減少させていく。 h はマスの位置 p と数字 n の組である。適切な h とは、 $H^{(i)}$ に追加した後に最も $|S(H^{(i)})|$ が減少するような h のことである。最終的には、 $|S(H^{(i)})| = 1$ となるまで h を $H^{(i)}$ に追加して問題を生成する。 h の選択方法は、 $H^{(i)}$ から $S(H^{(i)})$ を得て、得た解に出現した場所と数字の組である複数の要素のうち最も出現回数が少ない要素を h とする。なお、 $H^{(i)}$ から $S(H^{(i)})$ を得るためには、先行研究のようにバックトラック (BT) を用いればよい。一方で、 $H^{(i)}$ ($i < 14$) は十分に解集合の大きさが減少せず、AXで解を列挙することは効率が悪い。そのため、シミュレーテッド・アニーリング (SA) を用いることで $H^{(i)}$ から得られる解を偏りなく等確率に多く生成することを行い、確率的に h を選択する。

先行研究[1]のヒント数17の問題生成割合は約5.5%であった。[1]を改良した本研究では、ヒント数17の問題生成割合が約93%まで向上した。また、数独1問を生成する

平均時間は、同環境¹でプログラムを実行した結果、先行研究が約105分であったのに対し、本研究では約11分であった。したがって、ヒント数17の問題を生成する平均時間は約0.6%へ短縮した。改良した点は主に4点であり、2点はヒント数17の問題生成割合を高めるための改良で、残りの2点はヒント生成の高速化のために行った改良である。ヒント数17の問題生成割合の向上のための改良1点目は、生成した $H^{(14)}$ に3つの h をまとめて添加するようにした点である。これにより、生成した $H^{(14)}$ があるヒント数17の問題の部分集合である場合は、必ずそのヒント数17の問題を生成できるようになる。また、この改善により、生成した $H^{(14)}$ の解集合が小さいときほど、ヒント数17の問題を生成しやすくなることが実験により分かっている。2点目は、生成していく $H^{(i)}$ の解集合を柔軟に減少させていくために、最も解集合が小さい w 個の $H^{(i)}$ を保持していくビームサーチ (BS) を用いた点である[2]。本研究で行うBSには一般的なBSにはないパラメータがあり、1つの $H^{(i)}$ から生成する $H^{(i+1)}$ の個数の上限 ρ を設けている。パラメータ ρ は、解集合が減少していきづらい $H^{(i)}$ から生成された $H^{(i+1)}$ のみをBSで保持することを避ける目的がある。ヒント生成の高速化のための改良1点目は、

参考文献

- [1] 古川 湧：ヒントの少ない数独パズルの生成に関する研究。2020年度名城大学大学院理工学研究科修士論文 (2021)。
- [2] 長尾 卓：ビームサーチを用いたヒント数17の数独パズルの効率的な生成について。ゲームプログラミングワークショップ2022論文集, pp. 96–103 (2022)。
- [3] G. McGuire, B. Tugemann, and G. Civario: There is no 16-clue Sudoku: Solving the Sudoku minimum number of clues problem via hitting set enumeration. *Experimental Mathematics*, 23:2, pp. 190–217 (2014)。
- [4] D. E. Knuth: Dancing links. *Millennial Perspectives in Computer Science*, pp. 187–214 (2000)。
- [5] Berg, B.: Markov Chain Monte Carlo Simulations and Their Statistical Analysis. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd. (2004)。
- [6] Bruce E. Rosen, 中野 良平：シミュレーテッドアニーリング：一基礎と最新技術一，人工知能学会誌, Vol.9, No.3, pp.365–372 (1994)。
- [7] Y. Inoue and S. Minato: Acceleration of ZDD Construction for Subgraph Enumeration via Pathwidth Optimization. TCS Technical Report, TSC-TR-A-16-80, (2016)。

3. 執筆要領

3.1 マージン

マージンは以下を目安として、設定してください。

¹実行環境は以下の通りである：OS：Linux Ubuntu 16.04.7, CPU：Intel(R) Xeon(R) CPU E5-2640 v4 @ 2.40GHz, メモリ：64G, コンパイラ：gcc5.4.0。

			2	1			3
5	9			8			
		2	3		4		
1						5	9
			6				
	3						4
			5			8	

7	4	8	5	(2)	(1)	9	6	(3)
(5)	(9)	6	7	(8)	3	2	4	1
3	2	1	9	4	6	8	7	5
6	5	(2)	(3)	9	(4)	7	1	8
(1)	3	4	2	7	8	(5)	(9)	6
9	8	7	(6)	1	5	4	3	2
2	7	(3)	8	6	9	1	5	(4)
4	6	9	1	(5)	2	3	(8)	7
8	1	5	4	3	7	6	2	9

