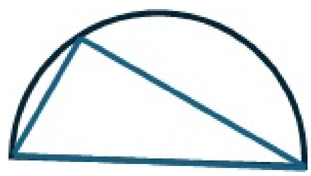
Kontrollskrivning 1

1. Vad är projektionen av vektorn $\mathbf{v} = [2, -1, 1]$ på normalen till planet $3x - y + 2z = 4$?

2. En triangel är inskriven i en halvcirkel som i figuren.



   Visa med hjälp av reglerna för vektoraddition och skalärprodukt att triangelns toppvinkel är rät. Ledning: användbara regler för skalärprodukten kan bl.a vara att $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} + \mathbf{c}) = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} + \mathbf{a} \cdot \mathbf{c}$ samt att kvadraten på beloppet (längden) för en vektor $\mathbf{w}$ är $|\mathbf{w}|^2 = \mathbf{w} \cdot \mathbf{w}$.

3. Finn skärningspunkten mellan ett plan $2x - y - z = 3$ och linjen

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = -\frac{z}{2} \tag{1}$$

   genom att ställa upp ett ekvationssystem på formen $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$.

4. Betrakta ekvationssystemet

$$\begin{cases} x_1 \phantom{{}+2x_2} + 2x_3 + 2x_4 = 3 \\ \phantom{-2x_1+{}} x_2 + x_3 + 2x_4 = 3 \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 = k \\ -2x_1 + 4x_2 + 5x_3 + hx_4 = 1 \end{cases}$$

   Bestäm kraven på parametrarna h och k så att
   a) ekvationssystemet saknar lösning;
   b) ekvationssystemet har en entydig lösning;
   c) ekvationssystemet har ett oändligt antal lösningar.

5. Punkterna P_0 och P_1 ligger på linjerna $\mathbf{r} = [2,0,0]+t_0[1,1,0]$ respektive $\mathbf{r} = [0,0,1]+t_1[0,1,1]$, där $\mathbf{r} = [x,y,z]$ är ortsvektorn. Vektorn $\overrightarrow{P_0P_1}$ är den kortaste möjliga vektorn mellan de två linjerna. Givet att $P_0 = [1/3, -5/3, 0]$ vad är P_1?

6. Xavier, Yngve och Zara ska göra godis men gör var för sig lite olika: Xavier gör 2 kg röda godisar, 6 kg blåa och 2 kg gröna om dagen. Yngve producerar 4 kg röda 1 kg blåa och 5 kg gröna och Zara tillverkar 3 kg röda, 5 kg blåa och 2 kg gröna om dagen. Om de tillsammans vill producera 16 kg röda, 18 kg blåa och 16 kg gröna hur många dagar ska var och en av dem arbeta?

   Lös problemet genom att ställa upp det som en vektorekvation, skriv om det som en utökad systemmatris och lös systemet.