csm_6_2_lagrange.v

6.2.2 部分群の性質

R (〜)の定義 equiv_rel_R

6.2.3 剰余類の性質の形式化

coset_equiv_class : Hx={y∈G | x~y}

rcosets_equiv_part :

H \ G = G / 〜.

H⧵G　は、Gの~についての商と等しい。

partition_rcosets : partition (H \ G) G.

H⧵G　は、Gの~についての分割である。

補題

・rcosetsP : (∃x,x∈G∧A=Hx)⟺A∈H⧵G

・card_rcoset : ∀x,|Ax|=|A|

myCard_rcoset : A∈H⧵G→|A|=|H|

6.2.4 ラグランジュの定理

myLagrange : |G|=|H| (G:H)

補題

・card_partition : partition P D -> |D|=ΣA∈P |A|

・sum_nat_const : Σi∈A c=|A| c

<u>csm_6_2_from_mathcomp_intro.v</u>

指数の遷移則： $|G : K| = |G : H| \cdot |H : K|$ ※

$\mathcal{G}$ は G/Hの元の代表元の集合である。$\mathcal{H}$ は H/Kの元の代表元の集合である。

剰余群はもとの群の元の分割であるという性質から、元の代表元と元は一対一で対応する。
すなわち、以下の関数 α、β、ϕ は全単射である。また、

$$|\mathcal{G} \times \mathcal{H}| = |\mathcal{G}| \cdot |\mathcal{H}|$$

は、単なる直積✕の性質として成り立つから、式※が成り立つ。

$$\alpha : \mathcal{G} \to G/H \qquad \alpha(g) = g H$$

$$\beta : \mathcal{H} \to H/K \qquad \beta(h) = h K$$

$$\phi : \mathcal{G} \times \mathcal{H} \to G/K \qquad \phi(\,(g, h)\,) = g \cdot h K$$