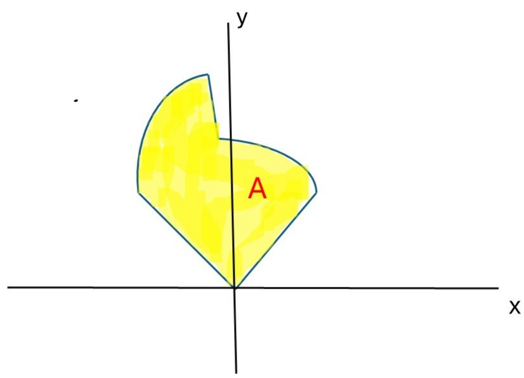
Kontrollskrivning 3

1. Låt $\mathrm{P}(x) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2-x^2 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 9-x^2 \end{vmatrix}$

   Ange polynomet $\mathrm{P}(x)$ som polynom brukar skrivas och fastställ nollställena, alltså lösningsmängden för ekvationen $\mathrm{P}(x) = 0$.

2. Föremålet i figuren har arean A. Vi önskar göra en sammansatt avbildning som först skjuvar objektet genom $\mathbf{x} \to \mathrm{S}\mathbf{x}$, där $\mathrm{S} = \begin{bmatrix} 1 & 0.5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$. Sedan ska det sträckas ut en faktor 2 i x-led med hjälp av matrisen L_x. Därefter ska objektet roteras vinkeln ϕ i positiv led runt origo medelst matrisen R. Slutligen ska objektet sträckas ut en faktor 3 i y-led med hjälp av matrisen L_y.



   (a) Ange matriserna L_x, R och L_y.

   (b) Ange en matris för hela den sammansatta avbildningen, uttryckt i S, L_x, R och L_y, Du behöver inte genomföra matrismultiplikationerna.

   (c) Vilken blir arean för den resulterande bilden av objektet?

3. A= $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & -4 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \\ 3 & 2 & 9 & 4 \end{bmatrix}$.

   (a) Finn en bas för matrisens nollrum, Nul A.
   (b) Finn en bas för matrisens kolumnrum, Col A.
   (c) Finn en bas för matrisens radrum, Row A.

4. Finn en bas för lösningsrummet till differensekvationen:

$$6\ y_{k+2} - y_{k+1} - y_k = 0. \tag{1}$$

   Det behövs visas att basvektorerna verkligen är lösningar, att de är tillräckligt många för att spänna upp lösningsrummet och att de är linjärt oberoende.

5. Är polynomen $\{1-t, 1+t, 1-t^2\}$ en bas för $\mathbb{P}_2$ (det linjärarummet av polynom av grad högst 2)?

6. För två olika baser $\mathcal{A} = \{\mathbf{a_1}, \mathbf{a_2}, \mathbf{a_3}\}$ och $\mathcal{B} = \{\mathbf{b_1}, \mathbf{b_2}, \mathbf{b_3}\}$ i ett vektorrum gäller:

$$\begin{aligned} \mathbf{a_1} &= 2\mathbf{b_1} + \mathbf{b_2} + 2\mathbf{b_3} \\ \mathbf{a_2} &= \mathbf{b_1} + \mathbf{b_3} \\ \mathbf{a_3} &= \mathbf{b_1} + 2\mathbf{b_2} \end{aligned}$$

   Vilka är koordinaterna i basen $\mathcal{A}$ för $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}_{\mathcal{B}}$ och vad blir koordianterna med avseende på basen $\mathcal{B}$ för $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}_{\mathcal{A}}$?