Kontrollskrivning 2

Notera att i denna kontrollskrivning har vi skrivit kolumnvektorer som transponerade radvektorer, exempelvis som $[1\ 2\ 3]^T$. Detta för att spara plats på sidan.

1. Matrisen $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -5 & 7 & -11 \\ -2 & 3 & -5 \end{bmatrix}$. Beräkna inversen A^{-1} !

2. Här ska vi studera om olika matriser är inverterbara. För de kvadratiska matriserna A,B,C,D, ange om de är inverterbara, ej inverterbara eller om det inte kan avgöras med 'teoremet om inverterbara matriser' utifrån den givna informationen. För att motivera om en matris är inverterbar eller ej måste ni referera till ett eller flera av påståenderna i Teorem 8, kapitel 2.3 (sid 145) i Lay's bok, 6:e upplagan.

   (a) Är A som definieras av matrismultiplikationen inverterbar?

   $$A = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 4 \end{bmatrix} \tag{1}$$

   (b) Är B inverterbar?

   $$B = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 3 & 2 & 4 \\ 0 & -2 & 3 & 9 & -2 \\ 0 & 2 & -3 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 2 \end{bmatrix} \tag{2}$$

   (c) Antag att man funnit två skilda lösningar till ekvationssystemet $C\mathbf{x} = [3, -4]^T$. Är C inverterbar?

   (d) Ingen av raderna i D är en linjärkombination av de övriga raderna. Är D inverterbar?

3. Om $A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & -7 \\ 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & -5 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ och $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$,

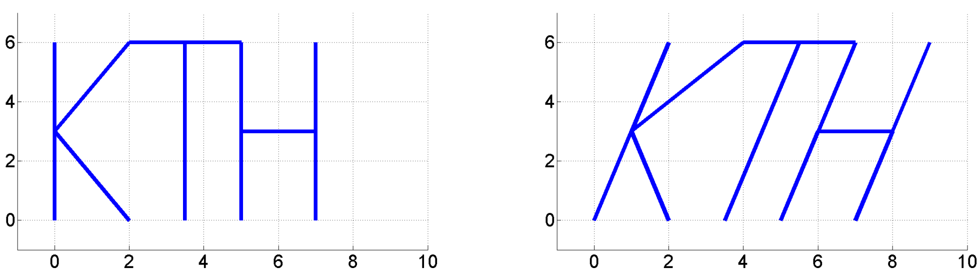
   a) Beräkna A^3 !
   b) Lös matrisekvationen $A^2XB = C$, det vill säga beräkna matrisen X !

4. Matrisen $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 4 & 3 & 4 \\ -2 & 6 & 6 \end{bmatrix}$.

   (a) Faktorisera A i en undertriangulär matris L med ettor på diagonalen och bara nollor över diagonalen, samt en övertriangulär matris U, d.v.s alla element under diagonalen i U är noll. Alltså så att: $A = LU$.

   (b) Lös ekvationssystemet $A\mathbf{x} = [1\ 2\ 3]^T$ genom att först lösa $L\mathbf{y} = [1\ 2\ 3]^T$ och sedan $U\mathbf{x} = \mathbf{y}$.

5. Nedan har vi två bilder med texten KTH. Den högra bilden kan vi skapa genom en linjär avbildning av den vänsta.



   (a) Bestäm matrisen som avbildar raka bokstäver på bokstäver med lutning enligt figuren.

   (b) Använd homogena koordinater för att skapa matrisen för en samansatt avbildning som motsvarar att man först gör den avbildning som beskrevs i (a) och sedan förflyttar bilden tio enheter åt höger och fem enheter nedåt.

6. Här kommer vi att studera matrisen

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 4 & 4 & 8 \\ 1 & 6 & -3 \end{bmatrix} \tag{3}$$

   (a) Är kolumnerna i A linjärt oberoende?

   (b) Vad är lösningsmängden till $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ när $\mathbf{b} = [1\ 4\ 1]^T$.

   (c) Ligger $\mathbf{b} = [-3\ \ 4\ \ -9]^T$ i Col(A)?