図1: 17個のヒントによる数独パズルの問題（左）とその解（右）。

- 上マージン：30mm
- 下マージン：27mm
- 左マージン：25mm
- 右マージン：25mm
- カラム間マージン：7mm

3.2 タイトル情報

上部に以下のタイトル情報をページ全体にわたってセンタリングして1段組で記述してください。

- タイトル
- 学籍番号と氏名
- 所属研究室

3.3 本文

本文は2段組で記述してください。

本文は、必要に応じて節に分けて記述してください。ただし、2レベルまでとし、1, 1.1, 1.2, … のようにナンバリングしてください。

3.4 図表

図および表には、図1、表1のような通し番号と、名称を記述してください。ただし、図の場合には図の下部に、表の場合は表の上部に記述してください。

3.5 参考文献

参考文献は、本文内で[?][?]のように引用し、本文に続いて、参照した文献のリストを掲載してください。参考文献は原則として以下のように記してください。

- (1) 雑誌の場合
著者： 標題, 雑誌名, 巻, 号, ページ (発行年).
- (2) 単行本の場合
著者： 書名, ページ数, 発行所 (発行年).

4. テンプレートおよびスタイルファイル

Microsoft Word用のテンプレートと、 \LaTeX 用のスタイルファイルを用意してあります。招待を受けたGoogle Classroomからダウンロードして利用してください。

4.1 Word用テンプレート

マージンおよび以下のスタイルが登録してありますので、使ってください。

- アブストラクトタイトル
- アブストラクト著者
- アブストラクト所属
- アブストラクト見出し1 (1, 2, 3, …)
- アブストラクト見出し2 (1.1, 1.2, …)
- アブストラクト見出し3 ((1), (2), …)
- アブストラクト本文
- アブストラクト箇条書き (これ)
- アブストラクト文献見出し (「参考文献」)
- アブストラクト文献

4.2 \LaTeX 用のスタイルファイル

以下のように指定してください。

```
\documentclass[a4paper,9pt]{jarticle}
\usepackage{ieabst}
\usepackage{newenum}
\usepackage[dvipdfmx]{graphicx}
```

newenum.styは、Wordテンプレートのスタイル「アブストラクト見出し3((1), (2), …)」に相当するものです。enumerate環境と同様に以下のように使用してください。

```
\begin{newenumerate}
\item {\bf アブストラクト見出し}
...
\end{newenumerate}
```

その他は通常のコマンドを使って執筆してください。その他の注意事項は、サンプルファイルを参照してください。

また、.latexmkファイルを同梱したので、latexmkコマンド一発でコンパイルできます。

5. PDFファイルについて

Word, \LaTeX とも、PDFファイルを提出してください。Wordの場合はdocxファイルを、 \LaTeX の場合はコンパイルに必要なソースファイル・図のファイルをまとめて圧縮したZIPファイル(特殊なスタイルファイルを用いた場合はそれも含める)を同時に提出してください。WordファイルとPDFファイルについては圧縮する必要はありません。PDFファイルの作成時は、フォントをすべて埋め込んでください。また、アブストラクトを白黒プリンタで印刷する場合があります、その場合にカラー画像が見にくくなることを覚悟してください。

6. \LaTeX 用サンプル

6.1 数式のサンプル

数式のサンプルです。下記の式(1)のように入力します。

$$\begin{cases} \dot{\vec{x}}(t) &= \vec{A}\vec{x}(t) + \vec{B}\vec{u}(t) \\ \vec{y}(t) &= \vec{C}\vec{x}(t) \end{cases} \quad (1)$$

6.2 図表のサンプル

図および表には、図2、表1のような通し番号と、名称を記述してください。ただし、図の場合には図の下部に、表の場合は表の上部に記述してください。

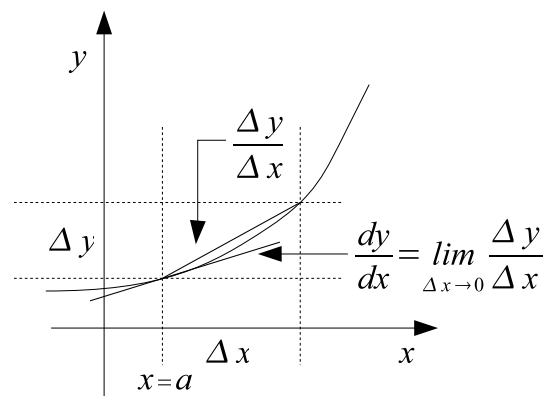


図 2: EPS 図のサンプル

6.3 参考文献のサンプル

参考文献引用のサンプルです [?][?].

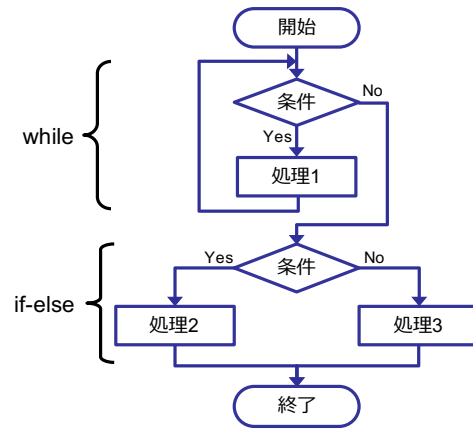


図 3: PDF 図のサンプル

表 1: 表のサンプル

p	q	$p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \wedge q$
T	T	T	T
T	F	F	F
F	T	T	T
F	F	T	F